第10卷 第1期
2004年3月

地质力学学报
JOURNAL OF GEOMECHANICS

Vol.10 No.1
Mar. 2004

文章编号：1006-6616（2004）01-0040-11

两类经典滑坡发生时间预报模型的理论分析

王建锋
（中国科学院力学研究所，北京 100080）

摘 要：老化和应变速率对土体强度和变形性质的影响研究，以及野外事例观察，已经证实大多数滑坡的形成机制可以由深部蠕变理论解释。土体蠕动速率在滑坡爆发之前将随着造成滑坡因素的增加而增加。根据这一理论，人们可以建立早期滑动的唯象蠕变方程来预测滑坡。早期的这类代表模型是 Saito 模型和 Voight 模型。本文重新进行的理论分析表明：这些模型具有丰富的理论内涵和深入的理论基础，具备滑坡预报模型要求的所有条件，包含的参数物理意义明确，因而具有新的生命力。

关键词：滑坡；深部蠕变；Saito 模型；Voight 模型；优化
中图分类号：P642.22 **文献标识码**：A

0 前言

滑坡发生时间预报（尤其是动态、临滑预报）是目前滑坡研究的关键方向之一，也是滑坡灾害研究的主要目标。日本学者 Saito 的开创性工作自 20 世纪 60 年代以来[1~3]，已有不少新的进展[4~19]，但是其主要的学术思想一直影响至今，并被不断扩展而应用于火山喷发、地震[4~6]等自然地质灾害的发生时间的预报。本文拟重新回顾 Saito 所建立理论的内涵，发掘和澄清一些有偏差的认识，为建立物理基础更为严格的预测理论和方法提供思路。

1 几个基本概念、规定

本文虽然主要是对两个经典的滑坡发生时间预报模型的“注解”，但为清晰和严格起见，这里首先给出几个公认的基本概念，以及为后面叙述方便而做的规定。

第一，相比而言，临滑预报最具效益。预报工作只能是动态的。预报依据应是可测的物理量，通常较为合适的是地面位移随时间的变化。如果基于的预测量是位移，那么滑坡发生时间的预报，实质上就是滑坡位移的预测，进一步说就是位移量趋于无穷大时刻的预测。本

收稿日期：2003-10-09
基金项目：国家自然科学基金项目（40372126）、中国科学院知识创新工程重要方向项目（KJCX2-SW-L1）、国家 973 项目（2002CB412703）、欧盟第 5 框架计划 OASYS（EVG1-2001-00061）项目资助。
作者简介：王建锋（1964-），男，副研究员。1997 年于中国地质大学（武汉）获工学博士学位，1997.11～1999.11 在中科院力学研究所非线性力学国家重点实验室做博士后研究，2000.1～2001.1 在香港科技大学访问。

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

文所指的滑坡位移是指滑体整体脱离滑床之前发生的位移，而不包含之后的滑坡运动的广义位移。

第二，作为最具实际意义的动态、临滑预报工作来说，预测模型的构建一般需要满足如下 5 条规定：

(1) 必须以大量的实际观察、严格的试验为基础，观察和试验总结的唯象关系是迄今为止较为可靠的依据；

(2) 模型中必须包含滑坡发生时间 t_f（有限数）这个重要参数，且认为 $t_f \to \infty$ 表示滑坡将不会发生；而当 $t \to t_f$ 时有位移 $D \to \infty$, $\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}t} \to \infty$, $\frac{\mathrm{d}^2 D}{\mathrm{d}t^2} \to \infty$ 同时成立，则滑坡发生。t_f 应是位移时间曲线（D-t 曲线）的一个奇异点，或者说 $t = t_f$ 是 D - t 曲线的一条垂直渐近线；

(3) 模型至少要包含 4 个及以上的参数（参数可以是时变的），以便有较高的灵活性，可适用于各种滑坡发生时间的预测。但参数也不宜过多，过多将使参数的物理意义不明晰，同时也增加了计算和预测的复杂性；

(4) 对于临滑预报来说，模型重点要拟合第三阶段的监测数据，以提高预测精度；对于中长期预报来说，模型要同时能够拟合第一、二阶段数据为宜，此时时序分析[20,21]、变点分析[22,23]将更为合适；

(5) 可以经得起检验，如对若干情况较为明确的滑坡能够作出准确预报。

第三，理想的预报模型的基础必定建立在第一原理或自然律基础之上，纯粹的以模式识别为主要手段的预测方法，需要深究其蕴涵的物理基础，否则将会产生诸多偏差甚至步入误区，亦即数据分析不能脱离物理基础的把握与认识。滑坡预测的理论基础应当是已经证实的描述滑坡机制的深部蠕变理论[24~27]，深部蠕变的典型曲线如图 1 所示。滑坡的产生始于深部蠕变，向着加速蠕变作用的跃迁。就此而言，多数滑坡是可以用蠕变理论预报的。深部蠕变的急剧变化主要源于边坡剪应力场的变化、孔隙水压力的变化，以及土体中临界滑动面随时间的贯通、移变。

