

# 分形图像压缩方法研究的新进展

李明水<sup>1</sup>, 欧珊瑚<sup>2</sup>, 张珩<sup>2</sup>

(1. 北方交通大学, 北京 100044; 2. 中国科学院力学研究所, 北京 100080)

**摘 要:** 分形图像压缩是一种利用迭代函数系统理论 (IFS)、基于自相似特征的有损编码方法。它以其高压缩比的潜在性能而在近年来倍受重视, 但目前实现自动 IFS 编码仍有相当难度, 该领域仍存在许多问题亟待解决。笔者对分形图像压缩的理论基础、自动分形图像压缩的实现以及分形图像序列压缩等进行了全面的综述, 介绍了各种具有代表性的改进算法, 阐明了各个算法的原理和特点, 最后对目前研究中存在的问题及可能的对策和研究方向进行了讨论。

**关键词:** 分形; 图像压缩; 迭代函数系统; 图像序列

**中图分类号:** TP 391

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1003-0158(2004)02-0143-10

随着现代通信技术的发展, 如何有效地存储、记录和传输大容量图像信息已成为人们日益关心的问题。高质量传输和存储图像的一种途径, 是将连续的图像信息离散化, 形成数字化图像, 然后对数字图像数据按一定的规则进行变换和组合, 从而实现以尽可能少的比特数来表示尽可能多的数据信息。图像压缩研究的目的是通过去除图像的冗余信息, 减少表示图像所需的二进制数量。目前, 图像压缩方法已有百余种, 分形压缩方法借助于编码效率高、与分辨率无关、算法思想简单等潜在优势, 成为当今国际上图像编码领域中令人瞩目的研究方向。

分形的概念最初是由美国 IBM 公司的数学家 B B Mandelbrot 于 1975 年提出的<sup>[1], [2]</sup>, 其目的是用来解决经典欧几里德几何学难以解决的自然真实图像的描绘问题, 其研究对象为自然界和社会活动中广泛存在的无序而具有相似性的系统。称为分形的结构一般都存在内在的几何规律性, 即“比例自相似性”。在一定的标度范围

内, 对景物图像的局部区域进行放大, 会发现其不规则程度与景物本身是一样的或极其近似的。另外, 某一局部区域经移位、旋转、缩放等处理后在统计意义下与其它局部区域十分相似。这表明分形决不是完全的混乱, 在它的不规则性中存在着一定的规则性。同时, 它暗示了自然界中一切形状及现象都能以较小或部分的细节反映出整体的不规则性<sup>[3]</sup>。分形图像压缩的思想就是利用了图像本身存在的自相似性, 利用局部、较小的图像区域映射、变换生成较大的区域, 因而消除了图像区域之间的冗余信息, 减少了存储图像的比特数, 从而达到压缩图像的目的。

## 1 分形图像压缩理论

分形图像压缩的理论基础是迭代函数系统、Banach 不动点定理和拼贴定理。

为了讨论图像压缩, 首先需要建立数学模型。常用的灰度图像模型有 3 种: 测度空间、像素数据和函数模型<sup>[4]</sup>。对于不同的图像模型, 使

收稿日期: 2003-01-21

作者简介: 李明水 (1960-), 男, 吉林长春人, 在读博士研究生, 主要研究领域为数字建模、图像分析及计算机远程交互技术。

用不同的数学工具。当以测度作为图像模型时，就是将图像表示为平面上的一种测度  $m$ 。此时，明暗度就能由平面子集  $A$  上的度量  $m(A) = \int_A dm$  来表示；在像素数据模型中，将图像表示为离散像素的集合，每个像素具有的离散值代表一个灰阶，每个像素的比特数确定了灰度的分辨率，而总的像素数目就确定了图像的分辨率；函数模型是笔者采用的模型，它主要应用数学分析。

### 1.1 迭代函数系统(IFS)

1981年，John E Hutchinson 首次引入了迭代函数系统 (Iterated Function System, 简称 IFS) 的理论<sup>[5]</sup>(术语 IFS 是由 M F Barnsley 于 1985 年提出的<sup>[6]</sup>)，将度量空间中的压缩变换集作为动力系统的模型。

一个迭代函数系统是由一个完备距离空间  $(X, d)$  和一组分别具有压缩因子  $s_n$  的有限个压缩映射组成

$$w_n = X \rightarrow X, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad \text{记为} \\ \{X; w_1, w_2, \dots, w_N\}$$

系统表示为  $\{X; w_1, w_2, \dots, w_N\}$ ，且具有压缩因子  $s = \max\{s_1, s_2, \dots, s_N\}$ 。

### 1.2 Banach 不动点定理 (Banach's Fixed Point Theorem)<sup>[7]</sup>

设  $\{X; w_1, w_2, \dots, w_N\}$  是一个 IFS，以  $s$  为压缩因子，则

(1) 由下式定义的  $W: H(x) \rightarrow H(x)$

$$W(B) = \bigcup_{n=1}^N w_n(B) \quad \forall B \in H(x)$$

是在完备距离空间  $(H(x), h(d))$  上以压缩因子  $s = \max\{s_1, s_2, \dots, s_N\}$  的压缩映射，即

$$h(W(B), W(C)) \leq s \cdot h(B, C), \quad \forall B, C \in H(X)$$

(2) 压缩变换  $W$  存在唯一不动点  $\bar{A} \in H(X)$ ，满足

$$\bar{A} = W(\bar{A}) = \bigcup_{n=1}^N w_n(\bar{A})$$

而且不动点可以通过迭代得到，即

$$\bar{A} = \lim_{n \rightarrow \infty} W^n(B) \quad \forall B \in H(X)$$

其中， $W^0(B)$  表示变换  $W$  的  $n$  次复合，即  $W^0(B) = W(B)$ ， $W^n(B) = W(W^{n-1}(B))$ 。

