

泥石流反粒径分布的一种定性解释¹⁾

马富华 钟钊新

(中国科学技术大学, 合肥 230027)

刘大有

(中国科学院力学研究所, 北京 100080)

摘要 假设泥石流中的粗颗粒(如石块等)以跳跃的方式前进, 通过分析单个颗粒在定常充分发展的流场中的运动, 给出了单一起跳速度下以及具有一定分布的起跳速度下, 颗粒数密度随高度的分布, 并给出了起跳粒径有分布时颗粒的平均粒径随高度的分布, 定性解释了泥石流中的反粒径分布现象.

关键词 泥石流, 反粒径分布, Stokes 阻力, 数密度, 平均粒径

1 引言

泥石流由于其巨大的危害性而一直受到人们的关注. 由于其本身的复杂性, 使得这方面的研究, 即使是定性的分析也较困难. 在泥石流运动中, 人们常观测到有些巨大的砾石漂浮在泥石流表面; 又从泥石流沉积层中, 人们常看到所谓的“反粒径分布”现象^[1]: 上面颗粒的平均粒径较大, 而下面的较小. 对于这种现象, 目前还没有任何定性的解释. 本文提出了一个简单的力学模型, 可以定性解释这种反粒径分布现象.

2 基本假设

为简单起见, 引进如下几个假设(图1):

- (1) 泥石流在一倾角为 θ 的床面上运动, 流动是二维、定常、充分发展的, 并忽略颗粒的运动对浆体的影响;
- (2) 颗粒跳跃式地前进. 即颗粒是在与床面发生碰撞、弹起、落下、再碰撞的往复过程中向前运动的;
- (3) 颗粒是球形的, 并采用 Stokes 阻力;
- (4) 在跳跃过程中, 颗粒之间没有碰撞.

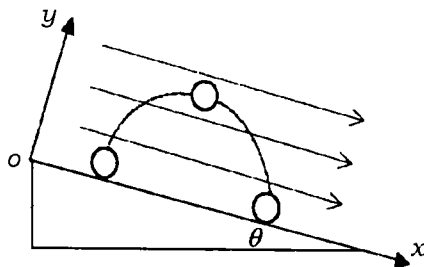


图1 颗粒跳动示意图

当流场中的颗粒浓度较高、颗粒速度脉动较强时, 发生在流场中的颗粒-颗粒碰撞会比较频繁, 在泥石流的“龙头区”可能会出现这种情况. 但是, 使流场中颗粒浓度变大、速度脉动强烈的起因, 正是发生在床面上的颗粒-颗粒碰撞和随之产生的颗粒跃移运动. 作为定性分析, 为了突出重点, 本文引入了无碰撞假设. 为了说明碰撞的影响, 可引入颗粒平均自由程 l 说明之, 当 l 远大于泥石流的深度时, 本假设是合理的; 当泥石流较深时, 那么从床面算起大约一倍的平均自由程的范围内, 可近似忽略颗粒-颗粒碰撞, 也就是说, 本文的论述至少能说明床面以上一倍平均自由程内的反粒径分布现象.

3 单一起跳速度和单一粒径的情况

由于流动是定常充分发展的, 并且在采用 Stokes 阻力时, x 、 y 方向的运动是独立的, 我们只需考虑 y 方向的运动即可. 当采用其他阻力公式时, 两个方向的运动可能会有一定的耦合. 作为初步研究, 本文忽略这种耦合.

