计及轴向压力的方管节点塑性铰线模型

毟 张 骥 董满生 洪友士 葛

(中国科学院力学研究所非线性力学国家重点实验室(LNM),北京,100080)

摘 要 塑性较线分析模型已成功用于估计由弦杆表面屈服控制的各种管节点的强度:然而弦杆自身的轴向 压力对节点承载力的影响仍然是用一个经验折减系数来考虑的.为了计算在轴向压力作用下沿倾斜塑性铰线的极 限弯矩、研究者们提出了各种理论模型。该文对这些模型进行了分析和对比。结果表明、采用简化假设的阶梯形塑 性铰线模型用于评价 T 形方管节点的强度与试验结果和有限元计算结果符合得最好.

关键词 方管,节点,塑性铰线分析,倾斜塑性铰线

引言 0

钢管构件之间直接焊接是一种常用的连接方 式,其工艺简单,节省钢材,外形美观,这种节点的柔 度比较大,弦杆翼缘连接面的变形常常控制节点的 承载力.如图1所示,对于T形节点,塑性铰线分析 模型常用于这类节点以估计由连接表面变形限制的 节点承载力. 各主要国家现行设计规范中(1~4), 用于 < 0.85 方钢管的 T, Y, X 形节点的设计公式都是 以塑性铰线分析为基础的,这里 表示腹杆和弦杆 的宽度比h/h.

钢管连接节点处的弦杆往往承担双重任务:既 要承受来自腹杆的作用力,又要承受自身的轴向荷 载. 弦杆中的轴向压力将降低管壁的极限弯矩承载 力.设计公式中采用相应的折减系数以考虑轴向压 力对节点强度的影响⁽⁵⁾.这些折减系数是从试验结 果得来的,它们对于几何尺寸超出试样范围的节点 不适用.

为了提供一个可以计入弦杆中轴向压力影响的 节点强度计算公式,本文试图寻找一个合理的塑性 铰线模型.

正交各向异性模型 1

在用于方钢管节点的塑性铰线模型中,弦杆的 翼缘板是各向同性的,即各个方向的极限弯矩是相



图 1 方钢管节点的塑性铰线模型

同的. 而对于承受轴向压力的弦杆, 沿两个正交方向 的极限弯矩是不同的. 称平行于轴向压力的塑性铰 线为"平行塑性铰线",其极限弯矩为 m1;垂直于轴 向压力的塑性铰线为"垂直塑性铰线",其极限弯矩 为 m₂.

如果没有轴向压力,单位长度上的极限弯矩为

$$m_1 = m_2 = m_{p0} = f_{y0} \frac{f_0^2}{4} \tag{1}$$

^{*} 国家自然科学基金重点项目(10532070)资助. 2005-03-08 收到第1稿, 2006-03-06 收到修改稿.

式中, f, o为弦杆屈服应力, to为弦杆壁厚.

如果考虑轴向压应力 Fo的影响,极限弯矩 m2 可按图 2 中的极限弯矩应力图计算.压应力区的下 半部分是由轴向压应力 Fo 0 引起的.有



图 2 "垂直塑性铰线 '截面应力分布

$$F_{0} t_{0} = -f_{y0} (x_{1} - x_{2}), \quad x_{1} + x_{2} = t_{0}$$
(2)
$$x_{1} = \frac{t_{0}}{2} \left(1 - \frac{F_{0}}{f_{y0}} \right), \quad x_{2} = \frac{t_{0}}{2} \left(1 + \frac{F_{0}}{f_{y0}} \right)$$
(3)

极限弯矩 m2 为

$$m_{2} = f_{y0} x_{2} (t_{0} - x_{2}) = \left(1 - \frac{\frac{2}{t_{0}}}{f_{y0}^{2}}\right) \frac{t_{0}^{2}}{4} = (1 - n^{2}) m_{p0}$$

$$(4)$$

轴向压应力 ⁿ⁰ 对弦杆表面沿平行塑性铰线的 极限弯矩也可能有影响.极限弯矩 m1 可表示为通 式 km_{f0},按图 3 中的应力图计算,图中 f1c和 f1r分别



图 3 "平行塑性铰线 '截面应力分布

表示到达屈服状态的压应力和拉应力.由于平行塑 性铰线截面上没有轴向压力,应力图中的关系可表 示为

$$f_{1c}x_1 + f_{1T}x_2 = 0, \quad x_1 + x_2 = t_0$$
 (5)

极限弯矩 m1 为

$$m_1 = k m_{p0} = f_{1T} x_2 \frac{t_0}{2} = \frac{-f_{1T} f_{1C} t_0^2}{f_{1T} - f_{1C} 2}$$
(6)

不同的理论和假设可用来确定 fic和 fir.

