环形激波和爆轰波会聚过程的气体动力学特性*

滕宏辉①②** 姜宗林①

(①中国科学院力学研究所高温气动重点实验室，北京 100080；②中国科学院研究生院，北京 100049)

摘要 首先应用修正的激波 CCW 关系式分析了激波和爆轰波会聚过程及其化学反应的影响，得到了初始 Mach 数相同条件下激波聚焦效果比爆轰波强的定性结论. 然后求解 Euler 方程和基元化学反应模型对环形激波和爆轰波的会聚过程进行了数值模拟，分析了会聚过程的气体动力学特性、波系结构的差异及其产生原因. 通过对波绕射、会聚和聚焦点附近状态参数变化的对比分析，揭示了爆轰波化学反应在绕射和会聚不同阶段所起的作用，验证了理论分析结果.

关键词 会聚 **CCW** 关系 激波 爆轰波

激波会聚是激波研究领域一个重要的基础性课题，同时有着广泛的应用背景. 激波会聚能在聚焦点附近产生瞬态的高温高压脉冲，近年来已被应用到某些工业和医学领域[1]. 有多种方法能用来实现激波会聚，常见的是让平面激波从一定形状的凹面如椭圆面或抛物面反射，产生聚焦效果. 近几年研究的环形激波会聚不需要反射物面，具有三维会聚的特点，能得到更好的聚焦效果. Jiang 和 Takayama[2]对环形激波入射到外界空间的情况进行了数值模拟，对波会聚过程和聚焦效果进行了分析，指出高 Mach 数条件下的会聚能产生更复杂的 Mach反射. Hosseini 等[3]利用无膜环型激波管研究了 Mach 数 1.5 时环形激波会聚的情况，得到了流场不同时刻的全息干涉条纹和壁面各点压力变化历程曲线. 激波会聚由于在激波传播方向面积缩小的压缩效应，使得激波Mach数不断增加，波后气体的热力学状态不断提高. 对于给定的会聚方式，初始激波Mach数决定了聚焦产生的热力学状态. 为了得到较高的聚焦压力和温度，需要提高初始激波 Mach 数，

收稿日期: 2005-08-29; 接受日期: 2005-11-19
* 国家自然科学基金资助项目(批准号: 90205027 和 10276035)
** E-mial: hhteng@lhd.ac.cn

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

但是高 Mach 数的激波无论在工程应用或是在科学实验中都比较难以获得，而且往往可重复性不好，制约了激波会聚的研究和应用．本文提出利用爆轰波实现强激波聚焦，原因是常压下的可燃气体起爆就能产生具有较高 Mach 数的初始激波．例如，标准大气状态下恰当化学当量比的氢气\空气混合物起爆后，能产生Mach 数 5.0 以上的激波，因此爆轰波聚焦具有较好的应用前景．本文首先对激波和爆轰波会聚进行理论分析，然后数值模拟了环形激波和爆轰波会聚过程，讨论了两者的波系结构特征，分析了聚焦点位置和聚焦区热力学状态及其产生差别原因，阐明了影响会聚过程的主要因素，证实了理论分析的结果和爆轰波聚焦应用的可行性．

1 激波-爆轰波会聚过程的动力学分析

产生环形爆轰波和激波聚焦的几何域和会聚过程如图1，几何域由激波管和圆柱体组成，其半径比为 D: d=0.2m: 0.18m．在环截面管道中运动的激波或爆轰波(图1(a))首先入射到圆截面激波管后发生绕射，然后产生如图1(b)向对称轴传播的绕射波，最後绕射波在对称轴上发生聚焦，产生高温高压区．这种会聚方式的特点是聚焦发生在对称线上，不像平面激波聚焦发生在对称面上，能更有效地提高聚焦区气体的热力学参数，另外会聚过程不需要反射壁面，而且激波的总体运动方向不发生改变．激波和爆轰波物理本质差别很大，会聚过程也会表现出不同的气动特性．本文在入射 Mach 数相同的条件下，考察了激波和爆轰波的会聚过程、波反射型态和聚焦产生的极限热力学状态，得到了分别与它们本质特点相关的定性结论．

