

文章编号: 0258-1825(2003)01-0001-10

扩散抛物化(DP) NS 方程组的意义 及其在计算流体力学中的应用

庄逢甘¹, 张德良²

(1. 中国航天科技集团公司, 北京, 100830; 2. 中国科学院力学研究所, 北京, 100080)

摘要: 本文首先讨论扩散抛物化(DP) NS 方程组的早期研究工作: 它的提出、数学性质、意义和在 CFD 中的应用, 然后讨论扩散抛物化理论的一些新发展。这些新发展是对 NS 方程组数值计算进行物理分析的基础上得到的, 其中包括 NS 方程组差分计算时, 粘性剪切流对网格间距和格式精度的要求; 粘性项只保留剪切粘性项的广义扩散抛物化(GDP) NS 方程组, 它的性质和应用。由于高 Re 数流动在 NS 方程组的差分计算中, 网格 Re 数彼此相差悬殊的特点, 产生了计算离散单元守恒方程组的新的算法思路, 即离散流体力学(DFD)算法。在 DFD 算法中需要同时计算三种不同的守恒方程组(Euler, DPNS 和 NS 方程组)。本文讨论了 DFD 格式的构造、它的优点和应用。并以超声速绕前后台阶流动为算例, 来说明 GDPNS 方程组的用处和 DFD 算法的优点。DPNS 方程组、GDPNS 方程组、DFD 算法是高智提出的, 对这些问题, 他和合作者从理论、算法、数值验证和某些应用又作了系统的研究。

关键词: 计算流体力学; 扩散抛物化(DP) NS 方程组; 离散流体力学(DFD)算法

中图分类号: V211.3; O357 **文献标识码:** A

0 引言

Navier-Stokes(NS)方程组的求解是流体力学和计算流体力学的一个核心课题, 由于 NS 方程的非线性特性和高雷诺数(Re)流动的复杂性, 人们致力于简化但足够准确的求解。高雷诺(Re)数流动的简化计算方法, 最早是 Prantal 于 1904 年开创的边界层理论。它用粘性边界层方程和无粘 Euler 方程渐近匹配求解高 Re 数全域流场, 因此是 CFD 中分区算法的先驱。对简单绕流问题, 边界层理论给出的摩阻、传热率公式, 对众多流体工程问题都有实用价值。但是, 边界层理论不适用于边界层脱体分离、粘性-无粘大范围干扰流动等复杂现象。因此, 20 世纪 60 年代后期人们从物理分析出发, 又提出了扩散抛物化(DP) NS 方程组理论。由于对 DPNS 方程组可实施空间推进求解, 对超声速和高超声速定常绕流计算来说, 既合理又大大简化了计算, 因此 20 世纪 70 年代以来 DPNS 方程组得到了广泛的应用^[1-19], DPNS 方程组与 Euler 方程组和 NS 方程组一起已成为流体力学和 CFD 软件中的三种基本守恒方程组。

随着计算机技术和 CFD 的迅速发展, 随着 CFD 软件不断涌现和更新换代, 近年来, 人们提出和研究了对 CFD 的“数值海洋”的检验和可信度等问题, 并对高 Re 数 NS 方程的常

收稿日期: 2002-04-16; 修订日期: 2002-06-24.
作者简介: 庄逢甘(1925-), 男, 教授, 中国科学院院士, 流体力学专业。

见计算作了是否是真正的 NS 计算的评估^[20]。另一方面又从 NS 方程数值离散的角度进一步提出 NS 方程组的简化,即简化为广义 DPNS 方程组和高 Re 数流动算法的简化、即把扩散抛物化理论耦合进算法中去的离散流体力学 (DFD) 算法问题。NS 方程的广义扩散抛物化简化和 DFD 算法是高智提出的^[21,26,27],这是他在 1967 年提出的 DPNS 方程组(早先称简化 NS 方程组)理论的进一步发展。广义 DPNS 方程组以及 DFD 算法的正确有效性的初步数值检验,是高智和他的学生们完成的^[21-28]。

