

高超声速尾迹雷达散射湍流场研究*

于明 牛家玉

中国科学院力学研究所 北京 100080

摘要 为给高超声速再入尾迹亚密湍流雷达散射分析提供所需的脉动背景场参数,本文提出计算非平衡再入湍流尾迹脉动等离子体场的理论方法。在研究高超声速尾迹流动特征的基础上,推导、使用包括化学组份浓度脉动强度的 $k-g$ 湍流模型,用以封闭高超声速尾迹雷诺平均控制方程,并用全隐式有限差分求解。以 $M = 21.26, Re_D = 1.33 \times 10^6$ 的小钝锥体流动为例,得到的结果说明:流场的流向和径向参数分布合理;在转捩点后较近距离内湍流脉动影响较大,随着向下游流动脉动影响迅速减弱;本文计算尾迹湍流脉动等离子体场的方法是可行的。

关键词 再入尾迹;亚密湍流;雷达散射;电子数密度脉动;湍流模型

中图分类号 V211.3 **文献标识码** A **文章编号** 0258-1825(2000)02-0222-07

0 引言

作为雷达探测目标的再入飞行器等离子体尾迹,其流动状态通常有层流、转捩过程及湍流。大量研究^[1-4]指出,地面雷达接收的电磁信号主要来源于由湍流尾迹的脉动等离子体产生的非相干散射,尤其是亚密(等离子体固有频率小于雷达工作频率)湍流的体积散射。

迄今描述亚密湍流等离子体散射较成熟的方法是畸变波 Born 近似,其模型公式为

$$= 4 r_e^2 \int_V \frac{N_e^2}{1 + \left[\frac{N_e^2}{\omega^2} \right]} S(\omega) |E_0 \cdot G_0|^2 dV \quad (1)$$

式中, σ 为雷达散射截面 RCS 值, r_e 为经典电子半径, ω 、 ω_p 分别为电子碰撞频率和雷达工作频率, N_e^2 为电子数密度脉动强度, $S(\omega)$ 为电子数密度脉动的能谱函数, k 为自由空间波数, E_0 、 G_0 为入射电磁波在背景场中诱导的零次电场及其并矢 Green 函数。

从公式(1)可以看出,为了分析亚密湍流的雷达散射特性,要求提供湍流等离子体场中电子数密度脉动强度 N_e^2 及其能谱函数 $S(\omega)$ 等参数,而它们由湍流的物理状态及涡运动结构决定。因此研究湍流场十分必要,并且这也能促进对湍流内部的交换机制的理解。

湍流尾迹电子数密度脉动的研究可追溯到 60 年代。早期的工作较粗糙,主要有两条途径:一是用平均场量代替脉动场强度量,即使用假设 $N_e^2 = K \cdot N_e^2(\bar{T})$, $K \leq 1^{[5,6]}$;二是类比速度脉

*中国科学院力学研究所 LHD 开放研究实验室经费资助项目。

收稿日期:1999-01-11;修正日期:1999-06-28。

作者简介:于明,博士研究生,98~99年度力学所郭永怀奖学金获得者。

动,建立涉及化学非平衡的电子数密度脉动的随机统计模型^[7]。

计算技术的发展使得通过求解湍流模型方程也能对湍流场有较细致地了解。常用的适应高超声速湍流的模式理论有湍流涡粘性的零方程及二方程模型等^[8,9]。在研究湍流燃气喷射^[10]、湍流与化学反应相互作用^[11]等问题时,又发展了描写标量(如化学反应组份浓度)脉动的约束方程。但数值模拟考虑化学非平衡反应的湍流尾迹的文章可见到的还相当有限。

本文试图提出计算非平衡再入湍流尾迹脉动等离子体场的理论方法。畸变波 Born 近似以均匀、各向同性湍流为背景,本文便针对再入尾迹充分发展了的湍流区域来建立模化方程。不计转捩过程,认为转捩在流向某位置突然发生,转捩点由较成熟的半经验公式确定;忽略化学反应速率的脉动,用时均化的反应生成率代替反应生成率的时均值。在这些前提下导出高超声速湍流尾迹的控制方程组,即平均量方程加 $-g$ 模型封闭方程^[8,10,12]。