1.1 von Mises 准则

$$rac{2}{1} - rac{1}{2} + rac{2}{2} = f_{y0}^2$$
 (7)
nf y0 带入式(7),解得

$$\frac{1}{f_{y0}} = \frac{n \pm \sqrt{4 - 3n^2}}{2}$$
(8)

得到

将_2 =

$$\frac{f_{1c}}{f_{y0}} = \frac{n - 4 - 3n^2}{2}, \quad \frac{f_{1T}}{f_{y0}} = \frac{n + 4 - 3n^2}{2} \quad (9)$$

将式(9)代入式(6),得到

$$k = \frac{2 - 2n^2}{\sqrt{4 - 3n^2}} \tag{10}$$

1.2 Tresca 准则

$$\begin{cases} 1 - 2 = f_{y0}, & 1 - 2 = -f_{y0} \\ 1 = f_{y0}, & 1 = -f_{y0} \\ 2 = f_{y0}, & 2 = -f_{y0} \end{cases}$$
(11)

将 $_2 = nf_{y0}$ 代入(11)式,解得

$$f_{1c} = -f_{y0}, \quad f_{1r} = (1+n)f_{y0} \quad (12)$$

将式(12)代入式(6),解得

$$k = \frac{2+2n}{2+n} \tag{13}$$

1.3 简化假设(忽略 FD对 m1 的影响)

在实际的方钢管节点中,弦杆上连接处的翼缘 板与腹杆相连并延伸至两侧腹板,圆角处对翼缘板 提供了一定的约束.对弦杆翼缘板沿垂直方向约束 的程度很难定量化,故而难以确定沿平行塑性铰线 方向的极限弯矩.在方钢管节点的塑性铰线分析中, 材料假设为理想弹塑性,实际上低估了节点强度.所 以,有理由不考虑轴向压应力 病对弦杆翼缘板上沿 平行塑性铰线方向极限弯矩的影响,当然这是一种 偏于危险的假设.在这个假设基础上,k的值为 1. Davies 等¹⁶¹和 Bakker¹⁷¹采用了这个假设.

2 直接计算倾斜塑性铰线极限弯矩

关于与轴向压力成斜角的塑性铰线的研究工作

已经开展多年,并已提出计算其折减极限弯矩的各种公式. Zhao 和 Hancock^(8,9)对 Murray⁽¹⁰⁾, Davies 等⁽⁶⁾和 Bakker⁽⁷⁾提出的公式进行了总结,并提出了自己的公式. Zhao 和 Hancock⁽¹¹⁾也开展了一些试验工作以验证他们的理论分析. 在这些公式中,假定

了屈服面上的不同应力分布,采用了不同的屈服准则.表1中以单位长度上倾斜塑性铰线极限弯矩与 无轴向压力作用时极限弯矩的比值的形式列出了这些公式,所有公式都表示为轴向预应力率 *n* = *n*/*f*,0和塑性铰线与垂直方向之间夹角 的函数.