1 扩散抛物化(DP)NS 方程组理论与应用

为了求解边界层理论失效的高速绕流问题,20 世纪 60 年代后期,美、中、前苏联学者同时独立地提出了扩散抛物化 (DP)NS 方程组理论^[2-7],DPNS 方程组亦称抛物化 NS、简化 NS 或薄层 NS 方程组。实验观察指出在顺流方向上,下游状态基本上不干扰上游状态,扩散抛物化 (DP)NS 方程组理论正是这一实验观察结果的理论概括。

DPNS 方程组确切的数学表述是:在任一方向上若扩散的迎风特征距离远小于待求解流场在该方向上的特征长度,则在该方向上以对流输运为主,粘性扩散的贡献比较次要可近似忽略,即 NS 方程组中对该方向坐标变量求偏导的粘性诸项可以忽略,于是得到 DPNS 方程组^[3-9]。以可压缩二维 NS 方程组为例,若顺流即主流方向为 X 方向,DPNS 方程组即为

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} u \\ v \\ e_t \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} u \\ u^2 + p \\ uv \\ (e_t + p)u \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial y} \begin{bmatrix} v \\ uv \\ v^2 + p \\ (e_t + p)v \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial y} \begin{bmatrix} 0 \\ \mu u_y \\ 0 \\ \mu u u_y + k T_y \end{bmatrix} \quad (1)$$

应当指出 DPNS 方程组是介于 NS 和 Euler 方程组之间的一类方程组。它们包含了所有的无粘项,包含的粘性项虽然略有不同,但它们的数学性质相同。DPNS 方程组的数学特征由它的主特征和次特征共同确定^[8],由高阶导数项决定的主特征表明 DPNS 方程组为双曲-抛物型或抛物型,例如方程组 (1) 的所有六个特征根均为零,故它为抛物型。而雷诺数 Re 趋近于 极限下 DPNS 方程的次特征表明:在马赫数 $M > 1$ 和 $M < 1$ 时 DPNS 方程组分别为双曲型和椭圆型。这就是 DPNS 方程组在 $M > 1$ 时空间推进适定, $M < 1$ 时空间推进不适定的起因。因此,把这类方程组称为抛物化或简化或薄层 NS 方程组都不够确切,只有扩散抛物化 (DP)NS 方程组的称呼才能正确反映它们的数学、物理性质。DPNS 方程组的称呼首先是高智提出的^[3,8]。

理论上 DPNS 方程组适用于存在近似主流方向的高 Re 数全域流场,数值实验表明它们也适用于分离不很严重的各种内流和外部绕流流动。特别是对超声速区域为主的定常流计算,可沿主流方向对 DPNS 方程组实施空间推进求解,对亚声速定常流计算,若增加 $\frac{\partial p}{\partial x}$ 的补充关系,仍可沿 X 方向对它实施空间推进求解^[2,10-13]。与完全 NS 方程组的计算相比,DPNS 方程组的空间推进求解使计算维数减少一维,可大大节省机时和内存,因此 DPNS 方程组在 CFD 中得到了广泛的应用,既有 DPNS 方程软件开发,亦有把 DPNS 方程组与 Euler 和 NS 方程组一起作为 CFD 软件的基本控制方程组,如文献 [14-17]。文献 [17]

专门论述了薄层 NS,即 DPNS 方程组的意义。一些专著和教科书,如文献[11,12,18,19]已把 DPNS 方程组与 Euler 和 NS 方程组并列作为流体力学的三种基本守恒方程组。

应该提到,对 NS 方程组计算的物理和数值分析^[20-22]表明:已有的众多高 Re 数流动 NS 计算,表面上看是 NS 计算,实际上计算的是 DPNS 方程组^[20]。当用完全 NS 方程组计算具有近似主流方向的高 Re 数流动时,DPNS 方程组丢掉的那些物理粘性项属于完全 NS 计算中的截断误差项^[21,22],这就是说我们只可能计算 DPNS 方程组。可见对具有近似主流方向 NS 计算的数值分析证实,DPNS 方程组是粘性流必不可少的一种基本守恒方程组。

