

航天器稀疏编队飞行的概念 及其设计方法

孙 兰 许 滨 张 琛
(中国科学院力学研究所, 北京 100080)

摘要 提出了航天器稀疏编队飞行的概念及其设计方法, 阐明了它与通常的紧密编队飞行的区别及其在应用上的前景。采用了一个比 Hill 解更为广泛的新公式来设计稀疏编队, 并列举了若干稀疏编队的阵形。当各航天器距离很近时, 该公式自然退化为与 Hill 解相同的形式。通过与 Hill 解的设计相比较, 表明了新公式用于稀疏编队设计的优越性。

主题词 编队飞行 轨道控制 航天器 设计

1 引言

近年来, 借助于多个航天器的协同飞行来完成特定的航天任务, 已成为当前航天技术领域一个十分活跃的研究方向。这其中最富吸引力的就是熟知的编队飞行问题。显而易见, 倘若各飞行器都能够携带足够的燃料, 则它们几乎可以实现各种预想的编队形态。所以, 是否能够通过充分利用各航天器的轨道特征, 而并非不断通过机动来满足编队要求(至少在理想情况下是如此), 才是编队飞行问题研究的最关键所在, 我们称之为被动编队飞行。

关于被动编队飞行方面的研究, 目前几乎都是以 C-W 方程及其一阶近似解(即 Hill 解)为基础开展的, 所以对于各编队飞行器的制约也相当苛刻。文献[1], [2]曾证明, 仅在近圆轨道情形下, 且各航天器距离与名义轨道半径之比不超过偏心率的量级时, 基于 Hill 解所获得的编队才具有效性, 这就必然导致相应的研究仅能局限在紧密编队情形下(即各航天器相对距离处于很接近的范围内)进行。然而从编队飞行的本质需求上看, 其涵盖范围应当更为广泛。例如椭圆轨道中的编队飞行, 特别是航天器相对距离较远(其与名义轨道半径之比超过偏心率量级)情形下的编队飞行等。后者就是本文所称的稀疏编队问题。

如果稀疏编队能够得以实现, 就意味着航天器可以在远距离时保持预想的几何分布, 从而使其在导航、遥感、通信等多方面较之紧密编队更具优势。为此, 本文以文献[1], [2]提出的航天器相对运动的近似公式为基础, 针对近圆轨道下的航天器编队飞行需求, 给出了在各航天器轨道平面倾角差别不大的条件下几种典型的编队飞行阵形的设计条件。

2 航天器相对运动的近似描述

首先建立如图 1 所示的相对运动坐标系。假设名义航天器运行于半径为 R_0 的圆轨道且运动坐标系原点固定在名义航天器上, 编队航天器则运行于一个与之周期相同的近圆轨道上(偏心率为 e)。定义 x 轴指向名义航天器的矢径方向, y 轴为其飞行方向, z 轴垂直于名义航天器的轨道平面。

在此运动坐标系中，编队航天器的相对运动满足方程式(1)。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} - 2\omega_r \dot{y} - (\omega_r^2 - \frac{\mu}{R^3}) (R_0 + x) &= 0, & R &= \sqrt{(R_0 + x)^2 + y^2 + z^2} \\ \ddot{y} + 2\omega_r \dot{x} - (\omega_r^2 - \frac{\mu}{R^3}) y &= 0, & \omega_r^2 &= \frac{\mu}{R_0^3} \\ \ddot{z} + \frac{\mu}{R^3} z &= 0, & \mu &= 3.986 \times 10^5 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中 ω_r 为名义航天器运行的角速度； R 为编队航天器的矢径； μ 为地球引力常数。

将方程式(1)中的 R 在 R_0 处线性展开，即可得到著名的 Hill 近似解^[1~4]。该解早期曾被有效地应用于航天器交会对接的设计中，近年来也自然地演化为编队设计的理论基础。但正是这一线性化的简单处理，导致在 Hill 解中存在着一个随时间成比例变化的发散项，因而对它的适用范围和长期有效性一直存在着疑问^[3]。鉴此，大多数学者都通过将该发散项系数强制为零做以补充处理。

但文献[1]、[2]则在给出了式(1)解析解的基础上，证明了 Hill 解仅在紧密编队情形下才能适用，进而提出了各航天器倾角差不高于 e 的量级条件下的近似解

$$\left. \begin{aligned} x &= x_0 + \frac{\dot{y}_0}{2\omega_r} + \frac{3}{2} y_0 \frac{\dot{r}_0}{\omega_r R_0} - [\frac{\dot{y}_0}{2\omega_r} + \frac{3}{2} y_0 \frac{\dot{r}_0}{\omega_r R_0}] \cos \omega_r t + \frac{\dot{x}_0}{\omega_r} \sin \omega_r t \\ y &= y_0 - \frac{2\dot{x}_0}{\omega_r} - 3y_0 (\frac{R_0}{r_0} - 1) + [\frac{2\dot{x}_0}{\omega_r} + 3y_0 (\frac{R_0}{r_0} - 1)] \cos \omega_r t + \frac{\dot{y}_0}{\omega_r} \sin \omega_r t \\ z &= z_0 \cos \omega_r t + \frac{\dot{z}_0}{\omega_r} \sin \omega_r t \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中 $(x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0)$ 为编队航天器在相对坐标系中的初值，且有

