

文章编号: 1000-4882(2003)S-00447-06

有限厚度非均质海床对非线性波浪 响应的有限元模拟

高福平

(中国科学院力学研究所工程科学部)

摘要

本文在 Biot 多孔介质动力固结理论的基础上, 对有限厚度砂质海床与非线性波浪的相互作用进行了有限元数值模拟。进行参数研究, 分析了波浪非线性、海床非均质性和相对厚度等因素对海床土层内超孔隙水压力分布的影响。

关键词: 有限厚度海床, 非线性波浪, 非均质海床, 超孔隙水压力, 有限元方法

(一) 前 言

随着渤海和南海等海域油气田的相继发现, 我国海洋石油产量将大幅度增长。与陆上石油开采相比, 海洋石油开采面临风、浪、流等恶劣海洋环境的严峻挑战。波浪作用下, 海床破坏或液化将会引起海洋结构物的失稳, 其相关报道参见文献^[1]。鉴于我国南海和渤海的部分海域广泛分布着砂质海床, 如何正确估算波浪引起的砂质海床内超孔隙水压力、有效应力分布等土体响应, 对合理进行海洋工程设计是十分重要的。

对于波浪与海床相互作用问题, Yamamoto T. et al (1978)、Madsen O.S.(1978)分别对无限厚均质海床在线性行进波浪作用下的响应进行了解析分析。Mei C. C. 和 Foda M. A. (1981) 提出了波浪与海床相互作用的边界层近似解法。后来 Jeng D.S. and Seymour B.R.(1997)提出了有限厚度海床对短峰波动力响应的解析解, 并研究了渗透系数对海床响应的影响。由于现场波浪环境载荷以及土性参数的复杂性, 解析方法受到了限制, 因此开展数值计算研究是十分必要的。Thomas S. D.(1989)和 Gatmiri B(1990)利用有限元法研究了线性波浪与均匀海床的相互作用。Lin Y. S.& Jeng D.S.(1997) 和 Jeng D. S. & Lin Y. S. (1997) 分别对有限厚度海床在线性波浪和短峰波作用下的响应进行了有限元数值模拟。海洋波浪一般为非线性波, 海床土层由于沉积作用也呈现非均匀的特性。但非线性波浪作用下有限厚度非均质海床的响应特性仍未得到揭示。

本文将在 Biot 多孔介质动力固结理论基础上, 利用 Galerkin 法建立有限元程式, 研究非线性行进波浪与非均质多孔介质海床的相互作用, 并着重分析波浪非线性、海床相对厚度等因素对海床土体内超孔隙水压力分布的影响。

(二) 平面应变边值问题及有限元算法

海床上部土层均为有限厚度, 其下面多为不透水的刚性基岩。在波浪作用下, 有限厚度海床的动力响应可以视为二维平面应变边值问题, 如图 1 所示。

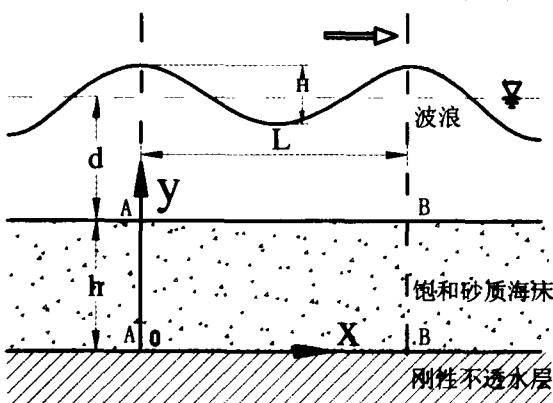


图1 波浪与海床相互作用示意图

1. 控制方程

假定波浪载荷引起的砂质海床孔隙水渗流为层流运动，满足达西定律。采用 Biot 固结理论描述波浪引起的多孔弹性海床内超孔隙水压力和土骨架变形 [Biot M.A., 1941]。考虑土层渗透系数随深度变化时，Biot 方程可表示为：

$$K(y)\nabla^2 p + \frac{dK(y)}{dy} \frac{\partial p}{\partial y} - \gamma_w n \beta \frac{\partial p}{\partial t} = \gamma_w \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \bar{u}_s) \quad (1)$$

忽略土层体积力和惯性力的情况下，剪切模量随深度变化的弹性海床平衡方程为：

$$G(y)\nabla^2 u_s + \frac{G(y)}{1-2\mu} \frac{\partial}{\partial x} (\nabla \cdot \bar{u}_s) + \frac{dG(y)}{dy} \left(\frac{\partial u_s}{\partial y} + \frac{\partial w_s}{\partial x} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (2)$$

$$G(y)\nabla^2 w_s + \frac{G(y)}{1-2\mu} \frac{\partial}{\partial y} (\nabla \cdot \bar{u}_s) + \frac{dG(y)}{dy} \left[\mu \frac{\partial u_s}{\partial x} + (1-\mu) \frac{\partial w_s}{\partial y} \right] = -\frac{\partial p}{\partial y} \quad (3)$$