不动点  $\bar{A} \in H(X)$  称为 IFS 的吸引子 (Attractor)。

### 1.3 拼贴定理 (Collage Theorem)<sup>[7]</sup>

拼贴定理是 M F Barnsley 在 1988 年提出的，它回答了这样一个问题：对于一个给定的分形，如何求得以它为吸引子的 IFS。

设  $(X, d)$  是一完备距离空间，令  $L \in H(X)$ ， $e > 0$  是给定的，如果可以找到一个收缩因子为  $s$  ( $0 < s < 1$ ) 的 IFS  $\{X; w_1, w_2, \dots, w_N\}$ ，使得下式成立

$$h\left(L, \bigcup_{i=1}^N w_i(L)\right) < e$$

其中  $h(\cdot, \cdot)$  为 Hausdorff 距离，则有

$$h(L, \bar{A}) \leq \frac{h\left(L, \bigcup_{i=1}^N w_i(L)\right)}{1-s} < \frac{e}{1-s}$$

拼贴定理所表达的物理意义可以表述为：如果给定一幅图像，试图寻找一个 IFS，使其吸引子与给定的图像相似或相近，那么必须在给定的图像空间中找一组压缩仿射变换系数，使得对各个压缩映射变换后的结果(即给定图像自身的各个小“拷贝”)能够拼贴成一幅图像，并且使该图像在 Hausdorff 距离下尽量地接近于原给定图像，这样就可以用这样一组仿射变换系数作为给定图像的编码。拼贴定理可以理解为集合并的过程，而 IFS 吸引子与原给定集合之间的误差由拼贴的过程定量给出<sup>[8]</sup>。

## 2 自动分形图像压缩算法

将迭代函数系统应用于图像压缩编码，最早是由 Barnsley 和 Sloan 提出的<sup>[9]</sup>，其算法是一种人机交互的拼贴方法，在实现时，需要借助于边缘检测、频谱分析、纹理分析、分数维等图像处理技术对图像进行子图分割，建立规模庞大的分形库，在库中以 IFS 参数的形式存储一些有意义的小的形状。由于目前还没有一种自动的计算机子图分割方法，同时，分形库的规模大，没有统一的建库方法，所以交互式分形图像压缩方法的

实用价值并不高。1990年, A E Jacqain 提出了全自动的分形图像压缩算法<sup>[10], [11]</sup>。这种方法是基于局部的仿射变换代替全局的仿射变换, 基于图像划块的方式, 通过搜索匹配得到图像的IFS码。随后, Fisher 改进了该方法<sup>[12], [13]</sup>, 此即目前分形图像压缩编码中的主要方法。

不失一般性, 以大小为  $2^N \times 2^N$  的数字灰度图像  $A$  为例。

### (1) 分块及变换

将图像  $A$  分割成  $n$  个互不重叠的值域块 (Range Block)  $\{R_i, i=1, 2, \dots, n\}$ , 其尺寸为  $2^R \times 2^R$ , 使图像  $A = \bigcup_{i=1}^n R_i$ , 且  $R_i \cap R_j = \emptyset, i \neq j$ 。

再将图像  $A$  划分为较大的可以交迭的定义域块 (Domain Block), 用  $\{D_j\}$  表示, 其尺寸为  $2^D \times 2^D (D > R)$ ,  $D_i \cap D_j \neq \emptyset, j=1, 2, \dots, (2^N - 2^D + 1) \times (2^N - 2^D + 1)$ 。对于任意一个值域块  $R_i$ , 寻求某个定义域块  $D_j$ , 使得  $D_j$  通过某个仿射变换  $w_i$  近似于  $R_i$ , 即  $R_i \approx w_i(D_j)$ 。由于  $D_j$ ,  $R_i$  比整个图像小得多, 因此, 只要子块划得足够小, 局部的自相似性总是存在的。

### (2) 算法实现

以  $256 \times 256 \times 8$  图像为例, 具体说明自动分

$$S = \left[ n \sum_{i=1}^n a_i b_i - \sum_{i=1}^n a_i \sum_{i=1}^n b_i \right] / \left[ n \sum_{i=1}^n a_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n a_i \right)^2 \right]$$

$$O = \left[ \sum_{i=1}^n b_i - S \cdot \sum_{i=1}^n a_i \right] / n$$

以  $256 \times 256$  标准测试图像 Lena 为例, 可以

形图像压缩算法的实现。

1) 对图像  $A$  进行值域块划分: 设  $R_i = 8 \times 8$  为值域块, 各值域块互不交迭但又恰好接触, 即  $A = \{ \cup R_i, i=1, 2, \dots, 1024 \}$  且  $R_i \cap R_j = \emptyset$ , 当  $i \neq j$

2) 对图像进行定义域块划分: 设  $D_i = 16 \times 16$  为定义域块,  $D_i$  是交迭的, 相邻  $D$  块相隔两个像素, 形成图像的  $\{D$  库}。很显然, 定义域块中像素数目为值域块中像素数目的四倍, 为了匹配定义域块和值域块, 首先必须采用抽样法或均值法缩小定义域块后再与值域块做搜索匹配。压缩后的定义域块  $D_i$  大小为  $8 \times 8$ , 且  $D_i$  相邻差一个像素, 从而形成了新的  $\{D$  库}。