$$\begin{aligned} r_0 &= \sqrt{(x_0 + R_0)^2 + y_0^2 + z_0^2} \\ \dot{r}_0 &= \frac{1}{r_0} [\dot{x}_0(x_0 + R_0) + \dot{y}_0 y_0 + \dot{z}_0 z_0] \end{aligned}$$

由式(2)得知，编队航天器在运动坐标系 $x-y$ 及 $y-z$ 两个平面上的投影都是椭圆，且它的空间轨迹也是椭圆。其中心可确定如下

$$\left. \begin{aligned} x_c &= x_0 + \frac{\dot{y}_0}{2\omega_r} + \frac{3}{2} y_0 \frac{\dot{r}_0}{\omega_r R_0} \\ y_c &= y_0 - \frac{2\dot{x}_0}{\omega_r} - 3y_0 (\frac{R_0}{r_0} - 1) \\ z_c &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

当各初始值之间满足下述关系时，还可证明式(2)将自然退化为 Hill 解的收敛形式：

$$\left. \begin{aligned} (x_0^2 + y_0^2 + z_0^2)/R_0^2 &= O(e^2) \\ \dot{y}_0 &\approx -2\omega_r x_0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

事实上，式(2)在并未附加其它条件下，给出了航天器间相对运动的近似封闭解。其中一个重要的特点，就是它计人了卫星在飞行方向的距离差对相对运动的影响，从而使得稀疏编队飞行的设计成为可能。

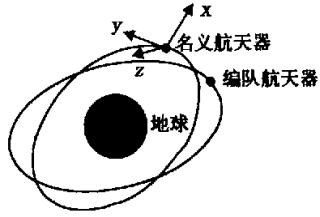


图 1 运动坐标系描述

3 稀疏编队的构型设计

以式(2)为基础, 我们针对近圆轨道且倾角差较小的飞行器, 可以得到若干稀疏编队的阵形。其基本的设计思路是: 首先根据编队飞行的阵形要求, 获得对各卫星的部分初始参数值和相对轨迹的约束条件; 进而利用式(2), 通过相对轨迹的约束关系求解出其余初始参数值; 最终利用编队航天器的全部初始参数值($x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0$), 得到有关的轨道根数^[5]。

(1) 星下点圆形编队设计

星下点圆形编队是指各编队航天器在相对运动坐标系的 $y-z$ 平面上的投影轨迹是一个以名义航天器为中心的圆, 即编队航天器在 $y-z$ 平面上与名义航天器保持等距离。这里, 可以给出如下的星下点圆形编队条件:

$$\dot{x}_0 = 0.5\omega_r y_0 [1 - 3(\frac{R_0}{r_0} - 1)] \quad (5)$$

$$\frac{\dot{z}_0}{\omega_r} = \pm y_0 \quad (6)$$

$$z_0 = \mp \frac{\dot{y}_0}{\omega_r} \quad (7)$$

$$(\dot{x}_0 - \omega_r y_0)^2 + (\dot{y}_0 + \omega_r x_0 + \omega_r R_0)^2 + \dot{z}_0^2 = \frac{2\mu}{r_0} - \frac{\mu}{R_0} \quad (8)$$

其中 式(5)决定了 $y-z$ 平面轨迹投影的中心能够处于原点的条件; 式(6)、(7)将使得这一投影成为圆形, 式(8)则代表了同周期的约束。

以 Hill 解设计星下点圆形编队时所推出的约束条件也是 4 个, 其中两个与式(6)、(7)一致。在紧密编队的情况下, 另两个约束条件也与式(5)、(8)相近。但随着星下点圆半径需求的增加, Hill 解将会导致航天器轨道半长轴参量发生偏差, 进而促使投影不再逐次重合。

为了更清晰地说明式(5~8)与 Hill 方法的差异, 这里给出了一个简单的算例。假设名义航天器运行于半径为 7500km 的圆轨道, 针对星下点圆形编队半径分别为 10km、150km、1000km 三种情形, 给出关于 8 个卫星编队飞行的设计。为便于比较, 在此仅将初始时刻与名义航天器飞行方向上距离最远的编队航天器的计算结果列于表 1。