2 广义扩散抛物化(GDP)NS 方程组

广义扩散抛物化(GDP)NS 方程组,从字面上讲是 DPNS 方程组的拓广,确切地说,应该是对 NS 方程组计算进行数值-物理分析的一个理论结果。文献[20]研究了 NS 差分计算对网格间距和格式精度要求,得到如下重要结论:对高 Re 数绕流问题,常见的 NS 方程组计算其实是在计算 DPNS 方程,提高格式精度阶数可以放宽对网格间距大小的要求。文献[21,22]给出 NS 计算强粘性剪切流对网格间距和格式精度阶的定量要求。在剪切层内要准确计算剪切粘性项 $v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ (因此准确计算惯性项 $u \frac{\partial u}{\partial x}$)和流向粘性项 $v \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$,要求流向和法向网格间距 x 和 y 分别满足:

$$x \ll x_p \cong Re^{-3q/2}, \quad y \ll y_p \cong Re^{-\frac{1}{2}(1+q)} \quad (\text{对 } v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}) \quad (2)$$

$$x \ll x_p Re^{-\frac{1}{m}(1-2q)}, \quad y \ll y_p Re^{-\frac{1}{m}(1-2q)} \quad (\text{对 } v \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}) \quad (3)$$

其中 $q = \ln \frac{u_p}{x_p} / \ln Re$, ($0 < q < \frac{1}{2}$), $u_p \cong Re^{-\frac{1}{2}p}$, $Re = \frac{uU}{\nu}$, m 为格式精度阶, x_p 和 y_p 分别是强粘性剪切层的流向和法向长度尺度, $q = 0$ 时强粘性剪切层为经典边界层, $q = \frac{1}{4}$ 为边界层分离点邻域多层边界层的下层, $q = \frac{1}{2}$ 为物理尺度各向相同的粘性结构。对经典边界层 ($q = 0$),表 1 给出 (x_p, y_p) 和 $(x_p, y_p) Re^{-\frac{1}{m}}$ 随 Re 和 m 的变化。

表 1 经典边界层流 (x_p, y_p) 和 $(x_p, y_p) Re^{-\frac{1}{m}}$ 随 Re 和 m 的变化

Table 1 Variation of (x_p, y_p) and $(x_p, y_p) Re^{-\frac{1}{m}}$ of the classical boundary-layer-flow with Re and m

		$Re = 10^4$			$Re = 10^6$			$Re = 10^8$		
		m								
参量	m	1	2	4	1	2	4	1	2	4
x_p			1			1			1	
y_p			10^{-2}			10^{-3}			10^{-4}	
$x_p Re^{-\frac{1}{m}}$		10^{-4}	10^{-2}	10^{-1}	10^{-6}	10^{-3}	$10^{-2.5}$	10^{-8}	10^{-4}	10^{-2}
$y_p Re^{-\frac{1}{m}}$		10^{-6}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-9}	10^{-6}	$10^{-5.5}$	10^{-12}	10^{-8}	10^{-6}

由表 1、(2) 式和 (3) 式可知:若在边界层内对网格进行局部加密,且加密的网格

间距远小于边界层物理尺度 x_p 和 y_p , 则 NS 计算中可准确计算剪切粘性项 $\nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$, 因此可准确计算惯性项 $u \frac{\partial u}{\partial x}$ 等。值得注意的是提高格式精度阶数并不能放宽对网格间距大小的要求, 这是因为网格间距远小于流动物理尺度是准确计算剪切粘性项的必要条件, 这充分说明高 Re 数流动计算中用流动物理尺度进行重新标定的重要意义^[21, 22]。提高精度对流向粘性项 $\nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ 的计算是有用的, 随着格式精度阶数的提高, 可大大放宽对网格间距大小的要求; 但由表 1 的数据可以看出, 格式精度阶直到 4 阶, 要计算流向粘性项仍无可能。注意到在边界附近提高精度十分困难, 而在剪切层外粘性作用比较次要, 因此用提高精度来满足捕获剪切层外粘性作用的要求并不必要。从数值计算的角度来看, 自然算不出流向粘性项, 那么直接计算粘性项只保留剪切粘性项的守恒方程组就变得更为合理和经济, 在 1978 年 Baldwin-Lomax^[23] 正是根据这种思路提出薄层 NS 方程组的。高智^[21, 22] 把粘性项只保留剪切粘性项的守恒方程组称作广义扩散抛物化 (GDP) NS 方程组, 这是因在 NS 方程组中对所有坐标方向取扩散抛物化近似即可获得 GDPNS 方程组。