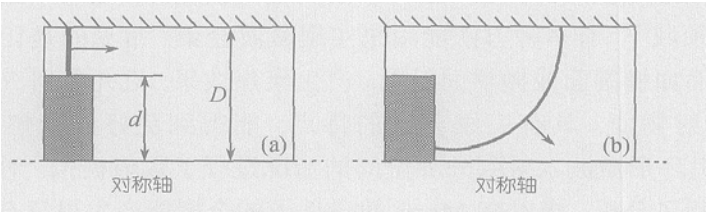

图 1 环形激波或爆轰波聚焦示意图

CCW 关系式[4]是描述激波运动的基础方程之一，确定了激波在均匀静止的气体中传播时 Mach 数随波面面积的变化关系，是由 Chester (1954), Chisnell (1957) 和 Whitham (1958) 用不同的方法分别独立提出的．Li 等人[5]考虑反应前后气体组分的变化和化学反应放热，修正了 CCW 关系，可用于对爆轰波动力学过程进行分析．修正的 CCW 关系可以表示为

$$\frac{2MdM}{(M^2-\lambda)K(M)}+\frac{dA}{A}=0, \tag{1}$$

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

其中

$$K(M)=2\sigma\left\{1+\mu(1+\sigma)+\frac{\lambda}{M^2}\left[1+\mu(1-\sigma)\right]\right\}^{-1}\left[1+\frac{(1+\sigma)\left(1-\mu^2\right)}{\sigma(1+\gamma_1)\mu}\right]^{-1}, \tag{2}$$

$$\sigma=\left[1-\frac{2\left(\gamma_1^2-1\right)(q+\eta)M^2}{\left(M^2-\lambda\right)^2}\right]^{1/2}, \tag{3}$$

$$\mu=\left[\frac{(\gamma_1-\sigma)M^2+\lambda(1+\sigma)}{(1+\sigma)\gamma_1M^2-\lambda(\gamma\sigma+1)}\right]^{1/2}, \tag{4}$$

$$\lambda=\frac{\gamma_1}{\gamma_0}, \tag{5}$$

$$q=\frac{\gamma_1^2(\gamma_0-1)+2\gamma_0\left(\gamma_0-\gamma_1^2\right)M_{\mathrm{CJ}}^2+\gamma_0^2(\gamma_0-1)M_{\mathrm{CJ}}^4}{2\gamma_0^2(\gamma_0-1)\left(\gamma_1^2-1\right)M_{\mathrm{CJ}}^2}, \tag{6}$$

$$\eta=\frac{\gamma_1-\gamma_0}{\gamma_0(\gamma_0-1)(\gamma_1-1)}. \tag{7}$$

在上述各式中γ_0和γ_1表示波前和波后气体的比热比, M_{CJ}表示 CJ 爆轰波的 Mach 数, q 表示爆轰波化学反应的放热. *K(M)* 称为缓变函数, 对激波它是 Mach 数的函数, 对爆轰波还受到化学反应热和比热比的影响. 如果令 $\gamma_0=\gamma_1$, $q=0$, 则修正的 CCW 关系即化为经典的激波 CCW 关系. Li 等人[6]以修正的 CCW 关系为基础发展了双激波和三激波理论模型, 重点研究了爆轰波楔面反射, 发现爆轰波对过驱动非常敏感, 由此解释了以前的理论与实验以及不同实验中得到的规则反射到 Mach 反射的转变角相差很大的原因, 与实验结果符合的很好.

标准状态下恰当化学当量比氢气/空气混合气体中激波(γ_0=γ_1=1.40)和爆轰波(γ_0=1.40, γ_1=1.17, M_{CJ}=5.1)缓变函数 $K(M)$ 随 Mach 数变化的曲线如图 2(a). 可以看到激波的缓变函数值随着 Mach 数的升高而减小, 而爆轰波的缓变函数值在 CJ 爆轰时为 0, 随着 Mach 数的升高而增大但是始终低于激波的函数值. 如果对方程(1)以 CJ 爆轰 Mach 数作为初始 Mach 数进行积分, 就可以求出 Mach 数随着传播面积变化而产生的改变, 如图 2(b). 可以看到相同的初始 Mach 数和波面面积的条件下, 随着会聚过程中波面面积的减小, 激波的 Mach 数增加要比爆轰波剧烈的多, 而且达到相同面积时两者的差异越来越大, 理论上说明了激波的聚焦效果更强. 对于以氢气为燃料的爆轰波, 由于燃烧后生成水等较大的分子导致气体比热比总是减小的, 因此爆轰波的缓变函数 *K(M)*总是小于相同比热比气体中的激波, 使得比爆轰波会聚过程始终比激波弱. 对于大分子碳氢燃料, 由于其本身比

