第42卷 第5期
1999年 9 月

地 球 物 理 学 报
CHINESE JOURNAL OF GEOPHYSICS

Vol.42, No.5
Sep., 1999

加卸载响应比的数值模拟*

王裕仓[1)] 尹祥础[1,2)] 彭克银[2)] 王海涛[1)]

1) 中国科学院力学研究所非线性连续介质力学开放研究实验室（LNM），北京 100080

2) 中国地震局分析预报中心，北京 100036

摘 要

用数值模型来模拟和验证加卸载响应比(LURR, Load/Unload Response Ratio)理论．编制非均匀各向异性材料宏细观损伤破坏程序，模拟固体材料在损伤破坏时的加卸载过程，证实了加卸载响应比理论的正确性．结果表明，LURR这一反映地球介质临近破坏的指标，也可以用来预测材料的破坏．同时讨论了一些参数(如均匀程度和脆性程序)对LURR的影响，发现材料越呈脆性，或越均匀，LURR值上升得越晚，曲线越陡．该结果对用LURR指标预测地震具有一定启发．

关键词 加卸载响应比，数值模拟，材料破坏预测．

1 引 言

固体材料的损伤和破坏历来受到广泛重视．材料破坏预测研究领域涉及较多具体学科和工程问题，如工程设计、地震预报、材料寿命、陶瓷材料的设计等．它同时也是科学难题之一．由于固体内部不可避免地存在着随机分布的微裂纹和其它微缺陷之间的复杂的相互作用，使得固体在临近破坏阶段出现强烈的非线性，任何不均匀和无序性因素都会影响破坏形态和过程．建立在均匀连续介质基础上的传统的断裂理论难以精确地描述和预测其破坏过程．损伤力学虽然考虑了微缺陷和微孔洞等对宏观参量的影响，但它仍然是唯象的．至今仍未有一个满意的能全面描述和预测材料破坏的理论．

近年来，人们从数值模拟角度对材料破坏问题进行了大量的研究，提出一些适用的数值模型，如离散元模型DEM(Discrete Element Model)[1,2]，基于分子动力学原理的Lattice模型[3—5]，Voronoi脆性块体模型[6,7]及链网模型[8]，都从不同的侧面模拟了材料的破坏行为及规律，但如何预测材料的破坏仍需要进一步研究．

最近在中国科学院力学研究所非线性连续介质力学实验室(LNM)关于脆性固体破坏及预测的研讨班上，一些专家曾提出与讨论过加卸载响应比、损伤梯度[12]、损伤局部化[12]及EIC(演化诱致突变)[10,11]等多种参数，认为它们可能是预测材料破坏的一些有效的参数，其中加卸载响应比已在地震预报中取得一些效果．本文在此工作的基础上，对加卸载

* 国家自然科学基金项目(19732006)和中国地震局地震科学联合基金项目(95-07-435)资助．

本文1999-04-25收到修定稿．

响应比理论进行数值模拟，并为把加卸载响应比这一预测地球介质临近破坏的指标应用于一般材料的破坏预测作准备.

2 工作基础

2.1 加卸载响应比理论

地震是岩石在地壳应力作用下突然破坏的过程，因地球介质的复杂性、大震的稀少性、资料的不完全性以及地下的不可入性等因素，其预测极其困难，目前仍停留在经验预报阶段，准确率较低. 尹祥础提出了加卸载响应比理论[13—15]，利用加卸载响应比为指标进行地震预报，对多次中强地震进行中期预测获得成功[16—19].

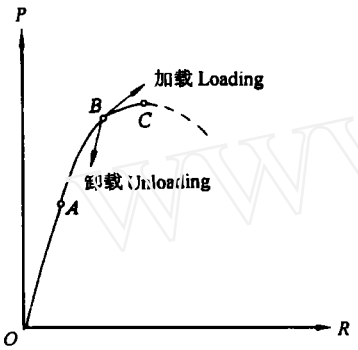

图 1 系统的本构关系

Fig.1 The constitutive relation of a system

该理论基本思路为：对于一个系统，载荷 P(可以是应力)与响应 R(可以是应变等)的关系如图 1 所示.