首先, 考虑一种最简单的情况: 所有颗粒具有同一直径 D , 起跳时 y 方向的分速度 v_0 都相同. 对于单个颗粒, 其 y 方向的分运动方程和初始条件为

$$\frac{dy}{dt} = v \quad (1)$$

$$\frac{dv}{dt} = -G + F \quad (2)$$

$$y(0) = 0 \quad v(0) = v_0 \quad (3)$$

其中 $G = \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_p}\right)g \cos \theta$, $F = -\frac{v}{\tau_v}$, $\tau_v = \frac{D^2 \rho_p}{18\mu}$, μ 、 ρ_f 、 ρ_p 、 g 、 θ 分别为浆体的动力粘性系数和密度、颗粒的密度、重力加速度和床面坡度. 由式(1)、(2)、(3)可得

$$y = \tau_v(v_0 - v) + G\tau_v^2 \ln\left(\frac{v + G\tau_v}{v_0 + G\tau_v}\right) \quad (4)$$

对于给定的 y , 由式(4)可解出两个速度 v_a 和 v_b , 分别表示上升和下降到高度 y 时的速度.

当有大量的颗粒起跳时, 设单位时间内、单位面积的床面上起跳的颗粒数为 Γ , 并用 n_a 和 n_b 分别表

1) 中国科学院特别支持领域“山地灾害——泥石流、滑坡基础研究”和国家自然科学基金资助项目.

1998-01-08 收到第1稿, 1998-04-14 收到修改稿.

示高度 y 处上升颗粒和下降颗粒的数密度，总的数密度 $n = n_a + n_b$ ，则根据定常、充分发展的连续性条件 $n_a v_a = -n_b v_b = \Gamma$ 可得

$$\frac{n(y)}{\Gamma} = \frac{n_a + n_b}{\Gamma} = \frac{1}{v_a(y)} - \frac{1}{v_b(y)} \quad (5)$$

当给定 v_0 和 D 及其它有关参数后，由式 (4)、式 (5) 即可得到 n/Γ 与 y 的关系。我们取

$$\begin{aligned} \theta &= 15^\circ & g &= 9.8 \text{ m/s}^2 \\ \rho_f &= 2.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 & \rho_p &= 2.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \\ \mu &= 3.0 \times 10^{-2} \text{ kg/ms} & v_0 &= 2.0 \text{ m/s} \end{aligned}$$

D 分别取为 0.5 cm 和 4 cm，得到 n/Γ 与 y 的关系如图 2。特别地，当忽略阻力，即 (2) 式中的 $F = 0$ 时，由式 (1) ~ 式 (3) 可得到解析关系： $n/\Gamma = 2(v_0^2 - 2Gy)^{-1/2}$ ，如图 2 中实线所示。当颗粒直径 D 很大时， τ_v 很大， F 变得很小，所得结果将与不计阻力时的结果十分接近。图 2 表明：在单一起跳速度和单一粒径的理想情况下，数密度 n 随着高度 y 递增，越往上颗粒的浓度越高；同时，大颗粒比小颗粒跳得更高，也可作为大颗粒在上小颗粒在下的一种粗略的解释。

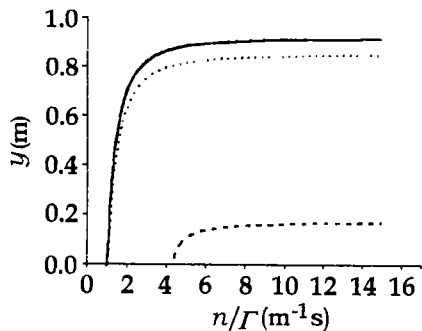


图 2 数密度随高度的分布图

—— 忽略阻力，····· $D = 4 \text{ cm}$ ，--- $D = 0.5 \text{ cm}$

4 起跳速度有分布的情况

设起跳速度的分布函数为： $f = f(v_0)$ ，它表示：单位时间内、单位面积的床面上、起跳速度在 $[v_0, v_0 + dv_0]$ 之间的颗粒数为 $\Gamma f(v_0) dv_0$ 。于是 (V_0 表示最大起跳速度)

$$\begin{aligned} \Gamma &= \int_0^{V_0} \Gamma f(v_0) dv_0 \\ \int_0^{V_0} f(v_0) dv_0 &= 1 \end{aligned}$$