研究者	$f(n,) = m / m_{p0}$	非 负	保 1	随 <i>n</i> 递减	随递增	k = f(n, 90)
Murray (1973)	$1 - n^2$		\checkmark	V	×	$1 - n^2$
Mouty (1976)	$1 - n^2 \cos^4$	√				1
Bakker (1990)	$1 - n^2 (\cos + 2\sin)^2 \cos^2$	×		\checkmark	×	1
Davies 等 (1975)	$\frac{1 - n^2 (\cos^2 + 4\sin^2) \cos^2}{\sqrt{1 - 4n^2 \sin^2 \cos^2}}$	×			×	1
Murray (1984)	$(1 - k_n^2) \frac{1 + 2}{2}$ $k_n = \frac{-2n\cos^2 - (1 - 2)}{1 + 2}$ $1 = \frac{1 - n^2\cos^2 \sin^2 + n\sin^2}{1 + n\sin^2}$ $2 = n\sin^2 + \sqrt{1 - n^2\sin^2 2}$		\checkmark	\checkmark	×	$\frac{2+2n}{2+n}$
Zhao 和 Hancock (1992, 1993)	$(1 - k_n^2) \frac{1 + 2}{2}$ $k_n = \frac{-2n\cos^2 - (1 - 2)}{1 + 2}$ $1 = \frac{1 - \frac{1}{k_t^2}n^2\cos^2 \sin^2 + n\sin^2}{1 + n\sin^2}$ $2 = n\sin^2 + \sqrt{-\frac{1}{k_t^2}n^2\sin^2 2}$ $k_t = \sqrt{1 + (C/4)^2} - C/4$ $C = \frac{m}{m_{p0}} \frac{1}{p_0} \frac{1}{p_0} \frac{1}{p_0}$	\checkmark	×		×	0
Zhao 和 Hancock Simplified Formula (1993)	$(1 - n^2)\cos^2$	\checkmark	×		×	0

表 1	倾斜塑性较线极限弯矩的计算公式
13.1	顺州主任以为101052011并440

表1中公式是按照其复杂程度排列的.为了使 公式更实用, Zhao 和 Hancock⁽¹¹⁾提出了简化的表 达式,列为表中最后一项.

倾斜塑性铰线的极限弯矩应该从 $m_{v0}(1 - n^2)$ (当 = 0 时) 到 km_{y0} (当 = 90 时) 连续变化, 故 f(n,)应该在整个区间 n [0, -1]和 $[0^{\circ}, 90^{\circ}]$ 上不小于零. 当 n = 0 时, 板为各向同性, 应有 f(0,) = 1. 对于给定的 f(n,) 应随 n 减小而减 小. 将这些条件表述为下列方程

					(14)
$\int f(n_1,) > f(n_2,),$	0°	90 °,0	n_1	n_2	- 1
$\begin{cases} f(0,) = 1, \end{cases}$	0 °	90 °			
f(n,) = 0,	0°	90 °,0	n	- 1	

对于给定的 n, f(n,)可能随 增大而增大或 减小. 下列方程用于指出不同公式之间的区别,

 $f(n, 1) < f(n, 2), 0^{\circ} 1 2 90^{\circ}, 0 n - 1$ (15)

当 = 90 时, $m = m_1$, 故有 k = f(n, 90). 式 (14)和(15)用来检查表1中的各公式,结果也列于 表中. 只有式(14)的第三个条件被所有公式满足.

Mouty 的公式满足式(14) 和(15) 中的所有条 件,并且对应于 *n* 和 的不同取值显示出清晰的变 化趋势,按照他的公式,k=1,即忽略了轴向压应力 ^{F0}对 m1 的影响. Packer 等^[12]采用 Mouty 的公式 分析了有间隙的 K 形方钢管节点. 但即使是这样简 单的倾斜塑性铰线极限弯矩公式仍使节点承载力的 推导非常繁琐,结果过于复杂.

Murray 的公式形式最简单,武振宇等^[13]采用 它推导了 T 形方钢管节点的承载力公式.

这些公式多不便使用,得出的结果大相径庭.由 于在方钢管节点的塑性铰线模型中只有一小部分塑 性较线是倾斜的,所以关于倾斜塑性铰线的计算在 整个节点计算中占的分量不大.为了得到一个计入 轴向压力影响的实用设计公式,需要一个简单可靠 的理论.