考虑 P 有一微小变化ΔP，R 的变化为ΔR，定义

$$X = \lim_{\Delta p \to 0} \frac{\Delta R}{\Delta P}$$

为响应率(对于 P 为应力、R 为应变，X 为弹性模量之倒数). 令 X_+ 及 X_- 分别为加载($\Delta P > 0$)及卸载($\Delta P < 0$)时的响应率，定义 $Y = \frac{X_+}{X_-}$ 为加卸载响应比. 经分析可知：在线性阶段(OA 段)，$X_+ \cong X_-$，$Y \cong 1$，材料处于弹性阶段；在非线性阶段(超过 A 点)$X_+ > X_-$，$Y > 1$，材料超出弹性阶段，出现损伤. 因此，用孕震系统对加载和卸载的响应之比可以定量地刻划孕震系统接近失稳的程度，并作为一种新的地震预报的指标，在解决了如何加卸载、如何判定加卸载以及选取什么样的量作为响应等问题后，就可以在地震预报的实践中验证和应用该理论. 经过上百次震例的研究，其符合率达 80% 以上.

2.2 宏-细观损伤演化程序

在梁乃刚等链网模型[8]的基础上，我们编制了能在宏-细观尺度上研究非均匀各向异性材料损伤和破坏的程序[9]. 模型如图 2 所示. 材料由 6 组等角度的弹塑性承载机制(类似纤维)组成，单元选取为正三角形，有限元程序用 Windows 下的 F32 编制.

通过给出每个单元每个方向细观尺度的力学参量(如弹塑性本构关系、屈服极限、断裂极限等)(如图 3)，可以推导出该单元的弹性矩阵为[9]

$$k_{ijkl} = \sum_{p=1}^{6} k_\lambda^p \eta_i^p \eta_j^p \eta_k^p \eta_l^p,$$

其中 k_λ^p 为该单元该方向的弹性模量，η_i^p 等为该方向的方向余弦. 于是，单元刚度矩阵以及总刚度矩阵就可以构造出来，给定边界条件和初始条件后，可得到各单元各方向的力学量及所处的状态和材料的宏观参量(如宏观应力、应变、弹性模量和最大载荷等)，此时完

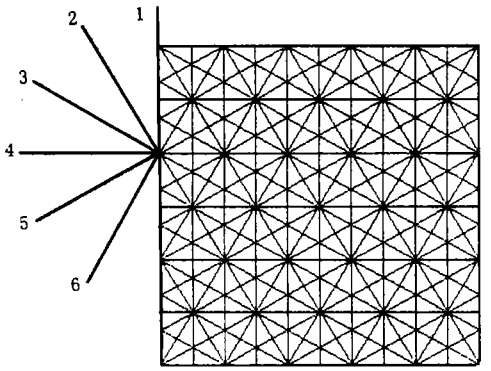

图 2　由6个方向的弹塑性连接组成的材料示意图

Fig.2　The diagrammatic sketch of the material made of elastic-plasitc links in 6 directions

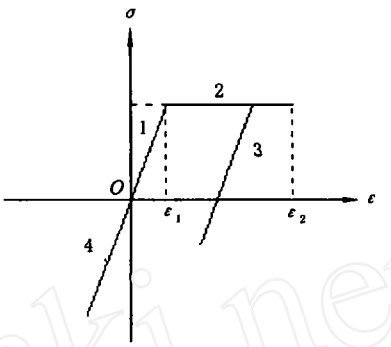

图 3　某一方向的细观本构关系

Fig.3　The meso-scopic constitutive relation in one direction

1　拉伸；2　塑性段；3　卸载；　4　压缩；

ε_1　屈服极限；ε_2　断裂强度.

成一个循环．若某单元某方向发生屈服或断裂，则重新构造单元刚度矩阵，进行下一个循环．把每单元每方向的状态用不同的颜色来表示，就能形象地看到微裂纹的萌生、涨大、连接成宏观裂纹的过程以及塑性区的演化。图中的$\varepsilon_2 / \varepsilon_1$表示脆性程度：$\varepsilon_2 / \varepsilon_1 = 1$ 代表完全脆性；值越大，越呈塑性．