其中， $K(y)$ 为随海床深度变化的土层渗透系数， p 为波浪引起的超孔隙压力， γ_w 为孔隙水容重（ $\gamma_w = \rho g$ ， ρ 为水的密度， g 为重力加速度）， n 为土的孔隙率， t 表示时间，在二维情况下 $\bar{u}_s = (u_s, w_s)$ 为土层位移矢量， β 为孔隙流体的压缩性系数， $\beta = 1/E_w + (1-S)/P_{w0}$ ， E_w 为水的真实弹性模量（一般取 $2 \times 10^9 Pa$ ）， S 为土体饱和度， P_{w0} 为孔隙流体的绝对压力， G 和 μ 分别为海床土的剪切模量和泊松比。

2. 边界条件及其处理方法

(1) 海床表面边界条件

不考虑波浪诱导的海底振荡流边界层摩阻力的影响，此时海床表面的剪切应力和垂向正应力视为零，即 $\tau_{xy} = \sigma_y = 0$ 。在给定水深 d 、波高 H 和周期 T 等海况下，依据无量纲参量 d/gT^2 和 H/gT^2 ，可选择合适的波浪理论确定海床所受波浪载荷 [Dean, R.G., 1994]。对于二阶非线性波浪载荷，波浪引起的海床表层超孔隙水压力为：

$$p = p_1 \cos(kx - \omega t) + \frac{\rho g k H^2}{4} [A_{21} + A_{22} \cos 2(kx - \omega t)], \quad \text{在 } z=h \text{ 处} \quad (4)$$

其中， $p_1 = \frac{\rho g H}{2 \cosh(kd)}$ 为海床表面所受线性载荷的幅值， k 为波数 ($k=2\pi/L$ ， L 为波长)， ω 为波浪角频率 ($\omega = 2\pi/T$)， h 为土层厚度， $A_{21} = -\omega_0 \beta_1 - \frac{\omega_0^2}{4 \sinh^2 kd}$ ， $A_{22} = 4\omega_0 \beta_2 - \frac{\omega_0^2}{4 \sinh^2 kd}$ ，

$\omega_0 = \sqrt{\tanh kd}$, $\beta_1 = \frac{1}{8}(-\omega_0^{-3} + \omega_0)$, $\beta_2 = \frac{3(\omega_0^{-7} + \omega_0)}{16 \cosh(2kd)}$ 。式(4)右边第一项为线性波浪载荷项。式(4)

亦可写成：

$$p = p_0 + p_1 \operatorname{Re}\{(\cos kx + i \sin kx)e^{-i\alpha x}\} + p_2 \operatorname{Re}\{(\cos 2kx + i \sin 2kx)e^{-i2\alpha x}\} \quad (5)$$

其中, $p_0 = \frac{\rho g k H^2}{4} A_{21}$, $p_2 = \frac{\rho g k H^2}{4} A_{22}$, Re 表示取复变量的实部。

(2) 海床底部边界条件

当砂质海床底部为不透水刚性岩体时, 其边界条件可表示为:

$$u_s = w_s = \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad \text{在 } y=0 \text{ 处} \quad (6)$$

(3) 侧向边界处理方法

为求解周期性波浪载荷作用下的无限长海床的响应, 采用“可重复边界”处理方法: 在 AA 和 BB 截面处(见图 1), 波浪引起的土体超孔隙水压力 p 和土体位移 u_s 、 w_s 相等, 即:

$$\begin{array}{ccc|cc} p & & p \\ u_s & & = u_s \\ w_s & |_{x=AA,y,t} & w_s & |_{x=BB,y,t} \end{array} \quad (7)$$

3. 有限元算法

鉴于二阶非线性波浪载荷具有倍频周期变化的特点, 见式(5), 波浪引起的海床超孔隙水压力、土体位移和有效应力可表示为:

$$\begin{aligned} Q_j(x, y, t) = & Q_{j0r}(x, y, t) + [Q_{j1r}(x, y, t) + iQ_{j1c}(x, y, t)]e^{-i\alpha x} \\ & + [Q_{j2r}(x, y, t) + iQ_{j2c}(x, y, t)]e^{-i2\alpha x} \end{aligned} \quad (8)$$

