

# 探讨沙波运移关键参数—相位

林珺

(中国科学院力学研究所工程科学部, 北京 100080)

**摘要** 本文提出一种新方法讨论沙波和加载波之间的相位差。该方法把底床运动看成是整体运动,充分体现了土体对加载波的动态响应。把孔隙水压力这一关键物理量作为讨论相位的重要参数,得到一些定性结论,为沙波运移问题的研究提供了一种新模式。

**关键词**

## 1 引言

海洋石油开发是 21 世纪能源开采的热点。在设计建造开发油气所需的平台、管线和其它工程设施时,必须对海洋环境有充分的了解。实际观测表明,沙脊、沙波的运动会对海工结构物的稳定性产生重大影响。由于海底多为未固结的沉积物,具有很高的孔隙度、变异性,加之不同时期海洋水动力(风暴、波浪、潮汐、海流)的作用,导致沙波运动具有变化频繁、迅速、复杂的特性,容易造成输油管线断裂等重大事故。因此在海洋工程设计和施工中要求掌握海底沙波的运动规律,认识了解沙波的形成、演化,为输油管线铺设提供参考依据,最大限度地减少海洋油气开发中的资源损失。

沙波运移是以推移质形式为主的运动,而且沙波的运移方向取决于沙波和加载波之间的位相差,怎样确定位相差是问题的关键。在五十年代,人们曾试图运用一些常用的土参数,如含水量、抗剪强度、稠度、分散度等等,建立起非粘性土特性与起动流速之间的关系,但由于这些土参数仅仅表现了土颗粒间联结力的派生表象,无法真正反映土颗粒之间的联结力,所得结果相差甚远。目前已有的一些工作仍是借鉴泥沙的起动模式,也就是从单一泥沙颗粒受力角度考虑。我们认为,既然沙波运动是泥沙的整体运动,此时应侧重于考虑土体作为一个整体在波浪作用下的动态响应,由此得到的位相差可以在一定程度上反映了土特性和加载波之间的关系,从而反映土特性和起动流速之间的关系。因此,考虑到在波浪作用下底床的动态响应特点,以及最能反映土床响应的物理量是土层中的孔隙水压力,我们以孔隙水压力作为土层的响应基本物理量,由此讨论孔压参数  $B$  和相位角的关系。

严格地讲,海洋土是非饱和的。北海海底的淘蚀正是由于土层中少量气体的存在(Hovland, 1982, 1983; Hovland 和 Gundmestad, 1984);在密西西比湾沉积物中甲烷气体影响着底床中孔隙水压力(Bennett, 1977; Dunlap, Bryan, Bennett & Richards, 1978; Bennett & Faris, 1979),现场观测发现,孔隙水压力是非对称的,而且海洋土样品在大气压力下它的饱和度一般在 75%—95%之间。因此,本文重点考虑非饱和土中孔压所满足的控制方程。

## 2 基本方程及其解

假设:

- ① 土层中孔隙水和空气为可压缩流体,忽略表面张力,孔隙水和孔隙气体压力相等;
- ② 土体饱和度相当高,土体中气泡所占的空间很小而且被禁锢着,忽略气体通过孔隙水扩散以及水蒸气运动;
- ③ 饱和土的有效应力原理仍然有效;
- ④ 土体体积应变小;
- ⑤ 饱和度和孔压的变化遵从:

$$P_r \left( \frac{1}{S_r} - 1 + H \right) = P_0 \left( \frac{1}{S_0} - 1 + H \right)$$

这里,  $P_r$ 、 $S_r$  分别为土深度为  $z$  时的孔隙水压力和饱和度,  $P_0$ 、 $S_0$  分别为  $z = 0$  时的孔隙水压力和饱和度;  $H$  是 Henry 溶解系数。

⑥ 由于相对于海底土层运动来说,波浪加载属于慢速荷载,因此可以认为在沉积物中气体运动是绝热的,那么孔隙流体的可压缩率为:

$$\beta = S_r \beta_w + (1 - S_r) / P_r$$

$\beta_w$  为孔隙水的可压缩率。

孔隙压力系数可表示为:

$$B = \frac{\alpha}{\alpha + n [S_r \beta_w + (1 - S_r) / P_r]}$$

这里,  $\alpha = \frac{3(1-2\nu)}{E}$ ,  $E$  为杨式模量和  $\nu$  为泊松系数。当孔压系数  $B = 1$  时,表征土体饱和,当土体中含有气体,即便是很少量,  $B$  迅速下降。

考虑平面周期波在多孔弹性介质底床上传播,多孔弹性介质是可压缩的,流体服从质量守恒定律,满足:

$$\rho \nabla \cdot \vec{v} = \rho \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \vec{v}) - n \rho \frac{\partial \theta_w}{\partial t} \quad (1)$$

这里  $\rho$  为孔隙水密度;  $\theta_w$  为孔隙流体的体积应变,  $\theta_w = \beta P$ ,  $n$  为孔隙率,  $\vec{v}$  孔隙水流速,其流动服从 Darcy 定律,即:

$$\vec{u} = -\frac{k_s}{\rho g} \nabla P$$

其中  $P$  为孔隙压力,  $k_s$  为渗透系数,  $g$  为重力加速度;  $\vec{u}$  为多孔沉积物的位移(压缩时为正)。土骨架在平面应变下的体积应变为:

$$\nabla \cdot \vec{u} = \alpha \frac{(1+\nu)(\sigma'_x + \sigma'_z)}{3}$$

$\sigma'_x, \sigma'_z$  分别为  $x, z$  方向的有效正应力, 它们和孔隙水压力之间满足:

$$\nabla^2 \left( \sigma'_x + \sigma'_z + \frac{P}{1-\nu} \right) = 0$$

这样方程(1)可表示为孔隙水压力满足方程:

$$\nabla^4 P = \frac{\rho g m_v}{k_s B'} \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 P \quad (2)$$