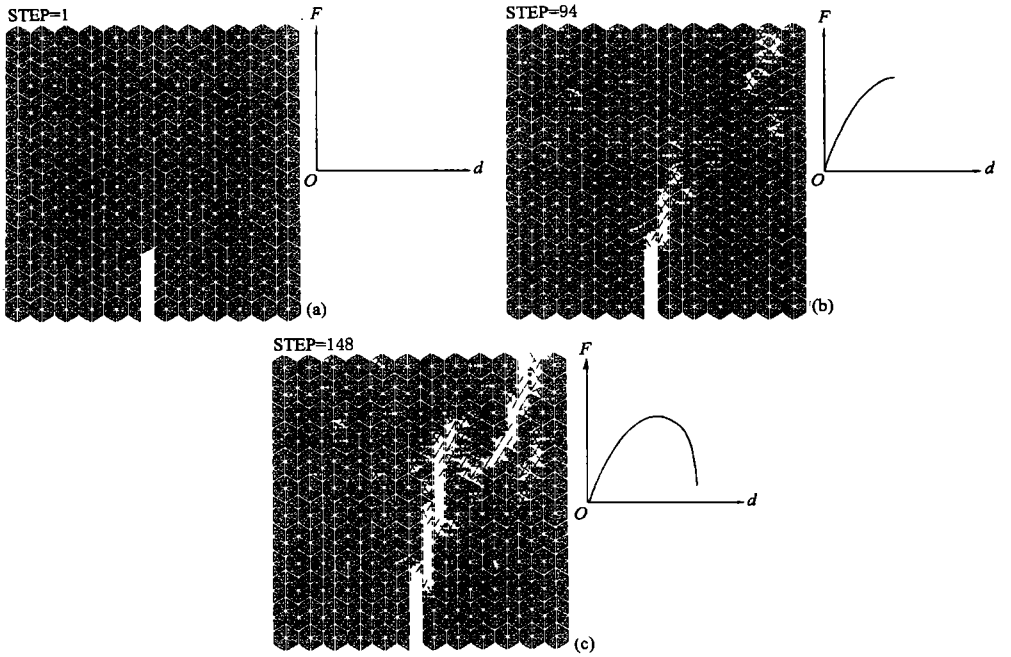

图 4　有一初始裂纹的非均匀材料中裂纹的扩展

Fig.4　The crack extension in the inhomogeneous material with an initial crack

(a) 初始状态，　(b) 裂纹出现，　(c)　宏观裂纹贯通．

为使整个过程稳定发展，选取位移加载方式，其加载步长由程序自动算出．原则是每一步应使尽量少的纤维力学状态发生改变(屈服和断裂)，目的是避免更多纤维同时破裂引起的动态不稳定和使破坏过程比较缓慢(尤其是临近破坏阶段)，以便能捕捉破坏细节，这样就能够把每一步看作线性的准静态过程，所以，整个破坏的非线性过程可近似认为由一系列线性的准静态过程叠加而成．该程序能够考虑材料的不均匀性和各向异性，也能加入一定比例的位置、方向随机的初始缺陷和预制裂纹．

对单轴拉伸和压缩及剪切加载等典型问题的试算表明，其结果与实际情况和弹塑性理论比较相符，图4是一个有初始裂纹的非均匀材料中损伤的发展过程。图中step是加载步数，F为水平方向加载力，d为两端位移．

3 加卸载响应比理论的数值模拟

3.1 数值模拟过程及结果

用该程序模拟了材料在单轴拉伸和压缩情况下的加卸载过程．通过如下的方法来实现其加载和卸载：每加载5步，卸载1步，以保证材料在整体加载破坏的同时，也有卸载步．加载步长的计算如前所述，原则是使尽量少的纤维力学状态发生改变；卸载步长也由程序自动计算，原则是避免任何纤维载荷方向发生反向变化(即原来受拉变成受压，原来受压变成受拉)．如过程1、2、3、4、5为加载步，过程6为卸载步，过程7、8、9、10、11为加载步，过程12为卸载步，依此类推．用过程5和过程6作为一组加载和卸载，过程11和过程12作为下一组加载和卸载，这样

$$Y_1 = \frac{X_+}{X_-} = \frac{1/E_5}{1/E_6} = \frac{E_6}{E_5} ,$$

$$Y_2 = \frac{X_+}{X_-} = \frac{1/E_{11}}{1/E_{12}} = \frac{E_{12}}{E_{11}} .$$

其中E_i是过程i的弹性模量，于是可得到一系列的加卸载响应比的值，如图5所示．图中F-d为力-位移(应力-应变)曲线，Y-d为加卸载响应比-位移曲线．F-d曲线只画到峰值，因为对实际材料来说，一过峰值，就会失稳破坏，而我们正是想要预测和捕捉峰值前的失稳前兆．