式中 Q_j ($j=1, \dots, 6$) 分别代表 p 、 u_s 、 w_s 、 σ_x' 、 σ_y' 和 τ_{xy} , 下标 r,c 分别代表实部和虚部。将式(8)代入式(1)、(2)和(3), 在边界条件式(4)—(7)下, 应用 Galerkin 法(Zienkiewicz O C, Taylor R L, 1989)建立有限元程式。

(三) 数值计算结果及讨论

1. 波浪载荷非线性对海床超孔隙水压分布的影响

为了探索波浪载荷非线性对波浪与海床相互作用的影响, 选取一种 Gibson 海床土层作为研究对象, 其剪切模量和渗透系数随深度的变化函数分别取为:

$$G = G_0 [1 + 9.0(1 - y/h)] \quad (9)$$

$$K = K_0 \exp[-2.3025(1 - y/h)] \quad (10)$$

式中, G_0 和 K_0 分别为海床表面土层 ($y=h$ 处) 的剪切模量和渗透系数。波浪和海床参数的取值参见表 1。

表 1 波浪和砂质海床参数

砂质海床参数:		波浪参数:	
海床厚度 h	50m	周期 T	8s
渗透系数 K_0	1.0×10^{-3} cm/s	水深 d	30m
剪切模量 G_0	1.44×10^7 Pa	波长 L	95.88m

泊松比 μ	0.25	波高 H	分别取 2、6、10m
孔隙率 n	0.4		

在线性波浪作用下, Gibson 海床土层下部的超孔隙水压力明显比均质海床情况大, 如图 2 所示, 图中, P 为波浪引起的超孔隙水压幅值。可见, 海床非均质性对孔隙水压分布特性的影响不可忽视。对于浅水行波而言 ($d < L/2$), 随着波陡 H/L 的增加, 非线性波浪诱导的 Gibson 海床土层超孔隙水压力呈增大趋势, 也就是说, 波浪非线性效应越明显(见图 2)。

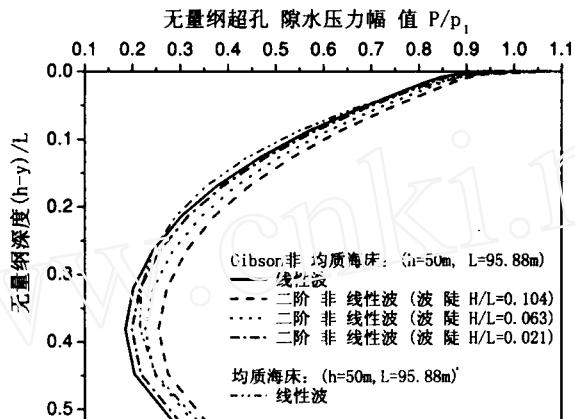


图 2 海床土层超孔隙水压的波浪非线性效应

2. 海床土层相对厚度对海床超孔隙水压分布的影响

为研究海床土层相对厚度对非线性波浪引起超孔隙水压力的影响, 进行了海床厚度参量研究, 即分别取 $h=20、35、50、65、80m$, 波高 $H=10m$, 其余参数与表 1 所列的相同。数值计算结果分析发现(如图 3、图 4 所示): (1) 波浪引起的超孔隙水压力幅值随着土层深度的增加, 在浅层是递减的, 但是由于底部不透水刚性边界的影响, 当超过一定深度后超孔隙水压力幅值却随深度增加而增大; (2) 随土层相对厚度 h/L 的增大, 底部边界对孔隙水压力的影响呈减弱趋势; (3) 与 Yamamoto(1978)的无限厚度均匀砂质海床对线性波浪响应的理论解进行比较发现, 本文有限厚度海床数值计算结果与该理论解, 在土层相对厚度的影响趋势上有较好的一致性。