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

热比较小，在较大的燃料-氧化剂当量比的情况下有可能出现燃烧后气体的比热比增加，从而出现当 $M \to +\infty$ 时爆轰波的缓变系数值比相同比热比气体中激波缓变系数值大的情况．根据 CCW 关系激波的缓变系数总是减小的，而爆轰波的缓变系数值总是以 0 从 CJ 爆轰点开始增加，因此激波和爆轰波的缓变系数曲线可能会相交．例如，对于化学当量比 3: 1 的乙烷-氧气混合气体($\gamma_0 = 1.217$, $\gamma_1 = 1.28$)，计算结果显示当 $M = 15.7$ 时，两条缓变函数曲线相交．因此理论上 $M > 15.7$ 时爆轰波 Mach 数的增长速度比激波大，此时激波对应的波面面积是初始面积的 0.025 而爆轰波对应的是初始面积的 0.007，因此即使对于燃烧后比热比增加的气体在初始阶段很大的 Mach 数范围内激波的聚焦效果仍然远好于激波．

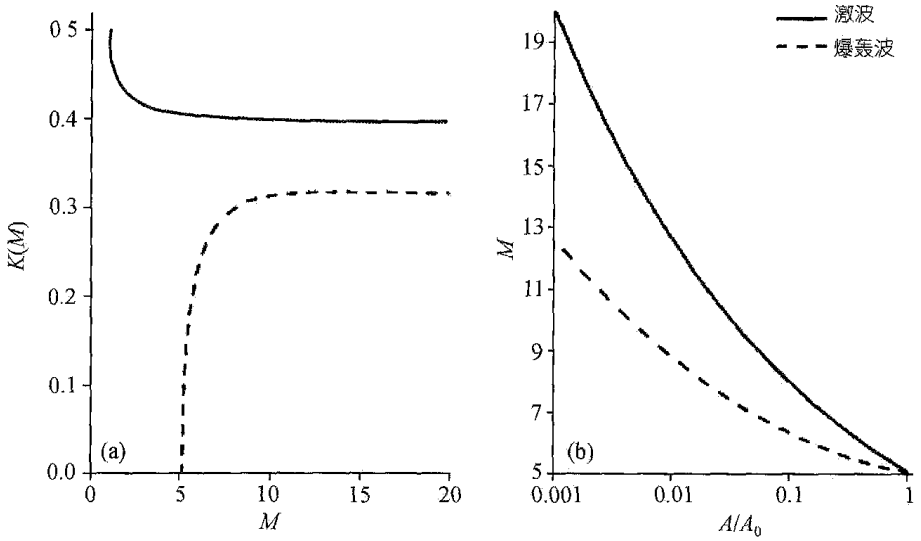

图 2 激波和爆轰波动力学参数特征

(a) 缓变函数 $K(M)$的变化, (b) Mach 数与波面面积的关系

在 CCW 关系中爆轰波通过改变气体的比热比来影响聚焦过程，其比热比的减小降低了会聚强度，而比热比的增加是有益的．然而与激波聚焦相比，即使对于比热比增加的会聚过程，其初始阶段会聚强度仍然被大大削弱．因此，在相同气体和初始 Mach 数下爆轰波聚焦效果不如激波．然而上述理论模型本质上是以 CJ 理论为基础的，没有考虑爆轰波 Mach 数变化导致的放热反应变化以及波后 Taylor 稀疏波的影响，有必要利用数值模拟对会聚过程进行进一步深入的研究．