由于尾迹中电子密度主要集中在粘性内尾迹区,使用边界层方程来描写尾迹流场简化了处理过程,适合于工程应用。进一步,采用 NS 方程能更精确地给出流场信息,作者亦将另有文探讨此结果。

1 湍流尾迹模型及数值计算

1.1 流动控制方程

使用湍流 $-g$ 模型(即二方程加组份浓度脉动强度的约束方程)来封闭雷诺分解后的平均量方程,所得高超声速尾迹控制方程组的通用形式为

$$\frac{\partial}{\partial t}(\overline{\rho u_j}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho u_j u_j}) = \frac{\partial}{\partial x_j}(\frac{\mu}{Pr} \frac{\partial \overline{\rho u_j}}{\partial x_j}) - \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho u_j g_j}) + S \tag{2}$$

在各向同性条件下可用湍流涡粘性的概念将湍流扩散表示成

$$\overline{\rho u_j g_j} = \frac{\mu_t}{Pr} \frac{\partial \overline{\rho u_j}}{\partial x_j} \tag{3}$$

由此可将式(2)写成

$$\frac{\partial}{\partial t}(\overline{\rho u_j}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho u_j u_j}) = \frac{\partial}{\partial x_j}(\frac{\mu_e}{Pr} \frac{\partial \overline{\rho u_j}}{\partial x_j}) + S \tag{4}$$

式中, $\mu_e = \mu / Pr$, Pr 代表对焓(H)、组份浓度(C_i)、湍动能(k)及其耗散率(ϵ)以及组份浓度脉动强度($g = \overline{C_e^2}$)等各量的湍流输运系数;有效粘性系数 $\mu_e = \mu + \mu_t$,其中 μ 为分子粘性, μ_t 为湍流涡粘性。

μ_t 的表达形式由选用的不同湍流模型确定。当不计湍流脉动以零方程模型表达时可使用 $\mu_t = K_c (\overline{u_e} - u_c)$;考虑湍流脉动基于 $-g$ 二方程模型时有 $\mu_t = C_\mu \overline{u_e^2}$ 。

对于定常轴对称的高超声速尾迹的湍流流动控制方程组通用形式由(4)式导出

$$u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\mu_e \cdot r \frac{\partial}{\partial r}) + S \tag{5}$$

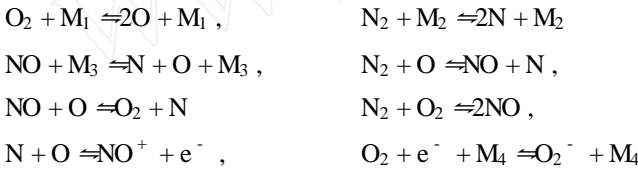
式中通用因变量 ψ ,通用输运系数 μ_e 及源项 S 代表的物理量示于下表 1 中。

表1 通用方程组
Table 1 General equations

方 程			S
连 续	1	0	
动 量(x 向)	u	μ_e	$u \frac{dp}{dx} + \mu_e \left[\left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{Le-1}{Pr} \mu_e r \frac{\partial C_i}{\partial r} \right] \right]$
焓	h	μ_e / Pr	
组 份	C_i	$\mu_e Le / Pr$	
湍动能		μ_e / Pr	$\mu_i \left[\left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 + \frac{w_i}{r} \right]$
湍能耗散率		μ_e / Pr	$- \left[C_1 \mu_i \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 + C_2 \right]$
组份浓度脉动强度	g	μ_e / Pr_g	$C_{g1} \mu_i \left(\frac{\partial C_i}{\partial r} \right)^2 - C_{g2} \frac{g}{r}$

1.2 化学反应模型

考虑混合空气中有八种组元: $N_2, O_2, N, O, NO, NO^+, O_2^-, e^-$, 它们发生以下的化学反应



化学反应生成率为

$$\dot{c}_i = M_i \sum_{r=1}^{NR} (i_r - ir) \left[f_r \prod_{j=1}^N (c_j)^{jr} - b_r \prod_{j=1}^N (c_j)^{j_r} \right],$$

式中, M_i 为原子量, i_r 及 ir 分别为正逆向反应的计量系数, f_r 及 b_r 分别为正逆向反应的反应速率常数, $c_j = C_j / M_j$.