由图5(a)可见，F-d曲线线性阶段以及刚弯曲阶段，Y值保持在1附近，且起伏较小；临近峰值时，Y值急剧上升，而且起伏很大，这一点和实际地震和实验模拟的响应比形态完全一致．图5(b)是材料不均匀的情形(细观参数如屈服极限ε_1和断裂强度ε_2有一定的分散度)。图5(c)中材料有30%位置和方向随机的初始缺陷(也是一种不均匀)．图5(a, b, c)中，Y值均有明显的起伏，F-d曲线也有起伏，只是由于很小的加载和卸载循环，图5(a)的F-d曲线起伏在现有比例尺下不太明显，从5(b)和5(c)可以清楚地看到F-d曲线的起伏，其斜率也有明显的变化．另外还可发现，与图5(a)相比，图5(b)和图5(c)有一样的规律：开始Y值较小，且起伏也小，临近破坏时，Y值急剧上升，且起伏较大；所不同的只是Y值上升得较早，较缓慢．

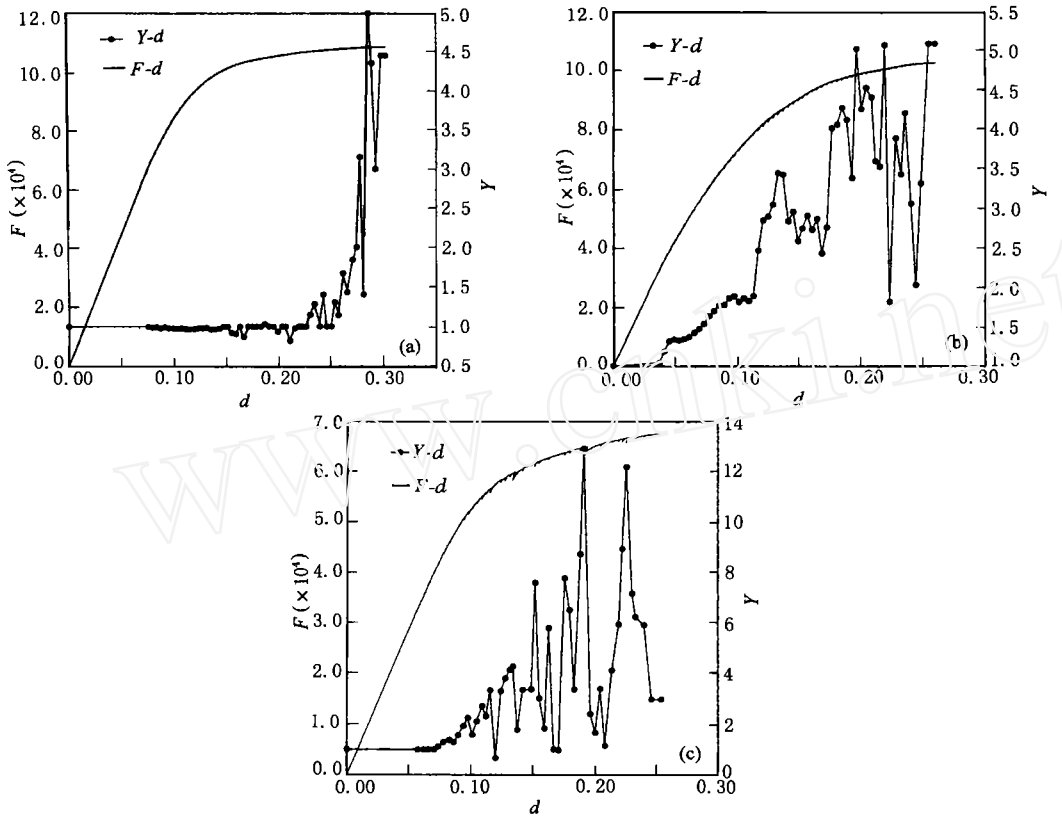

图 5　加卸载响应比曲线及宏观力-位移关系

Fig.5　LURR curve and macroscopic force and displacement relation

为此，我们设计了几种数值试验来考察一些影响 LURR 形态的细观参数。

3.2　LURR 的影响因素

3.2.1　脆性和韧性的影响

在图 6(a)中，除了样本 1 比较脆(ε_2 / ε_1较小)，样本 3 比较韧性外，其它参数完全相同．可以看出，宏观上，也是样本 1 较接近脆性，样本 3 韧性较大，而且，材料越脆，破坏得越早，强度越小，Y值上升得越突然，这给预测带来一定的难度．