根据假设 (3)，对于每一种起跳速度 v_0 ，都可以用式 (4) 和式 (5) 求得由它引起的数密度分布，记为 $m(y, v_0)$ 。因此，高度 y 处的总的数密度为

$$\begin{aligned} n(y) &= \int_0^{V_0} m(y, v_0) dv_0 = \\ &= \Gamma \int_0^{V_0} \left[\frac{1}{v_a(y, v_0)} - \frac{1}{v_b(y, v_0)} \right] f(v_0) dv_0 \end{aligned} \quad (6)$$

这样，只要给定起跳速度分布函数 $f(v_0)$ ，即可得到 n/Γ 与 y 的关系。设

$$f(v_0) = \begin{cases} 0 & (0 \leq v_0 < bV_0) \\ \frac{1}{(1-b)V_0} & (bV_0 \leq v_0 \leq V_0) \end{cases} \quad (7)$$

其中 b 为一小于 1 的正数，它是一带宽为 $(1-b)V_0$ 的矩形分布 (如图 3 所示，其中 $b = 0.8$ ， $V_0 = 2.0 \text{ m/s}$)，对直径 4 cm 和 0.5 cm 两种大小的颗粒分别计算，得到的结果如图 4 所示。

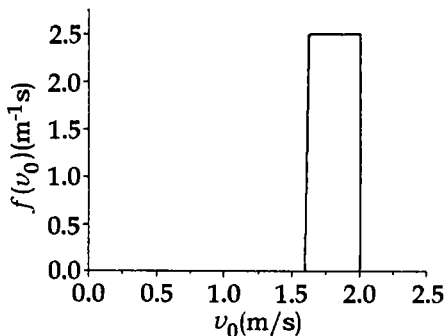


图 3 起跳速度的矩形分布图

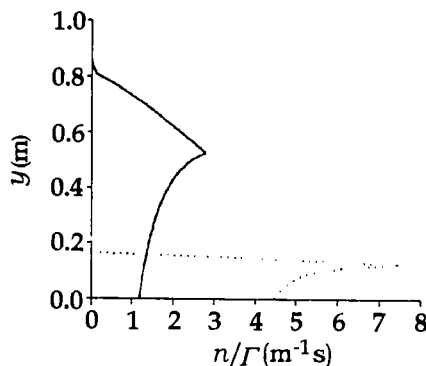


图 4 数密度随高度的分布图

—— $D = 4 \text{ cm}$ ，····· $D = 0.5 \text{ cm}$

5 起跳速度和粒径均有分布的情况

更一般的情形是 $f = f(v_0, D)$ ，它表示：单位时间内、单位面积的床面上、起跳速度在 $[v_0, v_0 +$

$dv_0]$ 之间、直径在 $[D, D + dD]$ 之间的起跳颗粒数为 $\Gamma f(v_0, D)dv_0dD$ ，并有

$$\int_0^{D_m} \int_0^{V_0} f(v_0, D)dv_0dD = 1$$

其中 D_m 、 V_0 分别为 D 、 v_0 的最大值。

根据假设 (3)，对于每一种直径为 D 、起跳速度为 v_0 的颗粒，仍可以用式 (4) 和式 (5) 求得由它引起的数密度分布，记为 $m(y, v_0, D)$ 。从而高度 y 处的总的数密度为

$$n(y) = \int_0^{D_m} \int_0^{V_0} m dv_0 dD = \Gamma \int_0^{D_m} \int_0^{V_0} \left[\frac{1}{v_a(y, v_0, D)} - \frac{1}{v_b(y, v_0, D)} \right] f(v_0, D) dv_0 dD \quad (8)$$