2 环形激波-爆轰波聚焦的数值模拟

2.1 控制方程与数值方法

对于激波和气相爆轰波会聚过程，忽略热传导和粘性作用，在二维坐标系中的 Euler 方程组可写为

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\frac{\partial U}{\partial t}+\frac{\partial F}{\partial x}+\frac{\partial G}{\partial r}+\frac{k}{r}S=S_c, \tag{8}$$

其中

$$U=\left[\rho_1 \quad \rho_2 \quad \cdots \quad \rho_n \quad \rho u \quad \rho v \quad e\right]^{\mathrm{T}}, \tag{9}$$

$$F=\left[\rho_1 u \quad \rho_2 u \quad \cdots \quad \rho_n u \quad \rho u^2+p \quad \rho uv \quad (e+p)u\right]^{\mathrm{T}}, \tag{10}$$

$$G=\left[\rho_1 v \quad \rho_2 v \quad \cdots \quad \rho_n v \quad \rho uv \quad \rho v^2+p \quad (e+p)v\right]^{\mathrm{T}}, \tag{11}$$

$$S=\left[\rho_1 v \quad \rho_2 v \quad \cdots \quad \rho_n v \quad \rho uv \quad \rho v^2 \quad (e+p)v\right]^{\mathrm{T}}, \tag{12}$$

$$S_c=\left[\dot{\omega}_1 \quad \dot{\omega}_2 \quad \cdots \quad \dot{\omega}_n \quad 0 \quad 0 \quad 0\right]^{\mathrm{T}}. \tag{13}$$

在(8)式中, k=1 方程描述轴对称流动, k=0 方程描述平面流动. $\rho_i\,(i=1\cdots n)$ 为第 i 组分的质量分数; 混合气体的总密度为 $\rho=\sum_{i=1}^{n}\rho_i$; u, v 为 x 和 r 方向的速度分量; e 为单位体积总能, 且有 $e=\rho h-p+1/2\times\rho(u^2+v^2)$, 其中混合气体比焓 $h=\sum_{i=1}^{n}\rho_i h_i/\rho$; 第 i 种组分的焓值 h_i 由多项式拟合的方法给出; 由 Dalton 分压定律和组分气体状态方程得出混合气体的压力 $p=\sum_{i=1}^{n}\rho_i R_i T$, R_i 为第 i 种组分的气体常数, T 为混合气体温度; $\dot{\omega}_i$ 为第 i 组分的单位体积的质量生成率.

本文采用频散可控耗散格式(DCD)[7]来捕捉激波间断. 这是一类基于修正方程频散控制条件构造的满足熵条件的 TVD 格式. 选用了 9 种组分(H_2, O_2, O, H, OH, HO_2, H_2O_2, H_2O, Ar), 和包含 19 个化学反应的基元模型来描述爆轰波的化学反应, 并采用时间分裂算法处理刚性问题, 对计算域左右两端边界采用自由来流条件, 壁面和对称轴均采用滑移壁面条件. 在激波和爆轰波计算中, 给定波前气体的压强为 32kPa, 温度为 298.15K, 气体各组元摩尔数之比为 H_2:O_2:Ar=2:1:7. 在爆轰波聚焦中, 初始条件为环形爆轰波波面位于出口附近, 从波面到管道入口的波后参数分布给定一维条件下充分发展的爆轰波参数; 对激波会聚, 波前气体参数与爆轰波相同, 激波 Mach 数为该气体的 CJ Mach 数, 波后气体参数由波前气体状态和激波 Mach 数决定, 波后流动是均匀的, 初始条件为激波位于环形管道中出口附近. 激波和爆轰波应用同一计算程序, 对于激波只是关闭了化学反应源项的计算, 即 $\dot{\omega}_i=0$.