这里,  $\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4}{\partial z^4}$ ;  $m_v$  一维体积压缩系数, 满足

$$m_v = \frac{\alpha(1+\nu)}{3(1-\nu)} = \frac{(1-2\nu)(1+\nu)}{(1-\nu)E}$$

$B'$  单轴变形所后的孔压系数:

$$B' = \frac{m_v}{m_v + \alpha\beta} = \frac{(1+\nu)B}{(1+\nu) + 2(1-2\nu)(1-B)}$$

定义非饱和土的固结系数:  $c_v = \frac{k_s B'}{\rho g m_v}$ , 所以, 方程(2)可写成:

$$\nabla^2 \left( \nabla^2 - \frac{1}{c_v} \frac{\partial}{\partial t} \right) P = 0$$

设加载波具有谐波  $e^{i(kx-\omega t)}$  形式, 又因为我们所关心的区域在交界面附近, 可以把底边界设为无穷远, 则方程解的无量纲形式为:

$$P/P_0 = C_1 e^{kz} e^{i(kx-\omega t)} + C_2 e^{a_1 z} e^{i(kx-\omega t - a_2 z)}$$

其中,  $a_{1,2} = \frac{\pm k^2 + \sqrt{k^4 + (\omega/c_v)^2}}{2}$ ,  $P_0 = \frac{\rho_w g H_0}{2 \cosh(kd)}$   $H_0$  为加载波波高,  $\rho_w$  为水的密度,  $d$  为水深。在水土交界面上满足: ① 压力连续,  $P/P_0 = 1$ ; ② 有效正应力为零。可得到系数  $C_{1,2}$  的表达式:

$$C_1 = \frac{2(1+\nu)B}{3+2\nu B - B} \quad C_2 = C_1$$

从解的形式上看, 第一项仅表示加载波所起的作用, 第二项则反映着加载波和土骨架二者对孔压的影响, 特别是  $a_2 z$  代表着相位滞后, 从这里可以看出, 这一相位差的大小取决于加载波及土体的性质。把孔隙水压力写成实数形式, 相位差可表示成:

$$\tan \delta = \frac{C_2 e^{a_1 z} \sin(a_2 z)}{C_2 e^{a_2 z} \cos(a_2 z)} \quad (3)$$

### 3 结果讨论

首先讨论公式(3)的性质。如果土体完全饱和 ( $B = 1$ ), 相位滞后不再出现  $\delta = 0$ ; 当土体非饱和时,  $\delta$  随着非饱和度的增加而加大, 此时渗透率、弹性模量、加载波周期开始起着很重要的作用。实际上, 可以说  $\delta$  描述的是底床在波浪作用下的变形率。当  $z = 0$  时,  $\delta = 0$ , 即在界面上不存在相位差。从公式(3)我们还可以看出(是随深度变化的, 在  $z = 0.02L/2\pi$  处  $\delta$  达到极值, 此时  $\delta$  的大小和水深无关。

那么我们所关心的焦点问题就是当深度  $z$  为多少时,  $\delta$  能够反映我们所要求的相位滞后。Kennedy 认为相位差反映的是水流挟沙能力的变化滞后于底流速的变化, 其大小取决于水深、流速以及泥沙性质。因此我们希望(能够反映这几个因素。我们知道“波浪掀沙, 潮流输沙”这一谚语, 它凝炼了波浪的作用。因此本文提出以波浪作用下底床的极限响应深度作为公式(3)中  $z$  值。

根据瞬时液化准则, 即有效垂向正应力为零, 可得到  $z$  满足联立方程:

$$\begin{cases} -(\rho_s - \rho_w)gz + P_0[C_2 e^{kz} \cos kz - kz e^{kz} \cos kz - C_2 e^{a_1 z} \cos(kz - a_2 z)] = 0 \\ C_2 e^{kz} \sin kz - kz e^{kz} \sin kz - C_2 e^{a_1 z} \sin(kz - a_2 z) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

把所得到的  $z$  代入公式(3), 即可得到  $\delta$ , 其值大小取决于水深、加载波频率以及土层性质。因此我们认为由此定义的(从物理上定性地反映了相位差的性质。从定量的角度该  $\delta$  值相差多少, 还有赖于我们下一步和大量的实验结果进行比较分析。

## 参 考 文 献

- 1 Dohmen-Janssen, C. M. , Kroekenstoel, D. F. , Hassan, W. N. , Ribberink, J. S. , Phase lags in oscillatory sheet flow: experiments and bed load modeling, *Coastal Engineering*, 2002,46,61-87.
- 2 Kennedy, J. F. , The mechanics of dunes and antidunes in erodible-bed channels, *Journal of Fluid Mechanics*, 1963,16(4),521-544.
- 3 Okusa, S. , Wave-induced stresses in unsaturated submarine sediments, *Geotechnique*, 1985,35(4),517-532.
- 4 Yamamoto, T. , Seabed instability from waves, *Proc. 10 th Annual Offshore Technology Conference*, 1978, 1819-1824.

## On the key parameter in sand wave migration-phase

Lin Mian

((Institute of Mechanics, CAS, Beijing 100080, China)

**Abstract:** A new method has been developed to discuss the phase between sand wave and loading waves. The method has regarded sand moving as a whole motion of the seabed and it images the dynamic response of soil to loading waves. The pore pressure is treated as a key parameter in the method and some qualitative conclusions are detected. It is intended to provide a new mode for investigating sand wave migration.

**Key words:** sand wave migration, pore pressure, phase