3.2.2　不均匀性的影响

微观上的不均匀性表现为屈服极限ε_1的不均匀和断裂极限ε_2以及弹性常数的不均匀．图 6(b)是屈服极限不均匀(有一定的分散度)的情形，样本 1 比较均匀，样本 3 很不均匀．可见，越是不均匀的材料，Y值开始上升得越早，且越缓慢；而越均匀的材料，Y值上升得越晚，只有在临近整体破坏时，才开始上升，而且很陡．

图 6(c)是断裂极限ε_2不均匀的情形(其它参数完全相同)．其中，样本 1 相对均匀，样本 4 较不均匀．一个有趣的现象是，4 条 F-d 曲线几乎完全重合，只是样本 4 破坏得早一些，样本 1 破坏得晚一些而已，但是，样本 4 在整体破坏前(d = 0.15—0.2) Y值已经开始上升，而样本 1 的 Y值此时却仍然保持在 1 附近，只有在本身破坏前(d = 0.3)，Y值才开始上升．这充分说明，在不知道细观构造的情况下，即使测量到了 F-d 曲线，也不能预测材料

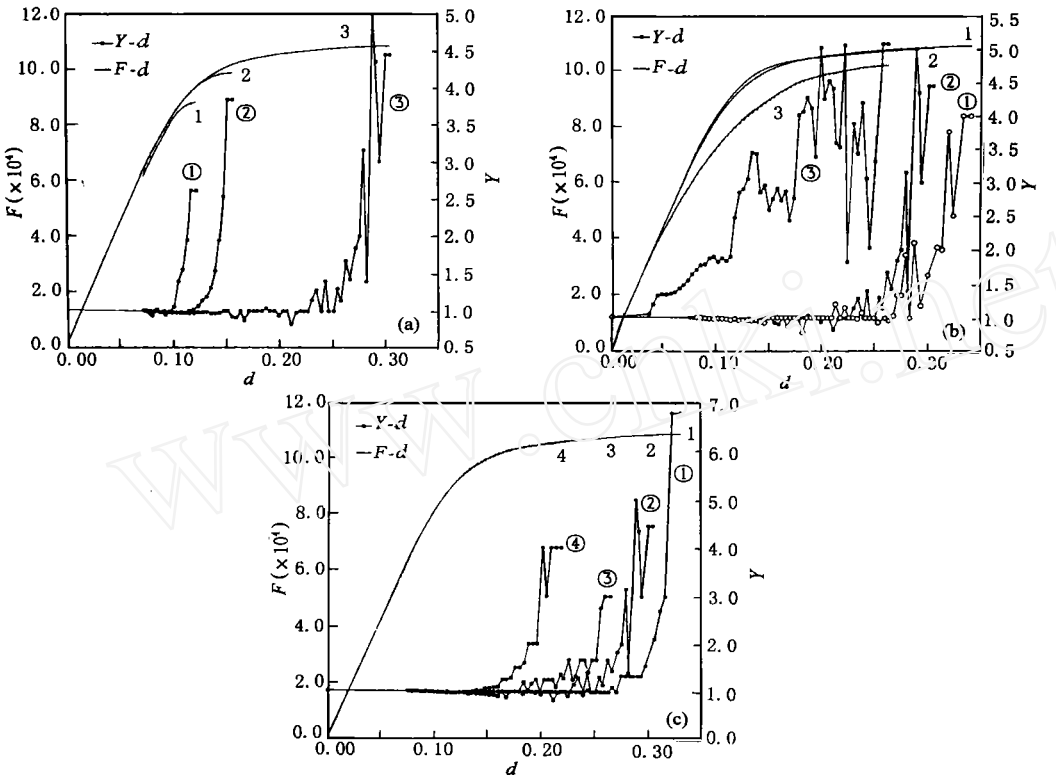

图 6 不同因素对加卸载响应比的影响

Fig.6 Various factors affecting LURR

(a) 细观脆性程度的影响；(b) ε_1不均匀性的影响 (c) ε_2不均匀性的影响．在(a)中除曲线①：$\varepsilon_2/\varepsilon_1=0.1$(较脆)，曲线②：$\varepsilon_2/\varepsilon_1=1.0$，曲线③：$\varepsilon_2/\varepsilon_1=4.0$(塑性程度大)外，其他参数完全相同；(b)中，$\varepsilon_1$有一分散度：$\varepsilon_1$从$\varepsilon_{10}(1-h)$到$\varepsilon_{10}(1+h)$均匀分布，$h$越大越不均匀，其中曲线①中 $h=0.2$，曲线②：$h=0.3$，曲线③：$h=0.8$；(c)中，ε_2有一分散度：ε_2从$\varepsilon_{20}(1-h)$到$\varepsilon_{20}(1+h)$均匀分布，h越大越不均匀，其中曲线①：$h=0.1$，曲线②：$h=0.3$，曲线③：$h=0.5$，曲线④：$h=0.8$．1—4 为样本．

是否将到达承载极限，但 LURR 却能较好地作到这一点．

4 结论与讨论

研究结果表明，LURR 这一反映地球介质稳定程度的指标，可以用于预测材料的破坏(F-d 峰值)．

同时，也得到了这样的结论：均匀和脆性的材料，LURR 值一直保持在 1 附近，只有到了非常临近整体破坏时，LURR 才上升，而且很突然，曲线很陡；而不均匀和呈现韧性的材料，LURR 值较早开始上升，上升幅度较缓慢．

一种可能的原因为：均匀材料内部微结构呈现屈服或破坏几乎是同时的，而非均匀材料内部呈现破坏则是逐步的，从本质上讲LURR 值与这些不可逆的微破坏和微屈服有关．

韧性材料从细观上看，断裂强度 ε_2 值大一些，在某时刻处于屈服状态的微单元就可能要多一些，而这些微单元对加载和卸载的响应是不同的，这就使得 LURR 较早上升．总之，加卸载响应比 LURR 与材料内部呈现的微观单元的屈服和断裂有很大的关系，其机理值得进一步的研究．该结论对利用 LURR 预测地震有一定启发．

参　考　文　献

1 Cundall P A, Strack O D L. A discrete element model for grannular assemblies. *Geotechnique*, 1979,**29**(1): 47—65