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

2.2 会聚过程的波系特征

在会聚过程中，环形激波和爆轰波首先在突扩管道中发生绕射，然后聚焦在对称轴上．图3显示了Mach数4.8的激波和爆轰波在绕射和聚焦后产生的波系结构．由图可见在波阵面到达同一位置时激波和爆轰波的波系结构有明显的差异，如图3(a)和(c)．首先，爆轰波在环型激波管中存在上行的非定常膨胀波，原因是爆轰产物温度非常高，波后流动是亚声速，扰动可以向上游传播．而激波当Mach数足够大时($\gamma=1.40$时最小Mach数为2.068)，其波后诱导的是超声速流动，因此扰动无法向上游传播，在环形管道出口形成了准定常膨胀波．其次，激波绕射波后产生了二次激波，而爆轰波波后则没有．二次激波的产生是由于波后出现了超声速气流，理论分析和实验结果表明[8]：在后台阶绕射过程中，如果入射激波Mach 数大于 1.346，激波后由于气流膨胀加速就会产生局部超声速流动，进而产生二次激波．而爆轰波CJ面后方都是亚声速，另外波后气流速度由于膨胀波的影响下降很快，没能产生局部的超声速流动，所以没有二次激波出现．两种波系还有一点很大的差别就是激波绕射在后台阶产生的Mach反射，Mach干短小而且落后于绕射波面；爆轰波产生了 Mach 干较长的 Mach 反射，Mach 干向外凸起并最先到达对称轴发生聚焦．由于绕射削弱了爆轰波的前导激波，导致化学反应区明显增宽和爆轰波解耦，而后解耦区附近爆轰波重新形成，并产生了过驱动爆

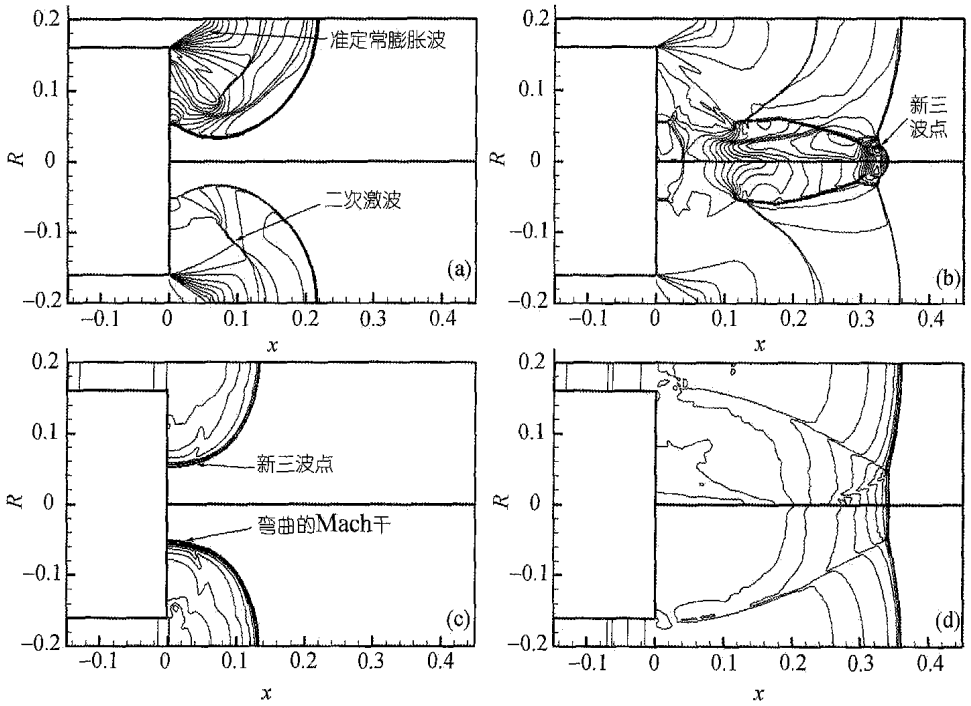

图 3 Mach 数 4.8 聚焦前后的密度(上方)和压力(下方)等值线分布

(a)和(b)激波, (c)和(d)爆轰波

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

轰, 从而导致爆轰波发生了较强的 Mach 反射.