1.3 计算方程

为了完成方程式(5)的计算,我们引进 Von Mises 坐标变换

$$s = x, \quad \frac{\partial}{\partial r} = ur, \quad \frac{\partial}{\partial x} = -vr,$$

则式(5)成为

$$\frac{\partial}{\partial s} = \frac{1}{\partial} \left(\frac{ur^2}{\partial} \right) + S \tag{6}$$

补充关系式 $p = (R/\bar{M})T$ 和 $\sum_{i=1}^N C_i = 1$, 以及电荷守恒条件。

2 计算结果及分析

以半角 $\theta = 8^\circ$ 底径 $D_b = 78.19 \times 10^{-2}m$ 的小钝锥体为例,计算了在零迎角, $M_\infty = 21.26$,

$Re_D = 1.33 \times 10^6$ ($H = 40\text{km}$) 条件下的尾迹流动,包括层流及湍流,转换位置确定为 $x_{tr} = 2.47 D_b$ ^[14]。为比较脉动影响,还进行了不计脉动($k = 0$)的零方程模型的计算。边界条件可参见文献[10]及文献[15]以适当地确定。

2.1 沿流向中心轴上湍流流场各量变化

速度(图 1)单调增大,电子数密度(图 2)单调减小,考虑脉动比不考虑脉动在转换点后变

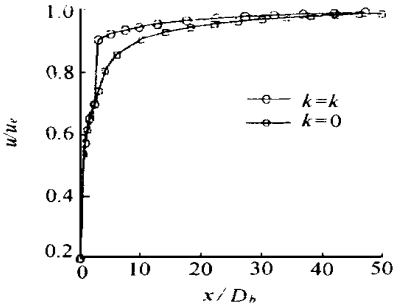


图 1 中心轴速度

Fig. 1 Velocity in centerline

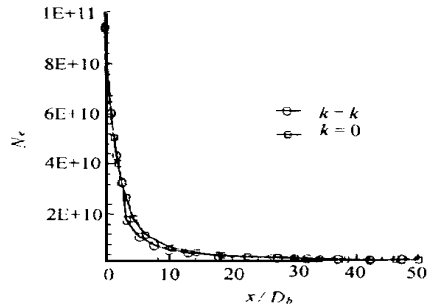


图 2 中心轴电子数密度

Fig. 2 Electron density in centerline

化更陡峭,均在近尾迹区变化迅速,在远尾迹区(离锥体底部约 30 倍底径后)变化平缓,且在远尾迹区两种状况差别很小。算例中,在离锥体底部约 50 倍底径处,速度恢复到接近来流值,而电子数密度达到可忽略的程度。

湍动能(图 3)与电子组份浓度脉动强度(图 4)呈递减变化,均在近尾迹区变化迅速,在远尾迹区变化缓慢。

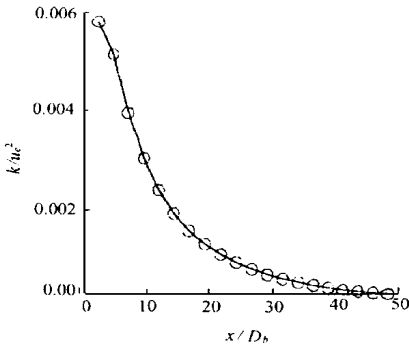


图 3 中心轴湍动能

Fig. 3 Turbulent energy in centerline

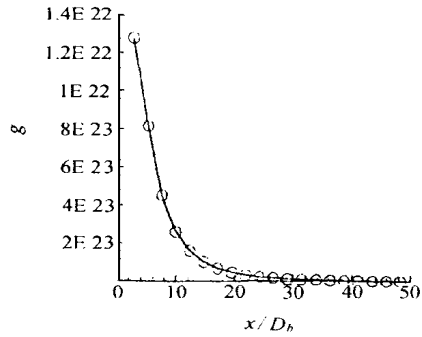


图 4 中心轴电子浓度脉动强度

Fig. 4 Electron concentration fluctuation in centerline

2.2 沿径向剖面湍流流场各量变化

速度(图 5)、电子数密度(图 6)单调变化,呈指数型分布,不计脉动比计脉动变化稍快。湍动能(图 7(a))、电子组份浓度脉动强度(图 8(a))的最大值均偏离中心轴一定距离,从轴上值到最大值单调上升,经过最大值后单调减小至外缘的零值,它们分别与文献[13]所给结果(图 7(b))和文献[10]所给结果(图 8(b))定性一致。