3) 设值域块  $R_i$  中各像素点的灰度值分别为  $b_1, b_2, \dots, b_n$ , 压缩后的定义域块  $D_i$  中各像素点的灰度值分别为  $a_1, a_2, \dots, a_n$ ,  $s_i$  和  $o_i$  分别表示灰度变换的对比度和亮度, 则定义评测指标为

$$R = e^2(D) = \sum_{i=1}^n (S \cdot a_i + O - b_i)^2$$

为求得  $R$  的极小值, 必须满足条件

$$\frac{\partial R}{\partial S} = 0, \quad \frac{\partial R}{\partial O} = 0$$

从而

给出各次迭代所产生的恢复图像如图 1 所示。



(a) 初始迭代图像 (b) 迭代 1 次后的结果 (c) 迭代 2 次后的结果 (d) 迭代 10 次后的结果

图 1 自动分形图像压缩算法的结果

如果将值域块  $R_i$  大小取为  $4 \times 4$ , 能大大提

高压缩的质量, 但同时也付出了增加编解码时间

的代价,特别是编码的时间会随着值域块尺寸的划分大大增加,压缩比相应地减小。

(3) 算法复杂度分析

自动分形图像压缩算法的计算复杂度是相当大的,一幅尺寸为  $2^N \times 2^N$  的灰阶图像  $A$ ,被划分为尺寸为  $2^R \times 2^R$  的值域块,则  $A$  中包含的子块数为

$$n = (2^N \times 2^N) / (2^R \times 2^R) = (2^{N-R})^2$$

对于每一个  $R_i$ ,如果定义域块的尺寸为  $2^D \times 2^D$ , ( $D > R$ ),那么可能搜索的最大自相似块  $D_j$  的数目为  $(2^N - 2^D + 1) \times (2^N - 2^D + 1)$ ,另外,对一个方块像素块,通常要采用 8 种对称变换方式,这样,对每一个  $R_i$ ,必须有  $8 \times (2^N - 2^D + 1) \times (2^N - 2^D + 1)$  次匹配计算,才能找到一个全局最优的编码参数,其搜索的量级为  $O((2^N)^3) \sim O((2^N)^4)$ 。

### 3 序列图像压缩算法

1989年, Barnsley<sup>[14]</sup>从理论上提出 IFS 可推广到运动图像,只是它的理论是建立在分形空间的点集上,讨论的是正问题,即从已知的仿射变换中迭代出自然图像,如果对这些仿射变换系数略加控制,就可自然图像运动起来。但 Barnsley 没有发表从运动图像中自动抽取仿射变换系数的方法,因而基于块的仿射变换系数计算方法仍为运动图像压缩的主要途径。

#### 3.1 完全基于静态图像的运动图像分形编码

完全基于静态图像的运动图像编码,是在一个给定帧内采用传统的分块的分形编码,而帧间编码中采用运动检测和定义域块和值域块匹配的方式,只是值域块不在本帧内找,而是在前一帧中去寻找。这种方法与静态图像编码的不同之处在于:

- (1) 采用运动检测方法,将图像分割为静止区和运动区两部分;
- (2) 对运动区进行位移估计;
- (3) 进行运动预测,用位移估计进行运动区的预测编码;
- (4) 对预测误差做进一步的编码,即误差补偿。

如果待编码图像序列为彩色图像序列,可将三基色转换为亮度信号和色差信号,以获得更大的压缩比。

#### 3.2 三维分形编码

Lazar<sup>[15]</sup>等人提出了基于编码 3D 数据块的分形编码方案,实现了真正的帧间分形图像编码,所使用的算法思想仍然是二维块迭代函数系统的基本思想。算法的基本过程是:先将视频图像序列划分为  $R$  帧和  $D$  帧,从  $R$  帧中得到 3D 值域块,从  $D$  帧中选择相应的 3D 定义域块,然后再利用与静态图像类似的定义域块搜索算法,就可实现 3D 块分形编码。

3D 块分形编码能得到较二维高得多的压缩比,典型值如 40 到 77 倍,原因在于编码每一个 3D 值域块需要的附加系数比独立的 2D 值域块少。为了减少 3D 运算的复杂度,可以采用在空间轴和时间轴上分别处理的方法:首先在空间域上对定义域块和值域块处理,然后再在时间轴上处理。Lazar 已在相关文献中给出了详细的图像序列分形编码算法的伪码描述及其实验结果。

Lazar 的算法虽然已将 3D 搜索简化为在时间和空间上分别进行搜索,但其计算复杂度仍过高。为了减少计算量, Franich 等<sup>[16]</sup>提出:通过在时间轴上的运动检测及前一图像的 IFS 码,预测下一图像的 IFS。这一方法是 Lazar 算法的一个次优实现,其压缩能力较 Lazar 方法低,但可以节约大量的编码时间,因此是很有吸引力的。

### 4 分形图像压缩算法的改进

交互式分形编码方法和自动分形编码方法的理论基础都是迭代函数系统理论,前者的优点是压缩比高、压缩效果好,缺点是需要人工参与,后者的优点是编解码都能由计算机自动完成、编码效果与较好的传统图像压缩方法(如 JPEG)相比处于同一级别<sup>[17]</sup>、解码速度快,缺点是编码时间长、压缩比不高。编码时间长的原因是匹配搜索量很大,压缩比不高的原因是在自动分形图像压缩方法中不能考虑整体与局部的自相似性,同时分块简单且对变换进行了很大的限制。分形图像压缩方法还没有充分显示出其应有的优势,还存在许多问题有待于进一步解决。