图 3(b)和(d)显示激波和爆轰波聚焦后在对称轴上又发生了 Mach 反射. 两者的流场存在较大的差异: 激波的 Mach 干在对称轴附近向前凸起, 而爆轰波 Mach 干则始终保持为垂直于对称轴的平面. 激波 Mach 干在刚刚发生 Mach 反射时也是垂直于对称轴的, 然而随着不断向前传播它逐渐凸起呈半球形, 在半球形 Mach 干与原来 Mach 干的交点处可以观察到明显的三波结构和三波点, 因此这种波系结构被称为球面双 Mach 反射[9]. 产生球面双 Mach 反射的原因是对称轴附近存在激波聚焦诱发的强射流, 射流以很高的速度冲击平面 Mach 干, 形成球面双 Mach 反射. 由于初始激波是外部驱动的, 波后气流是均匀的, 因而可以在对称轴附近形成强射流; 而爆轰波是自持传播, 需要满足波后零速度边界条件, 导致了波后稀疏波的存在和气流速度的降低, 从而抑制了强射流的出现, 因此在爆轰波会聚过程中没有观察到球面双 Mach 反射.

2.3　会聚过程的压力变化规律

环形激波和爆轰波在对称轴上不同时刻的由波前压力无量纲化的压力分布如图 4 所示. 由于图 3(a)绕射激波的非均匀膨胀, Mach 干落后于其他波阵面, 最早到达对称轴的波阵面在离圆柱体端面 0.08 左右的位置, 产生一个孤立的压力波峰. 而爆轰波由于波后未反应气团爆炸导致的 Mach 发射, 最早到达的波阵面位于圆柱体的端点. 激波聚焦产生的最大压力点位于最早到达位置的前方, 同时在壁面附近产生了第二个压力极值, 这两个压力极值都被称为环形激波的有效聚焦点[10]. 如图 4(a)所示, 本文算例的第一个有效聚焦点压力为 290.4, 第二个有效聚焦点压力为 208.6. 对不同入射激波 Mach 数的数值试验发现: 降低入射激波 Mach 数非均匀膨胀变弱逐渐导致第一个有效聚焦点会向后移动, 最后与第二个有效聚焦点合并; 提高入射激波 Mach 数非均匀膨胀增强逐渐导致两个有效聚焦点距离增加, 同时压力峰值也增加, 但是第二个有效聚焦点的压力增加更快. 若 Mach 数为 5.0 以上, 则第二个有效聚焦点的压力将大于第一个有效聚焦点的压力. 与激波聚焦不同, 爆轰波聚焦只在壁面附近产生了一个聚焦点, 如图 4(b), 聚焦产生的高压主要出现在 0~0.02 的位置之间. 最大压力可以高达到 447.8, 但是高压持续时间非常短, 而且随着爆轰波的传播高压区宽度迅速减小形成陡峭的波峰. 从爆轰波到达对称轴到高压区无量纲压力降至 120 经历了大约 5 μs. 进一步的计算表明: 爆轰波运动到 0.13 位置附近时, 波系结构由规则反射转变为 Mach 反射. 反射型态转变前波峰压力一直维持在较高的值, 转变时波峰压力为 212.5, 随后波峰压力迅速下降. 当 Mach 干运动到 0.25 时, 波峰压力为 37.9; 当 Mach 干运动到 0.4 时, 波峰压力仅为波前压力的 26.6 倍, 波峰压力逐渐趋向 C-J 爆轰参数.