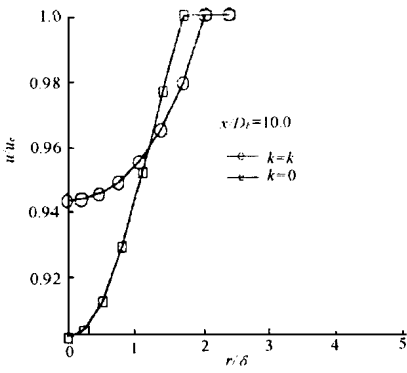


图5 径向速度

Fig. 5 Velocity along radius

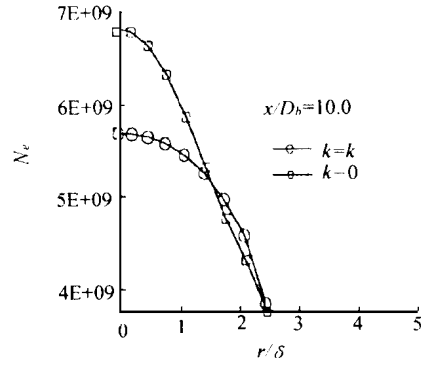


图6 径向电子数密度

Fig. 6 Electron density along radius

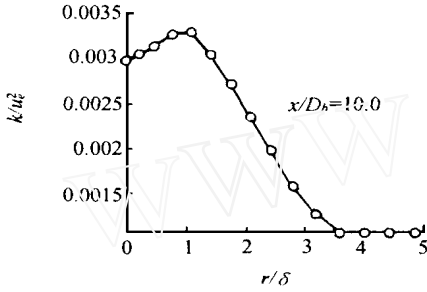


图7(a) 径向脉动能

Fig. 7(a) Turbulent energy along radius

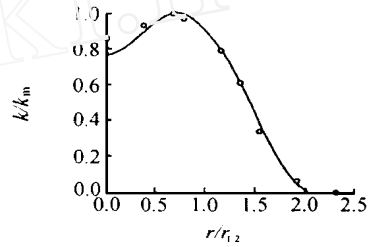


图7(b) 归一化径向脉动能^[13]

Fig. 7(b) Normalized turbulent energy along radius

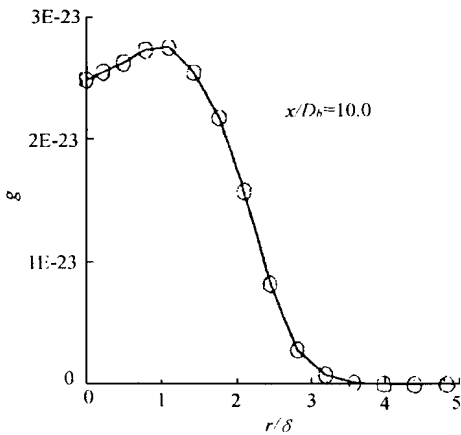


图8(a) 径向电子组份浓度脉动强度

Fig. 8(a) Electron concentration fluctuation along radius

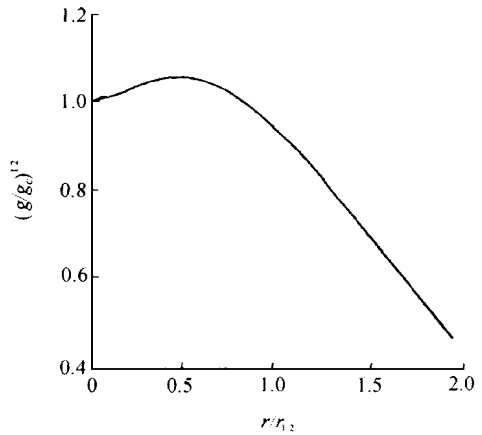


图8(b) 归一化径向电子组份浓度脉动强度^[10]

Fig. 8(b) Normalized electron concentration fluctuation along radius

3 结 论

通过上述分析,可以得到如下几点结论

(1) 从尾迹流向和径向的流动参数(速度、电子数密度、湍动能、电子组份浓度脉动强度)的分布来看,所得结果定性地符合物理流动状况;