以可压二维 NS 方程组为例, 相应的 GDPNS 方程组为:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} u \\ v \\ e_t \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} u \\ u^2 + p \\ uv \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial y} \begin{bmatrix} v \\ uv \\ v^2 + p \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mu v_x \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial y} \begin{bmatrix} 0 \\ \mu u_y \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial y} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mu u u_y + k T_x \end{bmatrix} \quad (4)$$

对于绕物体流动, 且取贴体坐标系的情况, 若剪切层法向近似为坐标方向, 则 GDPNS 方程组是很简洁且很准确的守恒方程组。GDPNS 方程组的主特征根为虚特征, 因此它的数学性质与 NS 方程组一致为椭圆型, 但它包含的粘性项比 NS 方程组少了许多, 特别是对可压缩正交曲线坐标系的情况, NS 动量方程包含 111 项粘性项, 粘性耗损函数 56 项, 共达 167 项粘性项; 而 GDPNS 动量方程包含的粘性项只有 6 项, 粘性耗损函数才 9 项, 共 15 项, 大大简化了计算, 特别是 GDPNS 方程组丢掉的那些粘性项在 NS 计算中通常为误差项。超声速绕前、后台阶流和激波 - 边界层干扰流动的数值试验表明^[24-25]: GDPNS 和 NS 方程组的数值计算结果相符很好, 参见图 1 - 图 4, 图 1 和图 2 是绕前台阶流的数值结果, 计算参数 $M = 2.3$, $Re = 720$, $T = T_w = 293^\circ\text{K}$, 基点数 201×201 ; 图 3 和图 4 是绕后台阶流的结果, 计算参数 $M = 4.08$, $Re = 849$, $T = 1046^\circ\text{K}$, $T_w/T = 0.2957$, 基点数 84×101 。初步说明 GDPNS 方程组适用于不存在主流方向的高 Re 数复杂流动, 例如分离流区域和底部区域等。