表 1 三种星下点圆半径要求的计算结果比较

星下点圆半径 /km	由 Hill 解确定的半长轴/km	由 Hill 解确定的偏心率	由式(2)确定的半长轴/km	由式(2)确定的偏心率
10	7500.030000	6.6667×10^{-4}	7500	6.6667×10^{-4}
150	7506.755179	1.0020×10^{-2}	7500	9.9970×10^{-3}
1000	7810.599590	7.2425×10^{-2}	7500	6.5784×10^{-2}

从表 1 中可以看到, 当星下点圆半径很小(10km 情形)时, 由两种方法所得到的轨道周期比较接近, 所得到的星下点轨迹也满足设计要求。只是由于 Hill 方法所确定的半长轴有些偏差, 从而将导致星下点圆心沿 y 轴缓慢漂移(见图 2(a)), 而且随着星下点圆半径的加大(150km), 这种漂移现象也将呈现加快的趋势(见图 2(b))。当星下点圆半径继续加大到致使航天器距离与轨道半径之比超出其偏心率的范围后(如在 1000km 时, 这一比值将达到 0.1333, 已超出偏心率 6.5784×10^{-2})

确定的量级), 图2(c)所给出的投影轨迹表明, Hill方法已无法保证投影为圆的特征。但是, 当运用式(2)进行设计时, 不仅其半长轴与名义轨道半径完全相同, 而且其星下点投影很好地保持了预想的重复的圆形轨迹。

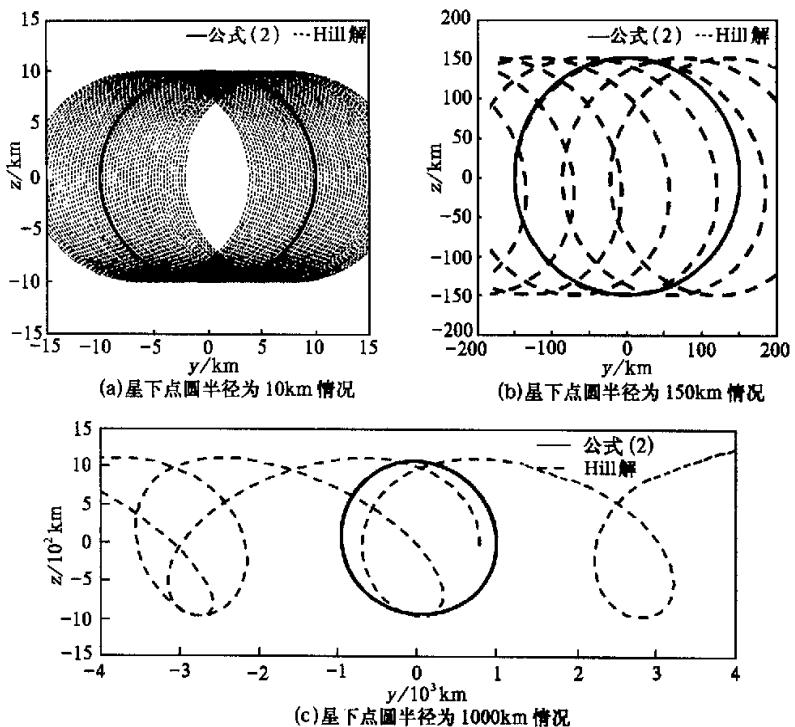


图2 三种情形下航天器的星下点投影轨迹比较

(2) $y-z$ 平面内的直线构型

$y-z$ 平面的直线构型, 是指编队航天器在星下点平面的投影始终保持在一条直线上的情形。可以容易推出, 此阵形共有 4 个约束, 即式(5)、(8)和如下两个约束

$$\frac{y_0 - y_c}{z_0} = \cot\alpha \quad (9)$$

$$\frac{\dot{y}_0}{\dot{z}_0} = \cot\alpha \quad (10)$$

其中 y_c 和 α 分别表示该直线的截距和斜率。

(3) $x-y$ 平面内编队

满足式(5)和式(11)时, 编队航天器可形成关于名义航天器的对称椭圆绕飞:

$$x_0 + \frac{\dot{y}_0}{2\omega_r} + \frac{3}{2}y_0 \frac{\dot{r}_0}{\omega_r R_0} = 0 \quad (11)$$

该绕飞椭圆将具有固定的偏心率, 即短、长轴之比为 1:2, 并且绕飞椭圆轨迹的运动方向还将在 $x-y$ 平面上固定地按顺时针转动。

对称绕飞阵形是一种很有价值的编队模式。它可用于对相关的目标航天器进行不间断的监视。此外, 利用多颗卫星绕飞同一名义航天器时, 还可通过不同距离的设定, 构成不同层次的椭圆