为了改进分形图像压缩算法,目前国内外的

学者已提出了多种方法<sup>[18]</sup>，其出发点概括起来，主要集中在如下4种情况：提高压缩比和编码效果、提高编码速度、提高解码速度、和其它方法结合的分形编码。

#### 4.1 提高压缩比和编码效果

根据理论分析可知，定义域块和值域块的大小对分形图像编码的质量和压缩比的影响是很大的，不妨考虑两种极端的情况：设定义域块为 $2^D \times 2^D$ 像素，值域块为 $2^R \times 2^R$ 像素，如果 $D$ 和 $R$ 很大，虽然定义域块库中的定义域块数目比较少，但很难找到值域块和定义域块之间的相似关系，经解码后的图像的质量必然会很差；相反地，如果 $D$ 和 $R$ 的尺寸很小，最小的一种情况是一个值域块为一个像素，定义域块为4个像素，那么总是可以找到非常好的自相似匹配系数，但此时图像编码的仿射变换数目剧增，并不能达到图像压缩的目的。为此，Fisher和Jacquin等人提出了根据容许误差 $e$ 改变值域块和定义域块尺寸大小的做法<sup>[10]、[19]、[20]</sup>，对大尺寸的值域块和定义域块之间的相似性选取合理的仿射变换系数，而对于大尺寸达不到要求的值域块，改变其边长，从 $2^R$ 到 $2^{R-1}$ ， $2^{R-2}$ ，...，相应的定义域块也同样缩小，定义域块和值域块之间的匹配尺寸是以容许误差 $e$ 和压缩比来进行的，这种方法称为自适应的四叉树编码方法。很显然，这种方法的编码效果和压缩比与给定误差 $e$ 的大小密切相关，如果 $e$ 大，则压缩比高，编码效果差，相反，如果 $e$ 小，则压缩比低，编码效果好。

提高压缩比和编码效果常用的另外一种方法是HV分割法。自动分形图像压缩方法对定义域块和值域块的划分都是建立在正方形的基础之上的，但是正方形并不是最好的分块形式，有些情况下，矩形、三角形、菱形、六边形等都可以作为图像划分的形式<sup>[21]~[26]</sup>，虽然这些划分有可能增加计算复杂度，但有时为了提高图像的解码质量，可以采用这些非正方形的块的分割。HV分割法将每个值域块划分为长方形，当值域块找不到与之相匹配的定义域块时，按水平或垂直方向划分成两个长方形区域，由于考虑了图像的内容，划分时使图像的水平边和垂直边与长方形值域块的边相对应，因为划分位置是可变的，所以可以使图像中的某些边尽可能成为长方形的值

域块的对角线，当这个长方形再次被划分成两个小长方形时，大的长方形与小的长方形之间的图像内容是自相似的，因此能够很好地匹配。HV分割法的解码图像质量要比四叉树方法高。文献[25]采用Delaunay三角剖分方法对图像划分，三角形划分打破了四叉树和HV方法严格 $90^\circ$ 旋转的限制，因此更适合图像中的自然边缘，可以减小重构图像中视觉上的人工痕迹，提高图像的主观质量。文献[24]采用了区域划分的方法，不求值域块保持方形形状，可以是不规则形状，目的是使值域块尽量大，从而减少总的变换数目，使压缩比增大，与Jacquin方法相比，此方法在相同图像质量下，压缩比提高一倍。

提高压缩比和编码效果的方法还有快速覆盖式分形压缩方法<sup>[27]</sup>和四叉树重组方法<sup>[28]</sup>，它们都是采用通过合并值域块来提高压缩比。前者的主要思想是：先以一给定尺寸对图像进行规则划分，然后按扫描线的顺序，对每个规则分区进行四连通扩充操作，在一定的误差阈值内，尽可能地合并规则值域块，在四连通扩充过程中，如果对某个规则值域块找不到合乎误差要求的定义域块，则将该值域块作四叉树划分，将划分得到的4个子图像代替该规则分区重新进行四连通扩充操作，设计算法时，取值域块和相应的定义域块面积比为1:4，误差计算采用最小方差测度。与快速覆盖式分形压缩方法不同的是，四叉树重组方法要求合并后的值域块为规则的。

由于自动分形图像压缩算法是基于分块的操作，这势必造成解码后的图像出现块状效应(如图1(a)所示)，而人的眼睛对此较为敏感，为此，可以采用2:1加权平均法或3:2:1加权不均法来消除块状效应<sup>[7]</sup>。

#### 4.2 提高编码速度

为了降低分形编码时搜索的复杂度，已提出了多种方法，概括起来主要有两类：一类是缩小定义域块的搜索范围<sup>[19]、[29]~[32]</sup>，改全局搜索匹配为邻域搜索匹配，即在构造值域块对应的分形编码时，仅在该值域块邻域内搜索匹配，这种方法只适合于满足近距自相似模型<sup>[31]</sup>的图像；第2类方法是将定义域块和值域块进行分类<sup>[20]、[33]、[34]</sup>，改全局搜索匹配为类内搜索匹配，从而在构造值域块对应的仿射变换时，只在同类的定义域块中

搜索匹配。上述两类方法都是以局部最优匹配代替全局最优匹配,在实际应用中,往往分类越多,分类匹配分形块编码的编码时间越短,而解码图像的质量越差,同理,邻域的范围越小,搜索步长越大,邻域匹配分形块编码的编码时间越短,而解码图像的质量相对越差。