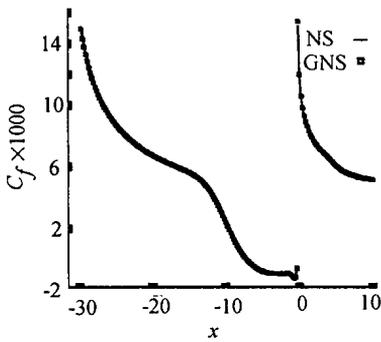


图 1 超声速绕前台阶流动水平壁面摩擦系数

Fig.1 Horizontal skin friction coefficient of supersonic flow over forward step

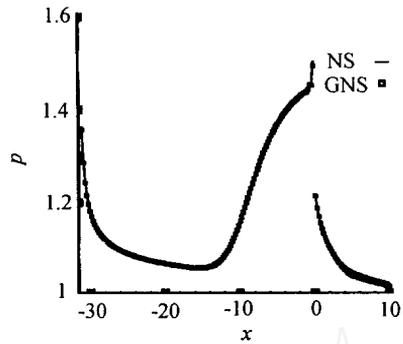


图 2 超声速绕前台阶流动水平壁面压力分布

Fig.2 Horizontal wall pressure distribution of supersonic flow over forward step

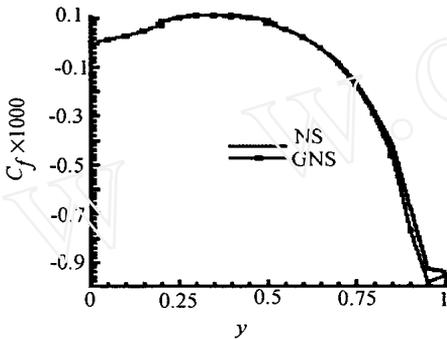


图 3 超声速绕后台阶流动垂直壁面摩擦系数

Fig.3 Vertical skin friction coefficient of supersonic flow over backward step

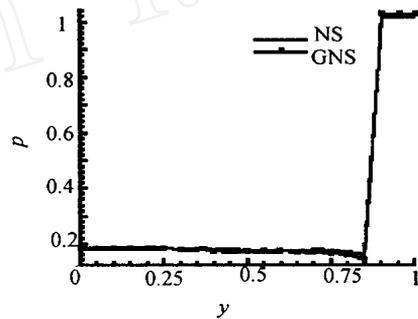


图 4 超声速绕后台阶流动垂直壁面压力分布

Fig.4 Vertical wall pressure distribution of supersonic flow over backward step

3 离散流体力学(DFD)算法

高 Re 数流动 NS 计算结果的一个重要特点是:不同离散单元的网格 Re 数彼此相差悬殊,就是同一单元的不同方向上的网格 Re 数亦可能相差悬殊。以超声速绕平板流为例,参见表 2,表 2 的计算条件为:计算区域 $x \in [0, 1.0], y \in [0, 0.3]$; $M = 4.0, Re = 10^5, T = 221K, y = 0: u = v = 0, \partial T / \partial y = 0$; 基点数 65×65 ,在边界层内法向网格进行了局部加密。网格 Re 数大小相差 $10^7 \sim 10^8$ 。这一数值特点导致提出求解离散单元守恒方程组的算法思想^[26,27],并被称为离散流体力学(DFD)算法。

离散单元守恒方程组的具体形式可根据扩散抛物化理论^[26]导出,若在任一方向(如 x 方向)气流通过离散单元的渡越时间 $\frac{x}{u}$ 远小于扩散特征时间 $\frac{x^2}{\nu}$,即网格 Re 数 $R_x = \frac{u x}{\nu} > R_c$,则该单元内在 x 方向上对流效应占优,粘性扩散的影响比较次要可加以忽略;若 $\frac{x}{u}$ 可与 $\frac{x^2}{\nu}$ 相比较, $R_x < R_c$,则该单元内在 x 方向上对流、扩散相竞争,这里 R_c 为临界网格 Re 数。由于逆风扩散的影响随 R_x 的增大以指数方式下降,故 $R_c = O(1)$ ^[26],计算

中取 $R_c = 2.3^{[25,28]}$ 。应该指出,网格雷诺数 R_x 大时,保留粘性项引起的误差 $[R_x^{-1} - \exp(-R_x)]$ 明显大于丢掉粘性项引起的误差 $\exp(-R_x)$ 。根据上述讨论不难导出离散单元流动守恒方程组。

表 2 平板超声速绕流 NS 计算中,网格雷诺数 R_x 和 R_y 随 x 和 y 的变化。

Table 2 Variation of R_x and R_y with x and y in supersonic flow passed a plate in calculation of NS equations

y	x=0.203125		x=0.67185	
	R_y	R_x	R_y	R_x
6.8318 E-05	2.1986 E-05	23.2719	2.8811 E-06	11.6796
4.2860 E-04	4.1205 E-04	106.534	6.8105 E-05	61.0888
9.8261 E-04	2.2414 E-03	178.743	4.1426 E-04	112.752
1.8338 E-03	8.7468 E-03	252.828	1.6616 E-03	165.524
3.1399 E-03	3.2678 E-02	359.279	5.7386 E-03	222.950
5.1403 E-03	0.1425	590.754	1.9761 E-02	299.260
8.1948 E-03	0.7018	1181.81	7.8718 E-02	440.081
1.2838 E-02	1.771	1589.47	0.3981	805.312
1.9848 E-02	2.991	1612.20	1.310	1466.14
3.0322 E-02	5.595	1628.49	2.123	1580.96
4.5734 E-02	13.41	1672.56	3.277	1584.43
5.0566 E-02	14.52	1671.72	3.657	1585.08
6.7905 E-02	6.568	1601.80	5.112	1587.08
9.0149 E-02	0.3046	1563.97	7.262	1589.69
0.1180	5.3411 E-03	1562.52	10.99	1593.75
0.1518	4.1898 E-05	1562.50	21.80	1601.57
0.1915	1.7057 E-07	1562.50	20.69	1626.22
0.2360	4.1813 E-10	1562.50	1.715	1613.69
0.2837	3.1396 E-13	1562.50	4.4690 E-02	1567.52