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

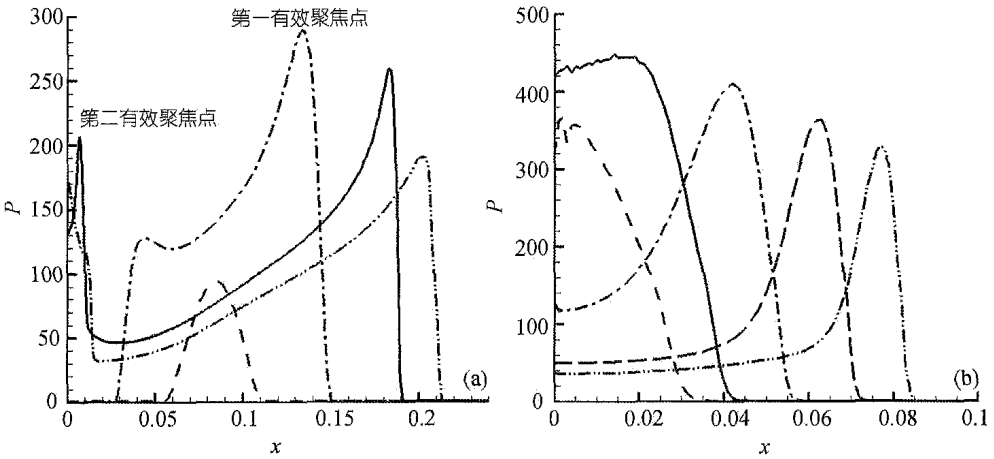

图 4 聚焦后对称轴上若干时刻无量纲压力曲线

(a) 激波, (b) 爆轰波

对流动过程的分析表明: 环形激波/爆轰波经历了两个过程, 一个是绕射过程, 另一个是会聚过程, 它们的相互作用影响着聚焦效果, 因此有必要对它们分别进行单独研究. 图 5 显示了激波和爆轰波刚刚发生绕射后, 波面后无量纲压力随着绕射角的变化关系, 其中绕射角定义为波阵面上的点与台阶尖点的连线和激波主传播方向的夹角. 在激波绕射中, 随着绕射角的增加激波的波后压力减小, 这是由于在绕射角大的方向上气体膨胀的比较严重. 而爆轰波虽然波后压力与激波有相同的变化趋势, 但是由于化学反应放热的作用故波后的压力随绕射角度的变化降低很小. 因此绕射爆轰波面上各点的 Mach 数都大于相应的绕射激波 Mach 数. 由于发生聚焦的是绕射角 90°附近的绕射波, 而在这个方向上两种绕射波的 Mach 数相差最大, 因此绕射过程对激波和爆轰波聚焦都有削弱作用, 但是激波受影响很大而爆轰波受影响较小.

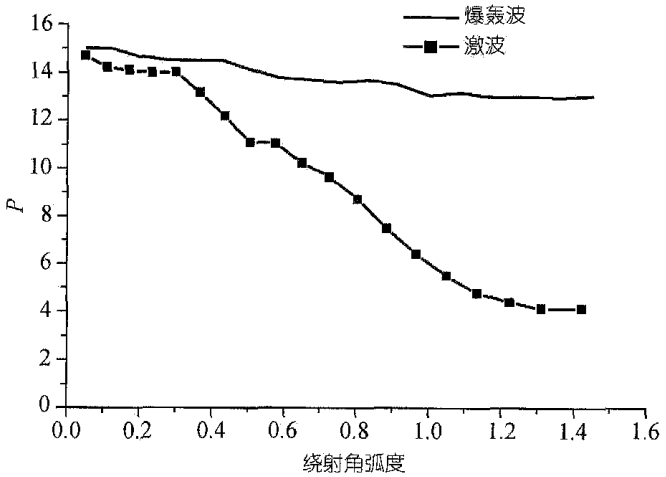

图 5 刚发生绕射后激波和爆轰波波面上各点无量纲压力随绕射角的变化

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

图 6 表示了激波和爆轰波在壁面附近会聚过程中的压力变化. 可以看到会聚初始时的激波压力远小于爆轰波压力, 而且由于爆轰波发生了解耦和重新起爆, 产生了过驱动爆轰, 波面压力得到了进一步增加. 但是虽然初始压力较低, 激波压力在会聚过程中增加较快而爆轰波压力则增加较慢. 为了排除过驱动爆轰的影响, 选取了波阵面从 0.1 位置运动到 0.0085 时的结果考察压力的增长率. 计算结果表明爆轰波的压力从 25.9 升高到 65.5 增加了约 2.5 倍, 而激波的压力从 5.5 升高到 20.9 增加了约 3.8 倍, 因此激波压力的增长速率大约是爆轰波的 1.5 倍, 这与理论分析的结果是定性一致的. 但是, 由于绕射过程中爆轰波的化学反应有效地抑制了波面压力的降低, 使得爆轰波会聚过程的起点压力很高, 最终得到了远远高于激波会聚的聚焦压力. 所以, 对于本文研究的环形激波和爆轰波会聚问题, 在入射 Mach 数相同的条件下, 爆轰波会聚能产生更高的聚焦压力, 具有良好的应用背景.