阵形。进一步地，若在初始时刻，编队航天器与相关航天器成一条直线，则这条直线将始终得以维持。

(4) 偏心空间圆形编队

若要形成中心在 $(x_c, y_c, 0)$ 的偏心空间圆形编队，则初始参数之间存在5个约束关系式(5)、(8)、(11)、(12)、(13)。

$$A(y_0 - y_c) - B(x_0 - x_c) = \pm \frac{\dot{z}_0}{\omega_r} \sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \quad (12)$$

$$A \frac{\dot{y}_0}{\omega_r} - B \frac{\dot{x}_0}{\omega_r} = \mp z_0 \sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \quad (13)$$

式中 $A = (y_0 - y_c) \dot{z}_0 - z_0 \dot{y}_0$ ；

$B = z_0 \dot{x}_0 - (x_0 - x_c) \dot{z}_0$ ；

$C = (x_0 - x_c) \dot{y}_0 - \dot{x}_0 (y_0 - y_c)$ 。

由这5个约束条件分析可知，一旦中心位置确定，偏心空间圆形的半径就唯一确定。值得注意的是，针对人们通常认为可以实现的中心空间圆形编队^[3]的结论，在此则可利用这5个约束推出否定性的结果。限于篇幅，有关这一结果的证明从略。

4 结束语

本文提出了航天器稀疏编队的概念及其设计公式。基于文献[1]，[2]提出的近似公式，给出了星下点圆型编队等4种典型的稀疏编队飞行阵形的设计条件。文中的讨论表明，这一公式可以很好地突破Hill近似解所固有的缺陷或制约，更好地运用于远距离条件下的编队设计，进而有助于通过远距离编队飞行实现更为有效的应用目的。

参 考 文 献

- 1 张振民，许滨，张珩等，空间飞行器的相对运动解与Hill方程的适用性分析，中国空间科学技术，2002，22(2)，1~8
- 2 Zhang Heng, Xu Bin, Zhang Zhen Min. An Analytical Approach to Analyzing Spacecraft Formation Flying Motion. AIAA-2002-4847
- 3 Sabol C, Burns R, McLaughlin C. Formation Flying Design and Evolution. AAS/AIAA Spaceflight Mechanics Meeting, Breckenridge, CO, 1999, AAS paper 99~126
- 4 Edmund M C Kong, David W Miller, Raymond J Sedwick. Exploiting Orbital Dynamics for Aperture Synthesis Using Distributed Satellite Systems; Applications to a Visible Earth Imager System. The Journal of the Astronautical Sciences, 1999, 47 (1, 2)
- 5 肖业伦，航天器飞行动力学原理，北京：宇航出版社，1995.

作者简介

孙 兰 1976年生，1999年获武汉理工大学结构工程专业硕士学位。现为中科院力学所在读博士生，主要从事航天器轨道分析研究。

许 滨 1962年生，1991年获中国科学院力学所固体力学专业硕士学位。副研究员。现主要从事飞行器动态分析、遥科学技术等研究。

张 珩 1961年生，1989年获中国科学院自动化所自动控制专业博士学位。研究员，博士生导师。现主要从事智能系统设计、面向空间应用的遥科学技术，以及空间飞行器轨道分析等研究。

(下转第33页)

Research on the Relative Autonomous Orbit Determination Algorithm of Small Satellite Formation Flight

Wang Shilian Yang Jun Zhang Eryang

(School of Electronic Science and Engineering,

National University of Defence Technology, Changsha 410073)

Abstract To obtain position keeping autonomously on-board for LEO small satellite formation flight this paper analyzes the iterated extended kalman filter applied to sub-satellite orbit determination relative to main-satellite based on distance measurement. Considering the abnormal measurementsemerged abruptly in spatial circumstance, present the soft-deletion program to avoid its impact on system's stability. That's, introducing the softening factor for measuring remnant in the calculation of iterated filtering gain, to delete softly the measurement with large error noise. Compared to error-counter kalman filter, the soft-deletion algorithm is more stabile. Moreover, its additional computation amount is little with most applicability to implementation on-board. Mente-Carlo simulation results are obtained via Matlab, the real relative trajectory between satellites is got by Range-Kutta integration, the estimated absolute error is about 0.1m without any perturbation, and the orbit determination error is about 2m on the presence of the Earth J_2 perturbation.

Subject Term Orbital control Formation flight Small satellite Algorithm

(上接第 27 页)

Concept of Spacecraft Sparse Formation-Flying and Its Design Method

Sun Lan Xu Bin Zhang Heng

(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

Abstract A new concept of spacecraft sparse formation-flying and its design method are presented in this paper. Differences between the new concept and the widely accepted spacecraft compact formation-flying are explained, and possible application prospects of sparse formation-flying are described. A new formula that is more widely applicable than Hill's solution is proposed for the design of sparse flying formations, and several sparse formations are derived. In the case that distances between formation spacecrafnts are very closed, the new formula become naturally the same as Hill's solution. Advantages of the new formula are illustrated clearly by calculating one simple example.

Subject Term Formation flight Orbital control Spacecraft Design