正交各向异性板的阶梯线模型 3

Wood⁽¹⁴⁾在钢筋混凝土板的塑性铰线分析中提 出阶梯形塑性铰线的简化模型,如图4所示.倾斜塑 性铰线由阶梯形折线代替,其极限弯矩的计算也就 转化为这些分别平行于两主轴的小段塑性铰线极限 弯矩的计算.钢筋混凝土板因为单向配筋而成为正 交各向异性板;钢管的连接面由于单向受压而成为 正交各向异性板. 故而有理由将这种阶梯形折线替



代方法用于管节点的塑性铰线分析. 这些小段塑性 铰线的转角和其它纵横向塑性铰线的转角相同.图 1 中显示了虚位移和塑性铰转角之间的关系, 令平 行和垂直干弦杆轴线的塑性铰线极限弯矩分别为 $m_1 = k m_{p0} \pi m_2 = (1 - n^2) m_{p0}$, 由虚功原理得,

$$\cdot = 2 \left[2(h_1 + 2l_2 \cot) \frac{1}{l_2} km_{p0} + \frac{2b_0}{l_2 \cot} (1 - n^2) m_{p0} \right]$$
(16)

$$P = 4 m_{p0} \left[\frac{h_1}{l_2} + 2 \cot + \frac{h_0}{l_2} \frac{1 - n^2}{k} \tan \right] k \quad (17)$$

节点的屈服强度应该是上式所得 P的最小值,对 微分

$$\frac{dP}{d} = 4 m_{\mu 0} \left(-2 \csc^2 + \frac{b_0}{l_2} \frac{1-n^2}{k} \sec^2 \right) k = 0 \ (18)$$

极值点的 为

故

Р

$$\tan = \sqrt{1 - \frac{k}{\sqrt{1 - n^2}}}$$
 (19)

式中 表示腹杆和弦杆的宽度比 b_1/b_1 . 将式(19)代入式(17)得

$$P_{\min} = \frac{8 m_{\mu 0}}{1 - \left(\frac{h_1}{b_0} + 2 \sqrt{1 - \sqrt{1 - \frac{n^2}{k}}}\right)} k \quad (20)$$

为了将阶梯形折线替换法与表 1 中的方法进行 比较,先推导出图4中倾斜塑性铰线极限弯矩的公 式. 沿倾斜塑性铰线和方向 1、2 的塑性铰线单位长 度的极限弯矩分别为 m, m1 和 m2. 将沿各小段阶 梯塑性铰线的弯矩向倾斜塑性铰线投影可得沿倾斜 塑性铰线的总弯矩

$$\begin{cases} m \ l \ = \ m_1 \ l_1 \sin \ + \ m_2 \ l_2 \cos s \\ l_1 \ = \ l \ \sin \ , \ l_2 \ = \ l \ \cos s \end{cases}$$
(21)

故有

$$m = m_1 \sin^2 + m_2 \cos^2$$
 (22)

代入
$$m_1 = km_{p0}$$
和 $m_2 = (1 - n^2) m_{p0}$,得

$$f(n,) = \frac{m}{m_{p0}} = k \sin^2 + (1 - n^2) \cos^2$$
 (23)

如果采用前述的三种 k 值假设(von Mises 准则, Tresca 准则或简化假设), 上式满足式(14)的所 有条件. 图 5 显示了采用不同屈服准则和不同倾角 下该公式得出的结果.



图 5 不同屈服准则对应的倾斜塑性铰线极限弯矩

当 =0 时(不论 k 取何值),各准则结果相同. 如果取 k=1(简化假设), f(n,)随 增大而增大. 如果采用 von Mises 准则, f(n,)也随 增大而增 大;而如果采用 Tresca 准则, f(n,)则随 增大而 减小. 在这两种准则下, 对应不同倾角的曲线比较接 近 =0 的曲线. 式(23)的图形随倾角 的变化有 清晰的趋势.

4 与试验和数值计算结果的比较

武振宇等⁽¹³⁾采用 Murray 模型(1973)计算了弦 杆轴向压力影响下的 T 形节点承载力. 本文分别根 据不同的屈服准则和假设(简化假设、von Mises 准 则和 Tresca 准则),采用阶梯线模型的式(23)计算 T 形节点承载力. 将各种理论模型的计算结果与文 [15]、[16]中的试验结果进行比较,并将比值列于表 2,其中节点的编号遵照原文.

可见采用简化假设的阶梯线模型与试验结果符 合得最好,且偏于安全;而采用 von Mises 准则和 Tresca 准则过于保守,明显低估了轴向压力影响下 板的极限弯矩. Murray 模型不考虑倾角 的影响, 也与试验结果符合较好.