当颗粒不均匀时，人们更关心的是颗粒的体积浓度 α_p (而不是数密度) 和平均粒径 \bar{D} 随高度的分布。从床面起跳时，更常用起跳颗粒的质量随起跳速度 v_0 和粒径 D 的分布 $f^*(v_0, D)$ ：在单位时间内，单位面积的床面上，起跳速度在 $[v_0, v_0 + dv_0]$ 之间，直径在 $[D, D + dD]$ 之间的起跳颗粒的总质量为 $Mf^*(v_0, D)dv_0dD$ ，其中 M 为单位时间内、单位面积的床面上起跳颗粒的总质量。由

$$Mf^*(v_0, D)dv_0dD = \rho_p \frac{\pi}{6} D^3 \Gamma f(v_0, D)dv_0dD$$

可得两种起跳分布函数的关系为

$$f(v_0, D) = \frac{M}{\rho_p \frac{\pi}{6} D^3 \Gamma} f^*(v_0, D) \quad (9)$$

由此可得数密度 n 、体积浓度 α_p 和平均粒径 \bar{D} 随高度 y 的分布

$$n(y) = \frac{6M}{\pi \rho_p \Gamma} \int_0^{D_m} \int_0^{V_0} \left[\frac{1}{v_a} - \frac{1}{v_b} \right] \frac{f^*(v_0, D)}{D^3} dv_0 dD \quad (10)$$

$$\alpha_p(y) = \frac{M}{\rho_p \Gamma} \int_0^{D_m} \int_0^{V_0} \left[\frac{1}{v_a} - \frac{1}{v_b} \right] f^*(v_0, D) dv_0 dD \quad (11)$$

$$\bar{D}(y) = \left[\frac{6\alpha_p}{\pi n} \right]^{1/3} \quad (12)$$

在许多情况下， f^* 可以或近似可以表示为：

$f^*(v_0, D) = f_1^*(v_0)f_2^*(D)$ ， f_1^* 、 f_2^* 分别满足归一化条件： $\int_0^{V_0} f_1^*(v_0)dv_0 = 1$ ， $\int_0^{D_m} f_2^*(D)dD = 1$ 。本文用两种形式的 $f_2^*(D)$ (图 5)：矩形分布 $f_{2R}^*(D)$

和正弦分布 $f_{2S}^*(D)$ ，定性说明平均粒径随高度的分布规律，计算结果示于图 6，计算中所用的 $f_1^*(v_0)$ 仍采用式 (7)。从图 6 中可明显看到，在一定的高度范围内，平均粒径随着高度的增加而增加。 $f_{2R}^*(D)$ 和 $f_{2S}^*(D)$ 的具体形式为

$$f_{2R}^*(D) = \begin{cases} 0 & (0 \leq D < aD_m) \\ \frac{1}{(1-a)D_m} & (aD_m \leq D \leq D_m) \end{cases}$$

$$f_{2S}^*(D) = \begin{cases} 0 & (0 \leq D < aD_m) \\ \frac{A}{D_m} \sin[\omega(D/D_m - a)] & (aD_m \leq D \leq D_m) \end{cases}$$

其中， $D_m = 4 \text{ cm}$ ， $a = 0.125$ ， $\omega = \frac{\pi}{1-a}$ ， $A = \frac{\omega}{2}$ 。

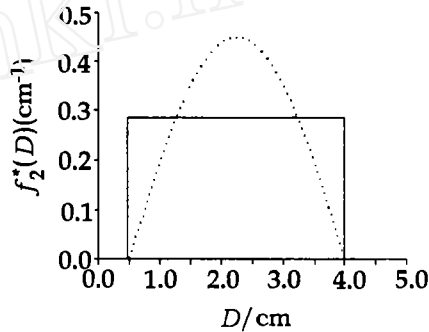


图 5 起跳质量随粒径的分布
—— 矩形分布， ····· 正弦分布

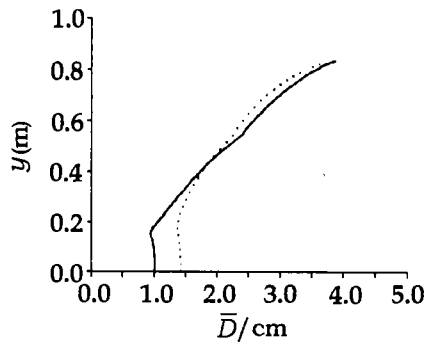


图 6 平均粒径随高度的分布
—— 矩形分布， ····· 正弦分布

6 结 论

泥石流中的颗粒呈现反粒径分布是大量实验观测的结论，本文假定泥石流中的颗粒是跳跃式前进的，并在此基础上得到了：起跳颗粒具有单一的起跳速度和粒径时颗粒的数密度随高度增加的趋势；起跳颗粒的起跳速度和粒径有一定的分布时颗粒的平均粒径随