图像块分类的准确性直接影响分类匹配分形块编码的时间和质量。因此,在分类匹配的分形块编码方法中,如何准确地寻找分类方法就成为研究的关键,目前提出的分类方法有:二级分类法、三级分类法<sup>[35]</sup>、基于人类视觉特性(HVS)分类法<sup>[36]</sup>、基于模型分类法<sup>[37]</sup>、原形分类法<sup>[7]</sup>、自适应码本簇化法<sup>[7]</sup>以及分类向量量化法<sup>[38]</sup>,其中,三级分类法是二级分类法的改进,在同等条件下,其编码速度要比二级分类法提高近65%,信噪比提高近0.5dB。文献[39]指出灰度均值和方差是较为准确的分类器。

#### 4.3 提高解码速度

从自动分形图像编码算法可以看出,解码时,一般只需要迭代十次左右就可以复现原始图像,然而在实际应用中,仍希望迭代次数越少越好,这样可以进一步减少解码时间,提高解码速度。常用的加速方法有金字塔式解码器<sup>[7]</sup>、去均值解码器<sup>[40]</sup>、最小迭代-不动点外插解码<sup>[41]</sup>、初始图像选择法<sup>[42]</sup>、非迭代算法、BCC和ICC算法等。

金字塔式解码器的基本原理是在图像的向量模式下,对仿射变换的系数矩阵进行变换,使拼贴子空间的基正交化,这样迭代可以在原图像的抽样部分进行。这种算法的解码迭代3~4次即可。

去均值解码算法基于用图像块的灰度均值来重构初始解码图像。在匹配前,各像素灰度值先用图像的均值减一次,再进行匹配。这种算法的迭代次数可以减少到传统分形算法的一半。

最小迭代-不动点外插解码方法从两个方面入手来提高解码速度:一是减少到达收敛图像所必须的迭代次数;二是限制迭代作用于较小尺寸的对象,然后用不动点外插获得所需尺寸的图像。这种算法将普通解码方法中单一的迭代模式扩展成为最小迭代-不动点外插混合模式,仅对最小尺寸图像使用 Gauss-Seidel 思想的快速迭代

算法生成不动点,然后借助“倍乘几何尺度”下分形变换不动点间的递推关系得到所需尺寸的解码图像,其速度较传统解码方法提高了近一个数量级。

#### 4.4 和其它方法结合的分形编码

近年来,有关分形与其它方法混合编码的研究取得了很好的效果。常用的混合方案有:分形与小波变换相结合的编码<sup>[43]-[54]</sup>、与DCT变换结合的编码<sup>[55]-[60]</sup>、与Hadamard变换结合的编码<sup>[61]</sup>、与双线性内插结合的编码<sup>[62]</sup>、与块截取变换结合的编码<sup>[63]</sup>、与加权有限自动机结合的编码<sup>[7]</sup>、与矢量量化结合的编码<sup>[25], [64]-[66]</sup>、与遗传算法结合的编码<sup>[67], [68]</sup>、与FFT算法结合的编码<sup>[69], [70]</sup>、与非线性模型相结合的编码<sup>[71], [72]</sup>、与算术编码相结合的编码<sup>[73]</sup>等。

分形与小波变换相结合的压缩方法是目前研究得最多的一种混合编码方案。小波变换是一种空间域和时间域相结合的图像分析手段,它将图像信号分解为具有不同尺度和空间选择性的一系列子空间信号,并可以由这些信号重构图像。基于小波变换的分形压缩过程,就是将待编码图像经过金字塔型离散小波变换后的系数在小波域内组成分层树状数据结构——小波树,这些跨越不同分辨率的小波树之间存在一定的相似性,可以通过分形变换来描述。编码过程就是一个由分层树状结构的顶部开始一层层向下预测其余系数的过程,这个由上至下、由粗及细的预测过程通过分形编码来完成。目前,在相近的压缩比的情况下,分形与小波变换混合编码结果的信噪比要比JPEG高得多,并且解码图像的主观视觉质量也远远优于JPEG。

分形与DCT方法混合编码方法有两种情况: DCT变换系数的分形编码方法<sup>[55]</sup>和以分形为主的DCT补偿方法<sup>[74]</sup>。前者的优点是:在空间域中难以找到自相似块的定义域块和值域块,在DCT变换系数中比较容易找到其自相似性,这是因为频率域的形状都是低频端振幅大,高频端振幅小的缘故; DCT变换的速度比较快;对DCT系数进行误差补偿,改进了图像压缩的质量。后者的编码思想类似于MPEG标准中对P帧进行运动矢量匹配后,对运动补偿块作DCT编码,它把运动矢量搜索看作是同一幅图像中值

域块到定义域块的匹配,即对图像先用四叉树的编码方法,如果图像的质量没有达到要求,则对经过分形编码后还没达到要求的误差部分,再用 DCT 进行编码和补偿,而 DCT 的图像质量和压缩比由量化因子控制,因而对误差和量化因子两个量的控制使图像的质量和压缩比得到了较好的调节。在解码时,将误差作为迭代函数系统中的偏移量进行处理。该方法的具体实现建立在四叉树编码基础上,其优点是同时利用了 DCT 较快的编码速度和分形编码较高的压缩比,通过调节四叉树分割阈值和 DCT 量化系数得到较好的综合结果。