2 Ting J M, Khwaja M Meachum L, et al. An ellipse-based discrete element model for grannular materials. *Inter. J. for numerical and analytical methods in eomechnics*, 1993, **17**:603—623

3 Mora P, Place D. A lattice solid model for the nonlinear dynamics of earthquakes. *Inter. J. of mod. Phys.*, 1993, C, **4**(6):1059—1074

4 Mora P, Place D. Simulation of the frictional stick-slip instablity. *PAGEOPH*, 1994, **143**(1 / 2 / 3):61—87

5 Donze P, Mora P, Magnier S A. Numerical simulation of faults and shear zones. *Geophys. J. Int.*, 1994,**116**: 46—52

6 Toi Y, Che J S. Computational damage mechnics models for brittle microcracking solids based on mesoscopic simulation. *Engng. Fracture Mech.*, 1994, **48**(4):483—498

7 Toi Y, Kiyosue T. Damage mechnics models for brittle micro-cracking solids based on three-dimension mesoscopic simulation *Engng. Fracture Mech.*, 1995, **50**(1):11—27

8 梁乃刚，刘庆杰，李　静等．链网模型与 Si_3N_4 陶瓷材料宏细观力学行为模拟．力学学报，1997，**6**(6)：182—188
LIANG Nai-Gang, LIU Qing-Jie, LI Jing, et al. Network model and simulation of mechanical behaviors of ceramic material Si_3N_4 on macroscopic and mesoscopic scale. *Acta Mechanica Sinica* (in Chinese), 1997,**6**(2): 182—188

9 王裕仓．地震孕育过程的宏-细观力学模拟［博士论文］．北京：中国地震局地球物理研究所，1998
WANG Yu-Cang. Mechanical simulation of seismogenesis on macro-and meso-scopic scale[Ph. D thesis] (in Chinese). Beijing: Institute of Geophysics, China Seismological Bureau, 1998

