文章编号:0258-1825(2001)03-0325-06

# 空间发展混合流的大涡模拟

林国 $\mathfrak{L}^1$ . 傅德薰<sup>2</sup>. 马延文<sup>2</sup>

(1. 北京航空航天大学,飞机设计研究所,北京 100083;2. 中国科学院力学研究所,非线性力学国家重点实验室(LNM),北京 100080)

摘要:采用大涡模拟方法数值模拟了空间发展混合流,通过在平均流中引入小扰动,研究了 混合流大涡结构的产生和演化过程,捕捉了展向涡的卷起、配对、合并,以及二次流向涡的出 现等大尺度的三维拟序结构。与实验及直接数值模拟的结果相比,吻合程度较好,表明本文 所采用的LES方法对湍流的数值模拟是切实可行的。

关键词:混合流;拟序结构;大涡模拟

**中图分类号**: V211. 3 文献标识码: A

# 0 引 言

湍流是一个多尺度的系统,最大的尺度可以大到整个流动的区域,而最小尺度却一直小到 耗散尺度,整个计算量约正比于 *Re*<sup>3</sup>。就目前的计算能力,对具有工程意义的湍流进行直接数 值模拟 DNS(Direct Numerical Simulation)是不现实的。大涡模拟 LES(Large Eddy Simulation)是一 个很有效的数值方法,它不象 DNS 需要求解所有尺度的量,其基本思想是采用非稳态的 N-S 方程直接模拟大尺度涡,不计算小尺度涡,小尺度涡对大尺度涡的影响通过模型来考虑。采用 LES 方法来研究湍流问题,既克服了因计算机能力不足所造成的困难,又可以加深对湍流本身 的认识,揭示湍流的基本规律。

本文采用 LES 方法数值模拟了混合层流场。它是研究湍流的基本流动之一,除自身的流 态和结构之外,还包含其它流动的特征,如射流、尾流等。近几年来,尽管对混合层的研究无论 在实验方面,还是在数值模拟方面都取得了较大的进展<sup>[1~8]</sup>,但绝大部分的数值模拟(尤其对 三维流动)是时间发展模式的,人们对混合转捩的细节仍不十分清楚。理想的做法是研究空间 发展的三维混合流,研究混合层的卷起、涡旋的出现和演变的完整的非线性过程,包括展向涡 的卷起、离散涡的形成、配对、合并,以及二次流向涡的出现,三维涡结构的形成、发展,大尺度 涡结构之间的相互作用,小尺度涡的出现等,并分析各流动参数在混合层早期发展以及在大尺 度涡结构演化过程中的变化规律。

### 1 数值方法

- 2

收稿日期:2000-02-23;修订日期:2001-01-02. 作者简介:林国华,博士,副教授,飞行器设计专业.

#### 1.1 控制方程

混合层流场的控制方程可以采用无量纲形式的 Navier-Stokes 方程,其滤波型式为

$$\begin{cases} \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0\\ \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{u_i}\overline{u_j}) = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \frac{1}{Re} + v_l \right) \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ v_l \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right] \end{cases}$$
(1)

沿时间推进,对流项与部分大涡模拟项(H)采用 Adams-Bashforth 格式;扩散项与部分大涡模拟项采用 Crank-Nicholson 格式,则(1)的求解格式为

$$\frac{u_i - u_i^n}{t} = \frac{3}{2} H_i^n - \frac{1}{2} H_i^{n-1} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{Re} + v_i \right) \times \left( \frac{\partial^2(u_i)}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial^2(\overline{u_i^n})}{\partial x_j \partial x_j} \right)$$
(2.1)

$$\left\{\frac{u_i^{n+1} - u_i}{t} = -\frac{\partial \phi^{n+1}}{\partial x_i}\right\}$$
(2.2)

其中  $\phi$ 的求解方程为 :  $2\phi^{n+1} = \frac{1}{t} \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$ 

vt 的求解需要引入 SCS(Sub-Grid Scale model)模型,本文采用动力模型,即

$$v_t = (C_{j})^2 / \overline{S} /$$

$$(4)$$

是滤波宽度: = ( x × y × z)<sup>1</sup>; | 
$$\overline{S}$$
 =  $\sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$ ,  $\overline{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right]$ 

*C*的确定由 Germano 等式: $L_{ij} = T_{ij}$ -  $_{ij}$ 给出。

$$C = -\frac{L_{ij}S_{ij}}{2(\overline{2}/\overline{S}/\overline{S}_{ij}\overline{S}_{ij}) - \overline{2}/\overline{S}/\overline{S}_{ij}\overline{S}_{ij}}$$
(5)