分形与矢量量化结合的编码方法的基本思想是先处理粗糙近似的图像(低频部分),再据此构造误差图像分形编码的码书。Kim 提出在频域内,低频用矢量量化编码,高频用分形近似编码<sup>[65]</sup>,Changsu Kim 研究了一种在空间域内,通过传送粗糙近似的图像,而误差图像则用改进的 Shape-VQ 进行图像编码的方法<sup>[64]</sup>。对于边缘不复杂的图像,上述方法的编码效果较好,但对边缘复杂的图像,在保证一定的比特率的情况下,其解码图像的 PSNR 较差。为此,文献[75]提出了一种粗糙近似图像获取方法,首先采用基于压缩比预估计的四叉树分割法对图像进行分割,目的是控制压缩比,然后通过正交基三维分量投影,对图像块进行非平面近似来构造粗糙图像,目的是产生好的码书,最后按差值图像的匹配过程对差值图像进行分形矢量量化,这样在兼顾压缩比和峰值信噪比的同时,克服了传统分形编码算法编码速度慢的缺陷。

分形与遗传算法相结合,通过改进个体的基因编码方法,自适应地选择适应度函数和杂交位置概率,利用遗传算法所具有的并行计算的特点,有效地克服了传统搜索方法的缺点(如使搜索陷入局部最优,搜索方向的不确定性,计算时间长等),快速找到最优解,提高压缩比和编码效果。

## 5 分形图像压缩算法的研究方向

目前,分形编码还未完全实用化,其主要困难在于传统空域的分形压缩有很多瓶颈,例如,运算复杂度太大、收敛过程较难预测和控制、高压压缩率时的块状效应等。尽管自动图像压缩算

法的改进工作已持续了十几年,但编码时间、压缩比以及压缩效果仍不够理想,远没有达到分形本身应该达到的效果,因而,在当前图像压缩编码中还不占主导地位。为了能真正发挥分形高压压缩比的潜力,必须寻求 IFS 码算法的突破,找到编码实现的快速算法,或者对分形块压缩方法作出重大改进,否则分形图像压缩技术很难与成熟的 JPEG 和 MPEG 竞争。下面针对分形图像压缩算法存在的问题,提出可能的对策或研究方向进行探讨:

(1) 在自动分形图像压缩算法的基础上,继续寻找减小计算复杂度、提高编码质量和压缩比的改进算法;

(2) 继续研究分形压缩编码方法与其它方法相结合的新的压缩算法;

(3) 开发能将图像精确地分割为有意义的物体的有效方法,目前,利用“小波”来帮助图像分割,是分形图像中的一个热门话题;

(4) 开展分形图像压缩算法在序列图像编码中的应用研究。对视频图像序列来说,当前帧中的物体一般是上一帧中物体的某种变换,对这一信息的有效利用是研究的重点。

## 6 结束语

分形理论在图像压缩编码中的应用是一个非常诱人的研究领域,其主要特点是在获得高压压缩比的同时能保持较好的解码图像质量、运算速度与提高图像分辨率的关系不大、选择适当的分形模型完全可以构造出清晰的边缘细节、解码过程快捷等。考虑到图像压缩在多媒体网络通信领域中的重要地位,同时考虑到分形编码技术的上述优点,不难预见,分形图像编码技术作为一个年轻的、有着独特优势的新兴图像压缩方法,将有着巨大的发展潜力和广阔的应用前景。

### 参 考 文 献

- [1] Mandelbrot B B. The fractal geometry of nature[M]. San Francisco, Freeman, 1982. 15~18.
- [2] 齐东旭. 分形及其计算机生成[M]. 北京: 科学出版社, 1996. 3~5.
- [3] Peitgen H-O, Saupe D. The science of fractal image[M].

- New York: Springer-Verlag, 1988. 20~21.
- [4] 陈守吉, 张立明. 分形与图象压缩[M]. 上海: 上海科技教育出版社, 1998. 6~10.
- [5] John E Huchinson. Fractals and self similarity[J]. Indiana University Mathematics Journal, 1981, 35(5): 713~747.
- [6] Barnsley M F, *et al.* Iterated function systems and the global construction of fractals [A]. In: Proc. Roy. Soc [C]. London A399. 1985. 243~275.
- [7] Fisher Y. Fractal image compression: theory and application[M]. New York: Springer-Verlag, 1995. 49~51.
- [8] 杨长生. 图像与声音压缩技术[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 2000. 34~36.
- [9] Barnsley M F, Sloan A D. A better way to compress images[J]. Byte, 1988, 13(1): 215~223.
- [10] Fisher Y. Fractal encoding: Theory and application to digital image[M]. New York: Springer-Verlag, 1994. 12~14.
- [11] Jacquin A E. Fractal image coding: A review[J]. Proceeding of the IEEE, 1993, 81(10): 1451~1465.
- [12] Fisher Y. Fractal image compression[J]. Fractals, 1994, 2(3): 347~361.
- [13] Barnsley M F. Fractals everywhere[M]. Boston: Academic Press, 1998. 44~68.
- [14] Barnsley M F, Hurd L P. Fractal image compression[M]. Wellesley, MA: Peters, 1993. 75~88.
- [15] Lazar M S, Bruton L T. Fractal block coding of digital video[J]. IEEE T-CAS for Video Technology, 1994, 4(3): 297~308.
- [16] Franich R E H, Lagendijk R L, Biemond J. Fractal picture sequence coding: Looking for the effective search[A], In: PCS' 94 [C]. Sept, 1994. 433~436.
- [17] 蒋国瑞, 钟玉琢. 分形图像压缩技术进展[A]. 大连 - 香港国际计算机会议论文集[C]. DL-HKICC' 98, 1998. 341~346.
- [18] Brendt Wohlberg, Gerhard de Jager. A review of the fractal image coding literature[J]. IEEE Trans. Image Processing, 1999, 8(12): 1716~1729.
- [19] Jianmin Jiang. A low-cost content-adaptive and rate-controllable near-lossless image codec in DPCM domain[J]. IEEE Trans. on Image Processing, 2000, 9(4): 543~554.
- [20] Jacobs E W, Fisher Y, Boss Y D. Image compression: A study of the iterated transform method[J]. Signal Processing, 1992, 29(3): 251~263.
- [21] Fisher Y, Menlove L. Fractal encoding with HV partitions, fractal image compression — theory and application[M]. New York: Springer Verlag, 1994. 23~26.
- [22] Davoine F, Bertin E, Chassery J M. From rigidity to adaptive tessellation for fractal image compression: Comparative studies[A]. In: Proc of IEEE 8<sup>th</sup> Workshop on Image and Multidimensional Signed Processing [C]. 1993. 56~57.
- [23] Davoine F, Bertin E, Chassery J M. An adaptive partition for fractal image coding[J]. Fractals, 1997, (5): 243~256.
- [24] Thomas L, *et al.* Region-based fractal image compression using heuristic search[J]. IEEE Transaction on Image Processing, 1995, 4(6): 832~838.
- [25] Franck Davoine, Marc Antonin, Jean-Marc Chassery, *et al.* Fractal image compression based on delaunay triangulation and vector quantization[J]. IEEE Trans. Image Processing, 1996, 5(2): 338~346.
- [26] Deng Huaqiu, Weng Wenhua, Li Li, *et al.* An efficient fractal image compression method [A]. In: 1997 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics. Computational Cybernetics and Simulation [C]. 1997(5): 4204~4206.
- [27] 颜飞翔, 蔡宣平, 孙茂印. 快速覆盖式分形压缩算法[J]. 中国图像图形学报, 1997, 2(9): 589~592.
- [28] David J Jackson, Wagdy Mahmoud, William A Stapleton, *et al.* Faster fractal image compression using quadtree recomposition[J]. Image and Vision Computing, 1997, 15(10): 759~767.
- [29] Monro D M, Woolley S J. Fractal image Ccompression without searching[A]. In: Proc. IEEE Int. Conf. On Acoustics, Speech and Signal Processing [C]. South Australia: Adelaide, 1994, 557~560.
- [30] Zhang Z B, Zhu Y T, Zhu G X, *et al.* Hybrid fractal