以不可压二维流动为例,离散单元流动守恒方程组为

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \begin{cases} \text{div}(\vec{u}) = 0 & (R_x, R_y < R_c) \\ v \nabla^2 \vec{u} & (R_x, R_y > R_c) \\ 0 & (R_x > R_c, R_y < R_c) \\ v \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial y^2} & (R_x > R_c, R_y > R_c) \\ v \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial x^2} & (R_x < R_c, R_y > R_c) \end{cases} \quad (5)$$

由此可见离散单元流动的守恒方程组共有三种:即 Euler, DPNS 和 NS 方程组。与常见的在整个计算区域解算一种守恒方程组的算法不同,DFD 算法需要同时解算三种守恒方程组。相应地整个计算区域可被划分成由守恒方程组为 Euler, DPNS 和 NS 方程组的三类子区域。例如在绕流问题中,这三个子区域分别为外部无粘区,固壁附近的粘性区和粘性区中的分离区(包括底部区)。

DFD 算法的具体构造方法有二种^[26-28]:一是从 NS 格式出发,设计开关函数,并根据网格 Re 数与 R_c 的大小比较选用 Euler 格式或 DPNS 格式或 NS 格式,这是网格 Re 数判别

法;另一个是把整个计算区域分为上述三类子区域,仍从 NS 格式出发,设计开关函数,在这三个子区域中分别采用 Euler 格式、DPNS 格式和 NS 格式,该法可称为 DFD 分区法。显然 DFD 分区法比网格 Re 数判别法更简单和省机时。超声速绕前、后台阶流和激波-边界层干扰流动的数值实验^[25,27,28]表明:DFD 算法和 NS 方程组计算的结果相符很好,参见图 5-图 10。图 5-图 7 是绕前台阶流的计算结果,计算参数 $M = 2.3$, $Re = 720$, $T_w = T = 293^\circ K$,基点数 84×101 ;图 8-图 10 是绕后台阶流的结果,计算参数 $M = 4.08$, $Re = 849$, $T = 1046^\circ K$, $T_w/T = 0.2957$,基点数 54×41 。初步证实了 DFD 算法既符合绕流问题的物理特性,又节省机时,特别是不存在常见分区算法中的边界匹配问题。DFD 格式比 TVD 型 NS 格式节省 CPU 时间约 30%^[25,27,28]。应该指出,TVD 型格式中无粘项的计算很费机时,若采用无粘项计算费时较少的 NS 格式,那么 DFD 格式比 NS 格式节省的 CPU 时间会比 30%还多。