#### 1.2 初始/边界条件

初始流场取为平均流场,入口速度分布型及入口扰动见下面定义。

为了能够捕捉小尺度涡结构的生成,本文在流向给了较长的区域,而在展向则考虑了 2/3 的不稳定性,即计算区域为:20 z x4 x x4 z(流向 x展向 x法向), z 是最不稳定模态的波长, 由线性稳定性理论给出,  $x = \frac{2}{3} z$ ,网格:129 x33 x65。

进口 Dirichlet 条件 (双曲正切速度分布): 
$$w = U_c(1 + R \tanh(y))$$
, 对流速度:  $U_c = \frac{U_1 + U_2}{2}$   
速度比:  $R = \frac{U_1 - U_2}{U_1 + U_2} = 0.33$  ( $R = 0$  是尾迹;  $R = 1$  是射流)。  
法向 Free-slip 条件:  $\begin{cases} v = 0.0 \\ \frac{\partial u}{\partial y} = 0.0, \ \frac{\partial w}{\partial y} = 0.0 \\ \frac{\partial u}{\partial y} = 0.0, \ \frac{\partial w}{\partial y} = 0.0 \end{cases}$   
展向 Periodic 条件:  $(n1, j, k) = (1, j, k)$   
出口 Nonreflecting 条件:  $\frac{\overline{u_1^{n+1} - u_i^n}}{t} + \frac{U_c}{2} \left[ \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_3} \right)^{n+1} + \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_3} \right)^n \right] = \left( \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i x_i} \right)^n$ 

(3)

 $Re \ \mathcal{B}: Re = \frac{U_c}{v} = 2000$ 动量积分厚度:  $(x_3) = \frac{1}{(U_1 - U_2)^2} + (U_1 - \langle u \rangle)(\langle u \rangle - U_2) dy$ 其中 < > 表示时间与展向的平均。 扰动方式: 基本模: V = A\_1 cos(k\_t) F(y) 基本模 + 亚谐模: V = [A\_1 cos(k\_t) + A\_2 cos(\frac{k\_t}{2}t)]F(y) 三维扰动: V = [A\_1 cos(k\_t) + A\_2 cos(\frac{k\_t}{2}t)] x cos[k\_t x + (t)]]F(y)
扰动幅值: A = 0.02 ~ 0.1。 最不稳定波数: k\_t = 0.512 分布函数 F(y) 采用 Gaussian 型: F(y) = A exp  $\left(\frac{-\frac{y^2}{y}}{y}\right)$ 

## 2 计算结果及分析

对于实际的剪切混合层,来流中存在着各种频率的扰动波,本文根据线性稳定性理论的分析结果,在混合层流场的入口引入不同谐波的扰动,研究拟序结构与不同入口扰动方式之间的内在联系。图 1 是在基本模小扰动(A<sub>1</sub> = 0.02)下,混合层由于 Kelvin-Helmholtz 不稳定,形成了向下游传播的二维周期性结构,从而导致了剪切混合层的卷起。图 2 是在亚谐模小扰动下展







向涡的演化过程。由于存在亚谐模小扰动,展向涡在达到饱和后,将能量向亚谐扰动波转递,伴随亚谐扰动波的放大,又将发生二次失稳(涡的非线性失稳),从而出现了展向涡的配对、合并过程。合并以后形成的大涡结构的尺度、波长都较配对前增加了一倍。此时混合层厚度达到极大值,增长率趋于0。由此可见,合并是混合层厚度增长的机制之一。这种非线性的失稳存在一定的周期,具有自相似性。这从图3可以看到,在空间某一点的流向速度随时间是呈周期变化的。



图 3 流向速度沿时间的变化规律 Fig. 3 Evolution of streamwise velocity with time



Fig. 5 Evolution of spanwise vortices



图 4 三维涡结构 Fig. 4 3-D Coherent structure of a plane mixing layer

以上二个算例是准三维数值模拟结果,所形 成的展向涡结构是二维的。二维的涡结构同样对 三维的扰动是不稳定的,在展向施加扰动,导致三 维扰动的失稳方式,从而造成了缠绕在展向涡上 的流向涡对形式的三维复杂涡结构的出现。图4 是三维涡结构的空间演化过程;图5是展向涡结 构早期的变形、配对和合并过程。从图5可以看 到,展向涡发生了扭曲、变形,正是由于展向涡在 展向相位的不均匀,出现周期性变形,导致流动在 展向出现剪切,并在展向涡辫处出现流向涡对,它

们从前一个展向涡的底部发展到后一个展向涡的顶部(图 4)。该计算结果与 Bernal & Roshko 的试验结论及 M. Lesieur 的时间发展的计算结果是相符的。