文 献	节 点	预应 力率	<u>简化假设</u> 试验结果	<u>von Mises 准则</u> 试验结果	<u>Tresca 准则</u> 试验结果	<u>Murray 模型</u> 试验结果
15	0L P0	0	0. 889	0.889	0. 889	0. 884
15	90L P20	- 0.187	0.974	0.959	0.903	0.951
15	90L P40	- 0.374	0.931	0.871	0.776	0.875
15	90L P60	- 0.561	0.937	0.788	0.661	0. 783
16	S 1	0	0.856	0.856	0.856	0.856
16	S2	0	0.883	0.883	0.883	0. 883
16	S 3	- 0.3	0.948	0.909	0.835	0.903
16	S4	- 0.3	0.990	0.949	0.872	0.943
	期望 均方差		0. 926 0. 047	0. 888 0. 054	0. 834 0. 081	0. 885 0. 053

表 2 理论模型与试验结果的比较

为了验证本文推导的理论公式对大尺寸节点承载力的估计,运用有限元软件 ANSYS 对节点进行 了弹塑性大挠度分析.节点建模采用四结点、弹塑性 壳单元 shell181,同时考虑了材料非线性和几何非 线性.钢材采用国内常用于钢管结构的 Q345,采用 理想弹塑性模型,不计残余应力的影响.破坏准则采 用目前国际上公认的极限变形准则,即取使弦杆管 壁产生过度局部变形时管节点的承载力为其最大承 载力,这一极限变形取为弦杆宽度的3%.图6所示 为节点的计算模型.



图 6 方管节点的有限元模型 考虑实际工程中节点的受力状态,建立有限元

分析的边界条件:各杆端在平面内和平面外均为滑 动支座,即约束杆端的转动,释放其平动,以此模拟 桁架体系中杆件跨中处的截面;在与腹杆相对的弦 杆外侧表面比腹杆稍宽的区域内约束单元结点的竖 向位移,以此模拟横梁的支座反力;在腹杆的端部和 弦杆的一端分别施加轴向集中力,弦杆的另一端约 束其轴向位移.图7显示了在桁架平面内的节点边 界条件.表3为节点尺寸.



图 7 方管节点平面内的边界条件

表 3 节点尺寸						
节点	弦杆截面 bo ×ho ×to	腹杆截面 b1 ×h1 ×t1	宽度比			
1	400 ×400 ×12	160 ×240 ×8	0.4			
2	400 ×400 ×12	240 ×240 ×8	0.6			
3	400 × 400 × 12	320 ×240 ×8	0.8			

表 4 理论模型与有限元结果的比较

节点	n	本文 (kN)	有限元 (kN)	规范 (kN)	<u>_本文_</u> 有限元	_ <u>规范_</u> 有限元
1	0	356	340	356	1.05	1.05
1	- 0.2	351	328	356	1.07	1.09
1	- 0.5	322	298	285	1.08	0.96
1	- 0.8	253	220	178	1.15	0.81
2	0	463	495	463	0.94	0.94
2	- 0.2	457	476	463	0.96	0.97
2	- 0.5	421	427	448	0.99	1.06
2	- 0.8	338	321	355	1.05	1.11
3	0	742	780	742	0.95	0.95
3	- 0.2	733	753	742	0.97	0.99
3	- 0.5	683	682	742	1.00	1.09
3	- 0.8	565	586	668	0.96	1.14
期望					1.01	1.01
均方差					0.065	0 094

从表 4 可见采用简化假设的阶梯线模型对大尺 寸方管节点承载力的计算结果与有限元分析结果符 合得很好.

5 结论

在钢管结构中,相贯节点附近的弦杆在承受腹 杆局部荷载的同时,也在承受自身的轴向荷载.关于 两者相互作用的理论还不成熟,至今各国设计规范 仍在不考虑弦杆自身轴向荷载影响的设计公式的基 础上采用基于试验结果的经验折减系数.