- image coding method [A]. In: Ansari R. Proc. SPIE, VCIP' 96 Florida [C]. 1996. 1360~1366.
- [31] 张正炳, 朱耀庭, 朱光喜, 朱芳. 基于近距自相似模型的分形图像编码方法[J]. 通信学报, 1997, 18(2): 30~34.
- [32] Bedford T, Dekking F M, Keane M S. Fractal image coding techniques and contraction operators [J]. Nieuw Arch. Wisk, 1992, 10(3): 185 ~ 217
- [33] Jacquin A E. Image coding based on fractal theory of iterated contractive image transformations[J]. IEEE Trans. Image Processing, 1992, 1(1): 18~30.
- [34] 秦峰, 吴征. 分区 IFS 图像压缩编码[J]. 通讯学报, 1997, 18(5): 1~7.
- [35] 操红武, 李波. 基于自适应分块的快速分形图形压缩[J]. 中国图像图形学报, 1998, 3(2): 91~95.
- [36] Sunil Kumar, Jain R C. Low complexity fractal-based image compression technique[J]. IEEE Trans. Consumer Electronics, 1997, 43(4): 987~993.
- [37] Loe K F, Gu W G, Phua K H. Speed-up fractal image compression with a fuzzy classifier[J]. Signal Processing: Image Communication. 1997, 4(10): 303~311.
- [38] Ramamurthi B, Gersho A. Classified vector quantization of images[J]. IEEE Trans. Comm., 1986, 34(1): 1105~1115.
- [39] 皮明红, 彭嘉雄. 邻域匹配和分类匹配的分形块编码[J]. 中国图像图形学报, 1997, 2(5): 314~318.
- [40] 张颖, 余英林. 一种基于去均值的加速收敛的分形压缩算法[J]. 中国图像图形学报, 1998, 4: 285~289.
- [41] 张亮. 高效自适应分形图像压缩算法[A]. 见: 大连 - 香港国际计算机会议论文集 [C]. DL-HKICC' 98, 1998. 283~287.
- [42] Yong Ho Moon, Hyung Soon Kim, Jae Ho Kim. A fast fractal decoding algorithm based on the selection of an initial image[J]. IEEE Trans. Image Processing, 2000, 9(5): 941~945.
- [43] Shapiro J. Embedded image coding using zerotrees of wavelet coefficients [J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 1993, 41(12): 3445~3462.
- [44] Rinaldo R, Calvagno G. Image coding by block prediction of multiresolution subimages [J]. IEEE Trans. on image Processing, 1995, 4(7): 909 ~ 920.
- [45] 蔡芳, 孙隆和, 徐乃平. 基于小波分形理论的快速图像编码方法[J]. 火力与指挥控制, 1998, 23(4): 62~67.
- [46] Andreopoulos I, Karayiannis Y A, Stouraitis T. A hybrid image compression algorithm based on fractal coding and wavelet transform[A]. In: IEEE Int. Symposium. On Circuits and Systems [C]. Geneva, Switzerland: May 28~31, 2000. 37~40.
- [47] Geoffrey M Davis. A wavelet-based analysis of fractal image compression[J]. IEEE Trans. Image Processing, 1998, 7(2): 141~154.
- [48] Jin Li, C-C Jay Kuo. Image compression with a hybrid wavelet-fractal coder[J]. IEEE Trans. Image Processing, 1999, 8(6): 868~873.
- [49] Hsuan T Chang, Chuang J Kuo. Fractal block coding using simplified finite-state algorithm [J]. SPIE, 1995, 2501: 536~544.
- [50] Wang Zhou, Zhang David, Yu Yinglin. Hybrid image coding based on partial fractal mapping[J]. Signal Processing. Image Communication, 2000, 15(9): 767~779.
- [51] 张宗念, 马义德, 余英林. 基于方向性零树小波的分形图像编码[J]. 电子科学学刊, 2000, 22(5): 780~784.
- [52] 舒桂清, 项益民. 子波与分形结合的快速图像压缩编码[J]. 南昌大学学报, 1997, 21(4): 389~393.
- [53] 张颖, 余英林, 布礼文. 基于分形和小波变换的自适应混合图像编码[J]. 电子学报, 1998, 26(10): 70~74.
- [54] 张亶, 陈刚, 金以文. 基于金字塔正交小波分解的快速分形图像编码[J]. 电子学报, 1998, 26(8): 37~42.
- [55] Zhao Y, Yuan B. Image compression using fractal and discrete cosine transform[J]. Electronics letters, 1994, 30(6): 474~475.
- [56] 尹忠科, 顾德仁. DCT 域分形图像压缩编码方法[J]. 电子科技大学学报, 1996, 25(8): 173~176.
- [57] 朱艳秋, 初连禹. 一种基于二维 DCT 的分形静止图像压缩编码[J]. 中国图像图形学报, 1997, 2(7): 486~487.
- [58] 顾炜, 王炜, 张立明. 结合 DCT 近似的分形图