混合层的空间发展过程还可以采用动量积分厚度进行定量分析。图 6 给出了混合层动量 积分厚度沿流向的变化规律,从图 6 可以看到,动量积分厚度与拟序结构的尺度成正比的关 系,在展向涡的出现、涡的配对与合并过程中,动量积分厚度具有较大的增长率,当展向涡饱和 后,动量积分厚度增长趋于缓慢,但涡的撕裂使动量积分厚度仍保持较大的增长率。图 7 给出 了二个不同流向位置(z/L = 1/2, z/L = 3/4)的雷诺应力  $R_{32}$ 沿法向的变化规律,  $R_{32}$ 的最大值 出现在中心线附近,它的产生主要是由于大尺度结构和流向涡所支配,即使在转捩后也一样。 但在 z/L = 1/2处,雷诺应力  $R_{32}$ 是单峰的;而在 z/L = 3/4处,雷诺应力  $R_{32}$ 变成多峰,趋于平 缓,这是因为大尺度涡开始撕裂。在混合层早期的发展中, $v_i$ 及其空间导数的影响是很大的。 如果把  $v_i$ 的空间导数 -  $\frac{\partial v_i}{\partial y}$ 和 -  $\frac{\partial v_i}{\partial z}$ 定义为相应坐标的湍流扩散速度,其变化规律如图 8 所示, 它们影响了脉动速度和混合层的早期发展。从图中还可以看出, -  $\frac{\partial v_i}{\partial z}$ 的贡献是比较小的。



图 8 湍流扩散速度 Fig. 8 Turbulent diffusion velocity

# 3 结束语

本文采用大涡模拟的方法研究了混合层流场涡结构的产生及其空间发展的演化过程。混 合层的早期发展对初始条件是非常敏感的,在基本模扰动下,混合层流场发生一次失稳,出现 展向涡;在亚谐模扰动下,混合层流场发生二次失稳(涡的非线性失稳),出现展向涡的配对、合 并过程;在三维的扰动下(即在展向施加扰动),出现了缠绕在展向涡上的流向涡对形式的三维 复杂涡结构。涡的合并和卷吸是早期混合层厚度增加的主要原因之一。大尺度结构支配湍动 能和雷诺应力,小尺度结构控制了湍动能的耗散。采用大涡模拟(LES)方法来研究湍流问题 既可以克服因计算机能力不足所造成的困难,又可以加深对湍流本身的认识,揭示湍流的基本 规律,本文的研究工作还进一步说明了LES方法是研究湍流的强有力的工具之一。

#### 参考文献:

2

- [1] ANSARI A. Direct numerical simulation of turbulent mixing layers[J]. AIAA Paper, 1995, AIAA-95-2249.
- [2] WEYGANDT J H, MEHTA R D. Three-dimensional structure of straight and curved plane wake [J]. J Fluid Mech, 1995, 282: 279-311.

- [3] LESIEUR M. Large-eddy simulations of shear layers[J]. Experiment Thermal and Fluid Science, 1996, 12: 197-208.
- [4] MONKEWITZ P A. Subharmonic resonance, pairing and shredding in the mixing layer [J]. J Fluid Mech, 1988, 188: 223-252.
- [5] MILANE R E, NOURAZAR S. Large-eddy simulation of mixing layer using vortex method: effect of subgrid-scale models on early development [J]. *Mechanics Research Communications*, 1997, 24(2): 215-221.
- [6] BERNAL L P, ROSHKO A. Streamwise vortex structure in plane mixing layers[J]. J Fluid Mech, 1986, 170: 499-525.
- [7] MOSER R D, ROGERS M M. The three-dimensional evolution of a plane mixing layer : pairing and transition to turbulence [J]. J Fluid Mech., 1993, 247: 275-320.
- [8] COLLIS S S, LHLE S K, MOSER R D, ROGERS M M. The evolution of a plane mixing layer with spanwise nonuniform forcing[J]. Phys. Fluids, 1994, 6(1): 381-396.

## Large-eddy simulation of a spatially developing mixing layer LIN Guo-hua<sup>1</sup>, FU De-xun<sup>2</sup>, MA Yan-wen<sup>2</sup>

Institute of Aircraft Design, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
 LNM, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract : Large-eddy simulations of three-dimensional spatially developing mixing layer with mixing transition are conducted to investigate the vortex structure of a mixing layer , their evolution and the budgets of momentum thickness, Reynolds shear stress and turbulent diffusion velocity. The numerical simulation is begun from a few low - wavenumber derived from linear stability theory in addition to the mean velocity. The coherent structure , such as the spanwise vortices (rollers) , the pairing of the rollers (i.e. corotation and amalgamation of neighboring rollers) and the secondary streamwise vortex structure have been observed in present simulation. The physics captured in the present LES are consistent with the experiment and the DNS , but at a significant fraction of the DNS cost.

Key words : mixing layer; coherent structure; large-eddy simulation