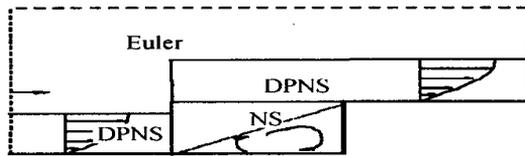


图 5 超声速前台阶流动的 DFD 分区图

Fig 5 Zoned sketch of DFD method for supersonic flow over forward step

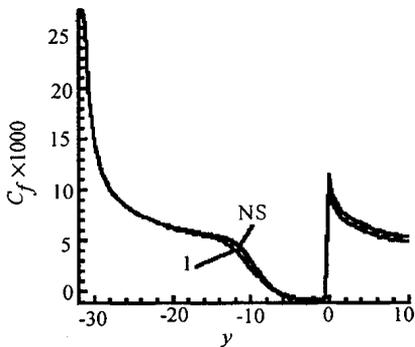


图 6 超声速绕前台阶流动壁面摩擦系数分布

Fig 6 Wall skin friction coefficient of supersonic flow over forward step

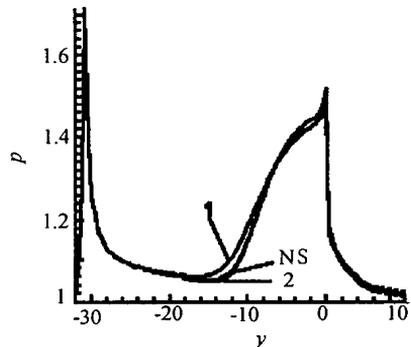


图 7 超声速绕前台阶流动壁面压力分布

Fig 7 Wall pressure distribution of supersonic flow over forward step

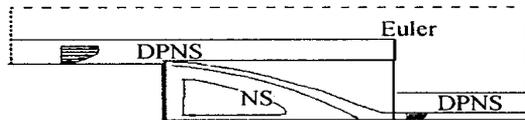


图 8 超声速绕后台阶流动的 DFD 分区图

Fig 8 Zoned sketch of supersonic flow over backward step

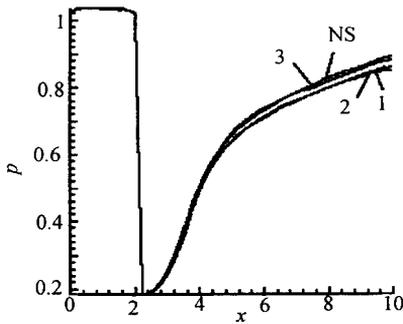


图 9 超声速绕后台阶流动壁面压力分布
Fig 9 Wall pressure distribution of supersonic flow over backward step

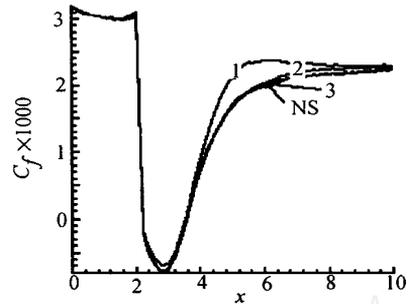


图 10 超声速绕后台阶流动壁面摩擦系数
Fig 10 Skin friction coefficient of supersonic flow over backward step

4 结束语

对于高 Re 数流动的数值求解,不论是在整个计算区域中求解一种守恒方程组,还是 DFD 算法中同时求解多种守恒方程组,DPNS 均与 Euler 和 NS 守恒方程组一样,都是必不可少的一种基本守恒方程组。Euler 和 NS 方程组早已得到公认和广泛应用,把 DPNS 方程组作为基本守恒方程组加以应用,只是近二十多年的事。因此在 CFD 中有意识地发挥 DPNS 方程组的作用,将有助于高 Re 数流动科学计算的更好发展。

对高 Re 数 NS 守恒方程组的计算结果进行数值——物理分析,既从新的角度导出了 DPNS 方程组,更提炼出了离散流体力学 (DFD) 的算法思想。实际上,这是把数值分析形成的理论用来指导计算和改进算法的结果,而且,DFD 算法既与高 Re 数流动的物理特性相符,又节省机时,且不存在常见分区算法中的边界匹配问题。这也显示了数值计算和物理分析相结合的必要性和好处。

参 考 文 献:

- [1] 张涵信,庄逢甘. 与物理分析相结合的计算流体力学[A]. 钱学森技术科学思想与力学[M],国防工业出版社,2002,128-146.
- [2] ZHUANG F G, ZHANG H X. Computational fluid dynamics in China[R]. AIAA87-42082,1987.
- [3] ZHUANG F G, GAO Z. Researches on physical and numerical aspects of the simplified Navier-Stokes equations in China[J]. *Comput fluid Dyn. Jour.* 1994,2(4):393-405.
- [4] 高智. 无粘外流和粘性边界层联立求解、无粘外尾流和粘性内层流联立求解方案[R]. 中国科学院力学研究所科技报告,1967,详细摘要见“简化 Navier-Stokes 方程组及无粘流与粘性边界层联立求解”[J],力学学报,1982 14(6):606-611.
- [5] RUDMAN S, RUBIN S G. Hypersonic viscous flow over slender bodies with sharp leading edge[J]. *AIAA J.* 1968,6(6):1883-89.
- [6] DAVIS R T. Numerical solution of the hypersonic viscous shock-layer equations[J]. *AIAA J.* 1970,8(8):843-51.
- [7] TOLSTGKH A I. Aerodynamic characteristics of hypersonic flow past a sphere in rarefied gas region[J]. *Esu. Akad. Nauk. SSSR MFG* 1969(6):69-79.
- [8] 高智. 流体力学方程组的层次结构和简化 Navier-Stokes 方程组[J]. 力学学报,1988 20(2):107-116.