高度而增加的趋势。从而定性地解释了泥石流中的反粒径分布现象，也从一定程度上反映了跳跃式前进假设的合理性。

致谢 作者感谢章书成研究员提供的许多宝贵信息和十分有益的讨论。

参 考 文 献

- 1 Takahashi T. Debris Flow, IAHR-AIRH Monograph series A.A. Balkema, 1991. 105

QUALITATIVE EXPLANATION OF THE ABNORMAL DISTRIBUTION IN DEBRIS FLOW

MA Fuhua ZHONG Zhaoxin
(University of Science and Technology of China,

Hefei 230027, China)

LIU Dayou

(Institute of Mechanics, CAS, Beijing 100080, China)

Abstract In this paper, the bouncing movement of the blocks in the debris flow is assumed, a single block's movement in the stable flow field is analyzed, the relation of the number density with the height and the relation of the mean diameter of the blocks with the height are obtained with some hypotheses and numerical computation, and the abnormal distribution in the debris flow is explained quantitatively.

Key words debris flow, abnormal distribution, stokes drag, number density, mean diameter

水下推进器运动的自适应滑动控制

林西强

(国防科技大学航天技术系, 长沙 410073)

摘要 综合利用滑动控制和自适应控制的优点, 对水下推进器的运动轨迹进行滑动自适应控制, 仿真结果表明了该方法的有效性 with 优越性。

关键词 水下推进器, 滑动控制, 自适应控制

1 引 言

水下推进器如潜艇、鱼雷等, 优良的机动性能是其生存或击中目标的重要条件, 这对推进器的运动控制提出了很高的要求。但水下推进器运动时, 由于流体动力效应的影响, 其附加质量、阻力等参数是时变的, 具有很大的不确定性, 给控制带来了困难。目前常用的方法是滑动控制和自适应控制。

滑动控制的一个突出特点是由于其本身结构上的优势而对于参数扰动和外界干扰具有完全的或较强的鲁棒性。但是, 这种鲁棒性仅是一定范围内的鲁棒性, 即只有根据已知变化边界设计出的滑动控制器具有鲁棒性。而对水下推进器, 系统参数变化的边界难以给出, 对于这一情况, 现有的滑动控制设计方法只能将不确定因素的边界取得很大。这时就出现了矛盾, 一

方面, 为了鲁棒性要求, 必须增大边界的取值; 另一方面, 控制量的物理限制和节省能量的要求又不允许过大的取值, 因为过大的边界取值不但造成控制能量的浪费, 还将影响控制的性能。

自适应控制具有学习特性, 在自适应过程中能改进其特性, 需要很少的或不需有关参数的先验信息, 适合处理定常或渐变参数的不确定性问题。但自适应控制对未建模的动力学的鲁棒性差, 且对水下推进器这种非线性系统还很难处理。

针对以上问题, 本文综合利用滑动控制和自适应控制对水下推进器进行了运动控制, 即用一个在线参数估计器实时估计不确定参数的值, 利用该估计值减小滑动控制器参数边界范围, 再由滑动控制器保证系统的控制精度与鲁棒性, 其结构如图 1 所示。

2 水下推进器运动的自适应滑动控制

2.1 数学模型

水下推进器运动的一种简化运动模型可写为

$$m\ddot{x} + c\dot{x}|\dot{x}| = u \quad (1)$$

本文于 1997-09-08 收到。