本文整理了前人在轴向压力对板的极限弯矩承 载力的影响方面的工作,并推导了 T 形方管节点的 采用简化假设的阶梯线模型,试验和数值计算表明 该模型可靠而且实用.阶梯线模型本身并没有限制 所采用的屈服准则或假设,今后如果能得到沿平行 于轴向压力方向塑性铰线的更准确的极限弯矩,也 就能得到更准确的节点强度计算公式.关于直接计 算倾斜塑性铰线极限弯矩的研究工作需要更合理且 方便使用的结果.

参考文献

- IIW, Design Recommendations for Hollow Section Joints-Predominantly Statically loaded, 2nd edn. International Institute of Welding Submission XV-E, IIW Doc. XY-701-89, IIW Annaul Assembly, Helsinki, 1989
- 2 European Committee for Standardisation, Eurocode 3: Design for Steel Structures. Part 1.1 General rules and rules for buildings. ENV 1993-1-1:1992, British Standards Institution, London, UK, 1992
- 3 AISC, Specification for the Design of Steel Hollow Structural Sections. American Institute of Steel Construction, Chicago, 1997
- 4 钢结构设计规范. GB50017. 北京:中国计划出版社, 2003
- 5 Packer J A, Henderson J E. Hollow Structural Section

Connections and Trusses A Design Guide, 2nd edn. Canadian Institute of Steel Construction, Toronto, 1997

- 6 Davies P, Kemp K O, Walker A C. An analysis of the failure mechanism of an axially loaded simply supported steel plate. Proceedings Institution of Civil Engineers, Part 2,1975,59:645~658
- 7 Bakker M C. Yield line analysis of post-collapse behaviour of thin-walled steel members. Heron, 1990, 35(3):1
 ~ 50
- 8 Zhao X L. The behaviour of cold-formed rectangular hollow section beams under combined actions. Ph D thesis, School of Civil and Mining Engineering, University of Sydney, 1992
- 9 Zhao X L , Hancock G J. A theoretical analysis of the plastic-moment capacity of an inclined yield line under axial force. International Journal of Thin-walled Structures 1993 ,15(3) :185 ~ 207
- 10 Murray N W. The effect of shear and normal stresses on the plastic moment capacity of inclined hinges in thin-walled structures. Festschrift Roik, Inst Fur Konstruktiven Ingenieurbau. Ruhr Univ Bochum Metteilung, 1984, 84(3):237 ~ 248
- 11 Zhao X L, Hancock G J. Experimental verification fo the theory of Plastic-moment capacity of an inclined yield line under axial force. International Journal of Thin-walled Structures, 1993, 15 (3):209 ~ 233
- 12 Packer J A, Davies G, Coutie M G. Ultimate strength of gapped joints in RHS trusses. Journal of the Structural Division, ASCE,1982,108(ST2):411~431
- 13 武振宇,张耀春. 轴向压力作用下 T 型方管节点的塑性
 铰线分析. 土木工程学报,2002,35(4):20~24
- 14 Wood R H. Plastic and Elastic Design of Slabs and Plates. Thames & Hudson, London, 1961
- 15 Cao J J, Packer J J, Kosteski N. Design guideline for longitudinal plate to HSS connections. Journal of Structural Engineering, 1998,124(7):784 ~ 791
- 16 武振宇.直接焊接钢管节点静力工作性能的研究[博士 学位论文].哈尔滨:哈尔滨建筑大学,1997

PLASTIC HINGE LINE MODEL OF RECTANGULAR HOLLOW SECTION JOINTS UNDER AXIAL COMPRESSIVE FORCE

Zhang Ji Dong Mansheng Ge Fei Hong Youshi

(State Key Laboratory of Nonlinear Mechanics (LNM), Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing, 100080)

Abstract The plastic hinge line analysis model has proved successful in predicting the strength of different structural hollow section (SHS) joints due to yielding of the connecting face of the chord. A reduction factor is used to consider the influence of axial force in the chord. Various methods, which take axial force in the chord into account, used for the calculation of ultimate moment along an oblique plastic hinge line have been investigated and compared. The estimations from the stepped plastic hinge line model using simplified assumptions are in good agreement with the results from both laboratory tests and present finite element analyses for T-type rectangular hollow section (RHS) joints.

Key words rectangular hollow sections, joints, plastic hinge line analysis, oblique plastic hinge line