- [9] 高智. 论简化 Navier-Stokes 方程组[J]. 中国科学(A 辑),1987(10):1058-1070.
- [10] RUBIN S G, TANNEHILL J C. Parabolized/ reduced Navier-Stokes computational techniques[C]. Annu. Rev. Fluid Mech. 1992,24:117-144.
- [11] GOLOVACHEV Y P. Numerical simulation of viscous shock layer flows[M]. Kluwer Academic Publishers 1995.
- [12] ANDERSON D A, TANNEHILL J C and FLETCHER R H. Computational fluid mechanics and heat transfer[M]. Hemisphere McGraw Hill 1998.
- [13] 高智. 粘性流体力学研究的若干进展[J]. 中国科学院院刊,1998,3:187-192.
- [14] MILLER J H et al. Development of upwind PNS code for thermo-chemical nonequilibrium flows[R]. AIAA Paper 95-2009 1995.
- [15] WADAWADIGI G et al. A 3-D upwind PNS code for chemically reacting scramjet flow fields[R]. AIAA paper 92-2829 1992.
- [16] 陈作斌,王灿晨. 计算空气动力学研究发展 50 年(1949 - 1999) [M]. 将刊登在中国空气动力学研究发展 50 年(1949 - 1999).
- [17] BLOTTNER F G. Significance of the thin-layer Navier-Stokes approximation[A]. In: Cebeci. Ted. Numerical and Physical Aspects of Aerodynamic Flow vol.3 Springer-Verlag 1986, 184-196.
- [18] CEBECI T et al. Modeling and computation of boundary-layer flows[M]. Springer,1999.
- [19] 周光炯等. 流体力学(第二版) [M]. 高等教育出版社,2000.
- [20] 张涵信等. 网格与高精度差分计算问题[J]. 力学学报,1999,31(4):398-405.
- [21] GAO Z. Effects of physical and grid scales in difference computing of the Navier-Stokes equations: analysis, suggestion and application[A], In: proc. of Third Asia Workshop on Computational Fluid Dynamics[C]. Sept. 2000, Mianyang, China, 2000.
- [22] 高智. 强粘性层流理论及在粘性流计算中的应用[J]. 空气动力学学报,2001,19(4):420-26.
- [23] BALDWIN B S, LOMAX H. Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows[R]. AIAA Paper 78-257 1978.
- [24] 高智,申义庆. Navier-Stokes(NS) 方程组差分计算中的物理和网格尺度效应及 NS 方程组的简化[J]. 空气动力学学报,2001,19(1):1-7.
- [25] 申义庆. 广义扩散抛物化 NS 方程和大小尺度方程组的数值研究[D]. [博士学位论文],中国科学院,2001,6.
- [26] 高智. 流场计算中数值近似与力学近似相结合的几个问题[J]. 中国学术期刊文摘(科技快报),1997,3(5):615-17.
- [27] GAO Z. Computational methods for discrete fluid dynamics(DFD) [R]. AIAA paper 99-3580,1999.
- [28] 高智,申义庆. 粘性流动有限差分计算的新策略[J]. 中国科学(A 辑),1999,29(5):433-443.

Significance of diffusion-parabolized NS equations and its application to computational fluid dynamics

ZHUANG Fenggan¹, ZHANG De-Liang²

(1. China Aerospace Science Technology Corporation, Beijing, 100830, China;

2. Institute of Mechanics CAS Beijing, 100080, China)

Abstract: Early research works of diffusion-parabolized NS equations were firstly discussed: its proposal, mathematic characteristics, significance and application to Computational Fluid Dynamics. Meanwhile, the new developments of diffusion-parabolized NS equations have been reviewed, which were obtained by physical analyses on the numerical results of NS equations. Since

the difference of grid Re number in numerical calculation of high Re number flow was very large, a new computational method called the DFD method was produced. In DFD method three different conservation equations, Euler equations, DPNS equations and NS equations, have been adopted simultaneously. In this paper the construction and advantages of DFD scheme as well as its application are discussed. The advantages of DPNS equations and DFD method are shown by three numerical examples. DPNS equations, DPNS equations and DFD method were first presented by Gao Zhi. He and his students have verified numerically the correctness and effectiveness of these equations and methods.

Key words: computational fluid dynamics; diffusion parabolized NS equations; discrete fluid dynamics method

www.cnki.net