- 像压缩方法[J]. 复旦大学学报, 2000, 39(2): 184~188.
- [59] Trieu-Kien Truong, Jyh-Horng Jeng, Irving S Reed, *et al.* A fast encoding algorithm for fractal image compression using the DCT inner product[J]. IEEE Trans. Image Processing, 2000, 9(4): 529~534.
- [60] Gerry Melnikov, Aggelos K Katsaggelos. A non uniform segmentation optimal hybrid fractal/DCT image compression algorithm [A]. Proc. Int. Conf. Acoustics [C]. Speech, and Signal Processing, Seattle, WA, May 12~15, 1998. 2573~2576.
- [61] J H Jeng, T K Truong, Sheu J R. Fast fractal image compression using the hadamard transform[J]. IEEE Trans. Image Signal Process, 2000, 147(6): 529~534.
- [62] 王 舟, 余英林. 一种新的分形图像压缩编码方法[J]. 通信学报, 1996, 17(3): 84~90.
- [63] 房育栋, 余英林. 基于分形的混合图像压缩方法[J]. 信号处理, 1996, 12(3): 201~208.
- [64] Changsu Kim, Rin-Chul Kim, Sang-Uk Lee. A fractal vector quantizer for image coding[J]. IEEE Trans. Image Processing, 1998, 7(11): 1598~1602.
- [65] I K Kim, Park R H. Still image coding based on vector quantization and fractal approximation[J]. IEEE Trans. Image Processing, 1996, 4(5): 587~597.
- [66] 程子敬, 周孝宽. 星载高速图像数据压缩原理样机的研制[J]. 北京航空航天大学学报, 1999, 25(6): 743~746.
- [67] 吴更石, 梁德群, 田 原. 基于遗传算法的分形图像压缩方法[J]. 西安交通大学学报, 1999, 33(4): 34~37.
- [68] Saupe D, Ruhl M. Evolutionary fractal image compression[A]. In: Proc. IEEE Int. Conf. on Image Processing [C]. Lausanne, 1995, 4(6): 129~132.
- [69] 付 萍, 王冬梅, 赵梅荣. 一种快速的分形图像压缩编码方法[J]. 光学技术, 2001, 27(1): 10~12.
- [70] Ramkumar M, Anand G V. An FFT-based technique for fast fractal image compression[J]. Signal Processing, 1997, 63(3): 263~268.
- [71] 高瀚昭, 王俊生, 谢 立. 引入非线性变换的分形图像压缩编码[J]. 通信学报, 2000, 21(4): 89~92.
- [72] Dan C Popescu, Alex Dimca, Hong Yan. A nonlinear model for fractal image coding[J]. IEEE Trans. Image Processing, 1997, 6(3): 372~382.
- [73] 王春梅, 程乾生. 算术编码在分形图像压缩中的应用[J]. 中国图像图形学报, 2001, 4(4): 307~311.
- [74] Yipeng Shi, Wei Gu, Shouji Chen, *et al.* Some new methods to fractals image compression [A]. In: Communications in Nonlinear Science&Numerical Simulation [C]. 1997. 80~85.
- [75] 洪喜勇, 陈贺新. 改进的分形矢量量化编码[J]. 中国图像图形学报, 2002, 7(5): 501~505.

## The New Progress in Research Approach of Fractal Image Compression

LI Ming-shui<sup>1</sup>, OU Shan-hu<sup>2</sup>, ZHANG Heng<sup>2</sup>

(1. Northern Jiaotong University, Beijing 100044, China; 2. Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

**Abstract:** The fractal image compression is a lossy encoding method which is based on Iterated Function System (IFS) and self-similarity characteristics. In recent years, fractal image compression becomes an attractive method for its ability of high compression ratio. There are still many problems in the field need to be solved for the difficulty to realize the IFS encoding automatically. In this paper, a survey of theory and realization of fractal image compression is presented. The compression methods of fractal image sequences are summarized. The representative improving encoding methods are reviewed and their distinguishing characteristics are identified. Finally the existing problems of fractal image compression and possible solution strategies are discussed.

**Key words:** fractal; image compression; iterated function system; image sequences