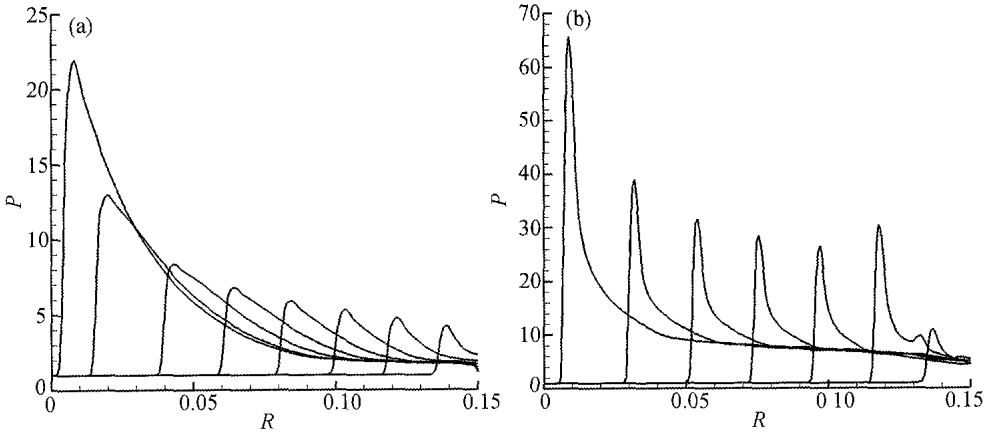

图 6　会聚过程中壁面附近的压力变化

(a) 激波, (b) 爆轰波

3　结论

本文应用修正的 CCW 关系对激波和爆轰波会聚过程进行了分析, 并求解 Euler 方程和基元反应模型对环形激波和爆轰波会聚过程进行了数值模拟研究, 主要结论可以概括如下:

(ⅰ) 理论分析表明由于爆轰波化学反应改变了波后气体的比热比, 在相同 Mach 数的条件下激波聚焦强度比爆轰波大, 数值模拟的会聚过程分析结果验证了这个结论.

(ⅱ) 对于本文研究的环形激波和爆轰波会聚问题, 由于环形激波在绕射过程中波阵面压力发生了大幅度下降, 而爆轰波的绕射由于化学反应放热的作用压力降低很小, 因此爆轰波会聚最终可以得到较高的聚焦压力.

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

(iii) 在相同的 Mach 数下，激波后的气流是均匀的而且是超声速的，而爆轰波后存在着膨胀波，气流是不均匀的，而且是亚声速的，这是环形激波和爆轰波会聚过程出现的波系结构存在着较大差异的物理原因.

参 考 文 献

1 Takayama K, Saito T. Shock wave/geophysical and medicine applications. Annu Rev Fluid Mech, 2004, 36: 347~379

2 Jiang Z, Takayama K. Reflection and focusing of toroidal shock waves from coaxial annular shock tubes. Computers & Fluids, 1998, 27: 553~562

3 Hosseini S H R, Takayama K. Study of shock wave focusing and reflection over symmetrical axis of a compact vertical co-axial diaphragmless shock tube. Proceedings of ISSW23, 2001, 2: 1550 ~1557

4 Han Z Y, Yin X Z. Shock Dynamics. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers and Science Press, 1993. 21~41

5 Li H, Ben-Dor G. A modified CCW theory for detonation waves. Combustion and Flame, 1998, 113: 1~12

6 Li H, Ben-Dor G, Grönig H. Analytical study of the oblique reflection of detonation waves. AIAA Journal, 1997, 35(11): 1712~1720

7 Jiang Z. On dispersion-controlled Principles for Non-oscillatory shock-capturing schemes. Acta Mechanica Sinica, 2004, 20(1): 1~15

8 Sun M, Takayama K. The formation of a secondary shock wave behind a shock wave diffracting at a convex corner. Shock Waves, 1997, 7: 287~295

9 Jiang Z, Takayama K. Reflection and focusing of toroidal shock waves from coaxial annular shock tubes. Computers & Fluids, 1998, 27: 553~562

10 滕宏辉，姜宗林，韩肇元. 环形激波绕射、反射和聚焦的数值模拟研究. 力学学报, 2004, 36(1): 9~15

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net