10 夏蒙棼，韩闻生，柯孚久等．统计细观损伤力学和演化诱致突变(1)．力学进展，1995，**25**(1)：1—40
XIA Meng-Fen, HAN Wen-Sheng, KE Fu-Jiu, et al. Statistical moso-scopic damage mechanics and evolution induced catastrophe (I). *Advances in Mechanics* (in Chinese), 1995,**25**(1):1—40

11 夏蒙棼，韩闻生，柯孚久等．统计细观损伤力学和演化诱致突变(II)．力学进展，1995，**25**(2)：145—173
XIA Meng-Fen, HAN Wen-Sheng, KE Fu-Jiu, et al. Statistical moso-scopic damage mechanics and evolution induced catastrophe (II) *Advances in Mechanics* (in Chinese), 1995, **25**(2):145—173

12 Y. L. Bai, M. F. Xia. Damage field equation and criterion for damage localization. In: Wang R ed., Proc. of IUTAM Symposium. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1998, 55—66

13 尹祥础．地震预测新途径的探索．中国地震，1987，**2**(1)：1—7
YIN Xiang-Chu. Probing the new route to earthquake prediction. *Earthquake in China* (in Chinese), 1987, **2**(1):1—7

14 尹祥础，尹　灿．非线性系统的失稳前兆与地震预测．中国科学(B 辑)，1991，**5**：512—518
YIN Xiang-Chu, YIN Can. The precursor for destabilization of non-linear system and earthquake prediction. *Science in China* (B)(in Chinese) 1991, **5**:512—518

15 尹祥础，陈学忠，宋治平等．加卸载响应比理论——一种地震预报方法．地球物理学报，1994，**37**(6)：767—775
YIN Xiang-Chu, CHEN Xue-Zhong, SHONG Zhi-Ping, et al. Load / unload response ration theory: A new earthquake prediction method. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 1994,**37**(6):767—775

16 Yin X C, Chen X Z, Song Z P, et al. A new approach to earthquake prediction-the loadind / unloading

Response ratio (LURR) theory. *PAGEOPH*, 1995, **145**(3 / 4):701—715

17 Yin X C. A new approach to earthquake prediction (in Russia). *Nuture*, 1993, **1**:21—27

18 Yin X C, Chen X Z, Song Z, et al. A new approach to earthquake prediction with which the northridge earthquake has been predicted beforehand. Supplement to EOS, 1994 Fall Meeting AGU. 1994, 32D-12, 462

19 Yin X C, Aki Keiti, Ouyang H, et al. A new approach to prediction for earthquake and other geological disasters. In: The Selected Papers of Earthquake Prediction in China, Beijing: State Seismological Bureau Press, 1996

NUMERICAL SIMULATION ON LOAD / UNLOAD RESPONSE RATIO THEORY

WANG YU-CANG[1)], YIN XIANG-CHU[1,2)] PENG KE-YIN[2)] WANG HAI-TAO[1,2)]

1) *Laboratory for Non-linear Mechanics of Continuous Media (LNM), Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing*. 100080, *China*

2) *Center for Analysis and Prediction, China Seismological Bureau, Beijing* 100036, *China*

Abstract

The aim of this paper is to simulate and testify the Load/Unload Response Ratio (LURR) theory by using numerical model. By using the program compiled by ourselves to study the failure and damage process of inhomogeneous and anisotropic material on meso-scopic and macroscopic scale, the small loading and unloading processes of solid mareial during whole loading are modelled and correctness of LURR is verified. The results indicate that LURR value, the criterion to judge the unstable degree of earth media, can also be used to predict the failure of material , meanwhile, influence of some parameters (such as homogeneous degree and brittleness) on LURR is discssed, that is, the more brittle or more homogeneous the material is, the later LURR values rise, the steeper the LURR curves appear. Such results are illuminating to earthquake prediction using LURR.

Key words Load / unload response ratio, Numerical simulation, Prediction of material failure.

作者简介 王裕仓，男，1966 年生．1992 年在中国地震局兰州地震所获硕士学位，1998 年在中国地震局地球物理研究所获博士学位，目前在中国科学院力学研究所 LNM 实验室博士后研究．主要从事地震力学、损伤力学和数值模拟研究．