(2) 沿流向在转捩点后的较近距离内,湍流脉动影响较大,而向下游发展,脉动的影响迅速减弱,使得计及脉动与不计脉动差别不大;

(3) 关于参数 ρ_e , g 的初始值:在尚无很好的高超声速湍流转捩研究结果的情况下,湍流场初始值的确定具有较大的任意性,而它们又直接影响湍流场的准确性,因此无论是作为方法探讨还是用于工程实际,我们认为现时得到的结果量(如 g , 以及由 g 计算获得的 N_e^2 等)都具有相对比较的意义;

(4) 从结果看出,将考虑化学组份浓度脉动强度在内的 $\rho_e - g$ 模型的约束方程用于模拟高超声速湍流再入尾迹流场是可行的,能够为尾迹亚密湍流雷达散射特性分析提供所必需的湍流电子数密度脉动场背景参数。

参 考 文 献

- 1 Fernandez FL et al. Wake Radar Cross Section of Slender Re Entry Vehicles. BSD-TR-64-152, 1964.
- 2 牛家玉. 再入钝锥体非平衡尾迹的回波特性分析. 空气动力学学报, 1990, 8(3): 286 ~ 292.
- 3 牛家玉, 许国斌等. 再入飞行器尾迹流场及其雷达散射效应研究. 空气动力学学报, 1996, 14(4): 422 ~ 429.
- 4 Bisbing P E. Development of a Computer Model for Scattering of Electromagnetic Waves by a Turbulent Wake. ADA 032662, 1976.
- 5 Rubel A et al. Some Effects of Turbulent Fluctuations on Air Ionization Reaction Rates in Hypersonic Wakes. AIAA Paper 65-0819, 1965.
- 6 Schapker R L. Electron Density Fluctuations in Hypersonic Wakes with Dissociation/Neutralization Chemistry. AD675149, 1968.
- 7 Gibson W E. Stochastic Model for Turbulent, Reacting Wakes. AIAA J., 1966, 4(11): 2001 ~ 2008.
- 8 Lauder B E, Spalding D B. Mathematical Model of Turbulence. London: Academic Press Inc, 1972.
- 9 是勋刚. 湍流. 天津大学出版社, 1994.
- 10 Jensen D E, Wilson A S. Prediction of Rocket Exhaust Flame Properties. Combustion and Flame 25, 1975: 43 ~ 55.
- 11 Narayan J R. Effect of Turbulence-Chemistry Interactions in Compressible Reacting Flows. AIAA Paper 94-2311, 1994.
- 12 周力行等. 湍流气粒两相流动和燃烧的理论及数值模拟. 科学出版社, 1994.
- 13 Lewellen W S et al. Application of Turbulence Model Equations to Axisymmetric Wakes. AIAA Paper 73-648.
- 14 Wilson L N. Body-Shape Effects on Axisymmetric Wakes: Transition. AIAA J., 1966, 4(10): 1741 ~ 1747.
- 15 Demetriades A. Free Turbulent Shear Flows. NASA SP321, July 1972.

The Study of Hypersonic Turbulent Wake for Radar Scattering

Yu Ming Niu Jiayu

(*Institute of Mechanics, Chinese Academy of Science, Beijing 100080*)

Abstract To analyze radar scattering of underdense plasma turbulence of hypersonic reentry wake, fluctuation background parameters of turbulence field are needed. A theoretical method for calculating the chemical non-equilibrium plasma fluctuation intensity is developed. Based on analysis of the characterization of the hypersonic wake flow, the k - ϵ turbulent model is adopted to close Reynolds-average equation of wake, in which the chemical component fluctuation intensity is taken into account. The governing equations are solved by fully implicit finite-difference schemes. As an example, the turbulent wake flow field of a small blunt cone is computed in which $M = 21.26$ and $Re_D = 1.33 \times 10^6$. The present computational results are mainly as follows: The distribution and variation of parameters of flow field in the centerline and along radial direction are reasonable; Turbulent fluctuation affects flow field parameters remarkably in a relatively short distance after transition point, but the effects get weaker quickly downstream; The method given for calculating turbulent fluctuation plasma is feasible.

Key words reentry wake; underdense turbulence; radar scattering; electron density fluctuation; turbulent model