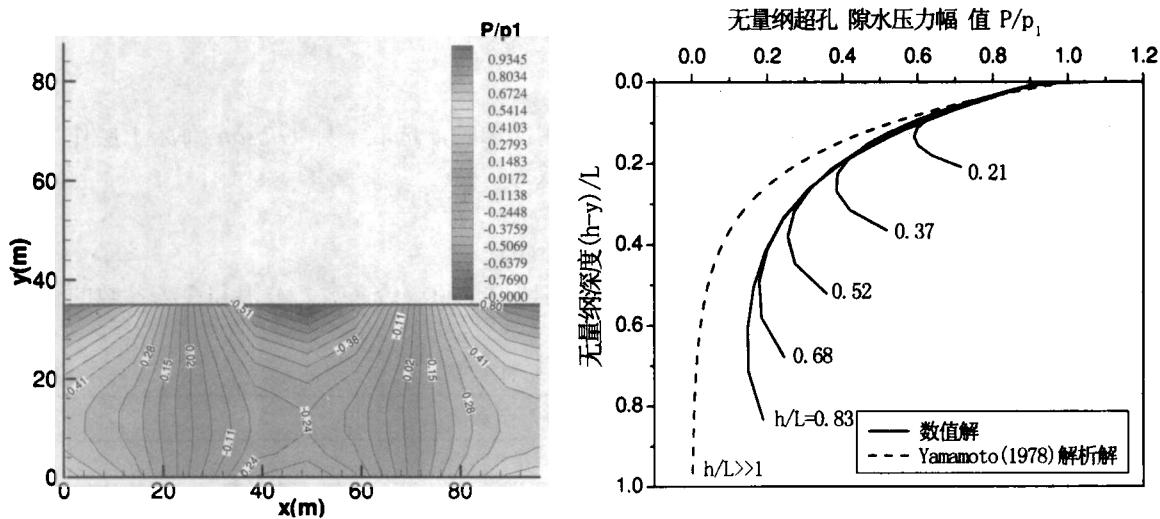


图 3 有限厚度海床内超孔压分布情况 ($h/L=0.37$)

图 4 土层相对厚度对海床内超孔压的影响

(四) 结 论

- (1) 对于浅水行进波浪而言, 随着波陡 H/L 的增加, 波浪引起的有限厚度砂质海床内超孔隙水压力的非线性效应越明显。海床的非均质性对孔压分布的影响也是不可忽视的。
- (2) 在海床土层的相对厚度 h/L 小于 1 的范围内, 随 h/L 的减小, 有限厚度海床底部不透水刚性边界对土层超孔隙水压力的影响越大。
- (3) 在分析浅水行进波浪与海床相互作用时, 波浪的非线性、海床土层相对厚度和非均质性等因素的影响是值得重视的。

参 考 文 献

- [1] Lundgren H, Lindhart JHC, Romhild CJ. Stability of breakwater on poor foundation. In: Proceedings of 12th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, 1989: 451~454.
- [2] Yamamoto T, Koning HL, Sellmeier H, Hijum EV. On the response of a poro-elastic bed to water waves. Journal of Fluid Mechanics, 1978, 87:193~206.
- [3] Madsen OS. Wave-induced pore pressures and effective stresses in a porous bed. Géotechnique, 1978; 28, 377~93.
- [4] Mei CC, Foda MA. Wave-induced stresses around a pipe laid on a poro-elastic sea bed. Géotechnique, 1981, 31: 509~517.
- [5] Jeng DS, Seymour BR. Wave-induced pore pressure and effective stresses in a porous seabed with variable permeability. Journal of Offshore mechanics and Arctic Engineering, Transaction ASME, 1997, 119: 226~33.
- [6] Thomas SD. A finite element model for the analysis of wave induced stresses, displacements and pore pressures in an unsaturated seabed. I: Theory. Computers and Geotechnics, 1989, 8: 1~8.
- [7] Gatmiri B. A simplified finite element analysis of wave-induced effective stresses and pore pressures in permeable sea beds. Géotechnique, 1990, 40:15~30.
- [8] Lin YS, Jeng DS. The effect of variable permeability on the wave-induced seabed response. Ocean Engineering, 1997, 24: 623~643.
- [9] Jeng DS, Lin YS. Non-linear wave-induced response of porous seabed: a finite element analysis. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geotechnics, 1997, 21:15~42.
- [10] Biot MA. General theory of three-dimensional consolidation. Journal of applied Physics, 1941, 12: 115~129.
- [11] Zienkiewicz O C, Taylor R L. The Finite Element Method (4th ed). London: McGraw-Hill Press, 1989.
- [12] Dean, RG, Dalrymple, RA. Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists. World Scientific, Singapore, 1994.

FEM Simulation of Response of Non-Homogeneous Sandy Seabed of Finite Thickness to Non-Linear Ocean Wave Loading

GAO Fu-ping

(DES, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract

Based on Biot's dynamic poroelastic consolidation theory, the response of non-homogeneous sandy seabed of finite thickness to non-linear ocean wave loading is simulated with Finite Element Method. A parametric study is carried out, to investigate the effects of wave non-linearity, non-homogeneousness and relative thickness of seabed on the distribution of excessive pore pressures within sandy seabed.

Key words: seabed of finite thickness, non-linear wave, non-homogeneous seabed, excess pore pressure, finite element method

作 者 简 介

高福平 男, 1973年出生, 博士, 2001年在中科院力学所获工程力学专业博士学位, 2001年至2002年在澳大利亚西澳大学近海结构基础研究中心和格里菲斯大学工程学院做博士后。目前在中科院力学所工程科学部从事海洋土力学和海洋工程力学研究。