关于热传导测温中动态测温响应与误差估计*

陈　力，李德聪，丁雁生
（中国科学院力学研究所，北京 100080）

摘要：从理论上给出了关于热传导测温中动态测温响应与误差估计。

关键词：温度测量；误差；响应时间

1 引　言

在温度的动态测量中，应该合理地设计出温度计的尺寸，使温度计的响应时间满足动态温度测试的要求，估计出因温度计的响应时间给温度测量带来的最大温度测量误差。这类问题可以通过计算，给出正确的结果。但是，如果能给出这类问题的解析估计式，将会给工作带来很大的便利。

本文对温度的动态测量的实际情况，提出简化模型，给出温度计的响应时间及其带来的最大温度测量误差的曲线，并给出解析估计式。

2 温度测量模型

假设传热过程用热传导原理可描述的温度计是一片状温度计，测量面方向的尺寸比另外两个方向的尺寸要小很多，这样其测量过程可以用一维热传导方程来描述。

通常测温敏感元件的热传导系数与导温系数均应比其两边的物体的小很多，因此可认为测温敏感元件与周围物体没有热交换，即绝热。这样，热电偶温度计的响应时间及其带来的最大温度测量误差可以简化为这样的数学问题，测温敏感元件厚度为 L，待测温度物体和测温敏感元件紧密相连，测温敏感元件两个面分别为 $x=0$ 和 $x=L$，初始时温度都是 T_a。假设在 $x=0$ 处的温度线性变化（即外部温度变化），其时间变化率为 β，考察测温敏感元件中的温度分布及变化（即温度计的响应）。

测温敏感元件中的温度 T 分布控制方程为

$$\frac{\partial T}{\partial t}=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

初始条件为

$$T=T_a \qquad t=0$$

边界条件为

$$T=T_a+\beta t \qquad x=0$$

$$\frac{\partial T}{\partial x}=0 \qquad x=L$$

式中：$\alpha=k/\rho c$。这样就给出了完整的数学提法。

3 结果与讨论

令 $x'=\frac{x}{L}, t'=\frac{\alpha t}{L^2}, T'=\frac{\alpha(T-T_a)}{\beta L^2}$

则有

$$\frac{\partial T'}{\partial t'}=\frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2}$$

$$T'=0 \qquad t'=0$$

---

* 作者简介：陈　力（1964—　），男，副研究员。

$$T' = t' \qquad x' = 0$$

$$\frac{\partial T'}{\partial x'} = 0 \qquad x' = 1$$

此方程的解为

$$T' = t' + \frac{x'^2}{2} - x' + \sum_{n=1}^{+\infty} A_n e^{-\frac{(2n-1)^2\pi^2}{4}t'} \sin\frac{(2n-1)\pi x'}{2} \tag{1}$$

式中：$A_n = \int_0^1 (2x - x^2)\sin\frac{(2n-1)\pi x}{2}\mathrm{d}x$。

测温敏感元件中的温度比 $x=0$ 处的温度相差 $\Delta T = T(0,t) - T(x,t)$

即

$$\Delta T = \frac{\beta L^2 \Delta T'}{\alpha} = \left[x' - \frac{x'^2}{2} - \sum_{n=1}^{+\infty} A_n e^{-\frac{(2n-1)^2\pi^2}{4}t'} \sin\frac{(2n-1)\pi x'}{2}\right]\frac{\beta L^2}{\alpha}$$

由此得

$$\Delta T = \frac{\beta L^2}{\alpha}\Delta T'(x',t') < \frac{\beta L^2}{2\alpha}$$

这是一个很有用的热传导动态温度测量中的温度测量误差估计式。从中可以看出，温度测量误差与温度测量敏感元件厚度的平方成正比、与敏感元件的导温系数成反比、与外界温度变化速度成正比。无量纲温度差别 $\Delta T'$ 最大为 0.5。

从温度分布式(1)和外部温度变化的边界条件的比较中还可以看出，若敏感元件中的温度与外部温度一样，则在时间上最多滞后了 0.5 倍的特征时间。也就是说，敏感元件热响应时间最慢为 0.5 倍的特征时间。

4 结 论

温度测量敏感元件的温度滞后于外界温度的变化，其滞后时间不超过敏感元件的半个特征时间，即在热传导动态温度测量中，温度测量敏感元件的热响应时间可估为$\frac{L^2}{2\alpha}$。温度测量无量纲误差不超过0.5，也就是说，因温度测量敏感元件的热响应时间而带来的最大温度测量误差约为$\frac{\beta L^2}{2\alpha}$。