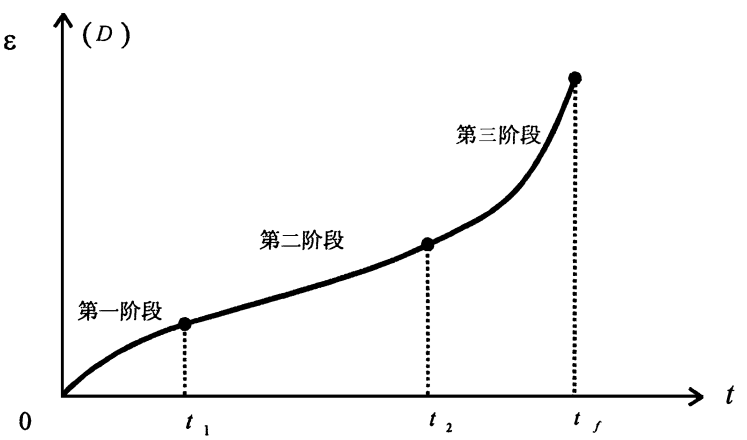

图 1　蠕变曲线三阶段示意

Fig. 1　Generalized creep test curve

2　Saito 模型

早在 20 世纪 60 年代，Monkman F-C 和 Grant N-J 基于大量蠕变实验数据分析，提出了迄今广为接受的 Monkman-Grant 模型[28]，

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$\log t_r + m\log\frac{\mathrm{d}\varepsilon_m}{\mathrm{d}t} = C \tag{1}$$

式中，t_r 是破坏时间，$\mathrm{d}\varepsilon_m/\mathrm{d}t$ 是最小蠕变速率，即蠕变曲线上第二阶段直线段的斜率，C 为常数。这一模型表示：在双对数坐标中，材料的最小蠕变速率与其破坏时间呈线性关系，即材料最小蠕变速率越大，其趋于破坏的时间越短。近年，此模型已经被推广[29]。本质上，式中 m 刻划了系统演化性质，表征系统属性，不同系统其 m 值不同，但对同一系统 m 则为定值。当概念扩展后，即应变率已不仅局限于第二阶段常应变率时，破坏时间改记为 t_f，此时，上式可表示为：

$$t_f\dot{\varepsilon}_s^q = cons \tag{2}$$

式中，$\dot{\varepsilon}_s$ 为任意时刻的瞬时应变速率，$cons$ 为常数。正是基于 Monkman-Grant 模型思想，Saito 进行了超过 80 组土样的室内蠕变试验，用于验证此关系[1]。结果证明，基于金属材料的 Monkman-Grant 模型，完全可以推广到土体中。Saito 由此提出了他自己的原始模型(即 $\log_{10} t_r = 2.33 - 0.916\log_{10}\dot{\varepsilon} \pm 0.59$，式中 $\dot{\varepsilon}$ 为第二阶段蠕变速率，t_r 的起算时间为自试验开始，即第一蠕变阶段开始)[1,2]，用于粗略地预报滑坡发生时间。

2.1 Saito-1 模型

由于斋藤氏原始模型仅仅利用第二蠕变阶段数据来预测 t_r 落入某个区间，因此基本上没有太大的工程实用价值。为了能利用第三阶段数据，Saito 将一实例滑坡第三蠕变阶段数据点入其原始模型图像中，结果发现散点分布同样遵从其原始模型方程，亦符合（2）式，只不过此时 $q = 1$。当他把其原始模型中的 t_r 换成破坏余裕时间（$t_r - t$），把等速应变速率换成瞬时应变速率 $\dot{\varepsilon}$（是 t 的函数），把 2.33 换成 $\log_{10} a$（a 是个参数），把 0.916 换成 1，其原始模型即变为[3]

$$\log(t_r - t) = \log a - \log\dot{\varepsilon} \tag{3}$$

也可表示为

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + e^a[\ln(t_r - t_0) - \ln(t_r - t)] \tag{4}$$

式中，ε 为应变量；ε_0 为 $t = t_0$ 时的应变量；t 为现在时刻；t_r 为蠕变破坏时刻（即 t_f，以后就记为 t_f）；a 为常数。

上述这一将多个（滑坡）土样蠕变试验得到的第二阶段蠕变速率 $\dot{\varepsilon}_s$ 与对应的破坏时间 t_r 所建立的关系，推广于单一滑坡第三阶段时序的瞬时蠕变速率 $\dot{\varepsilon}$ 与对应的破坏余裕时间（$t_f - t$），充分反映了人们对材料破坏的逐步深入的认识过程。实际上，这一拓广正是运用了遍历性原理，即对空间上多个滑坡的短期研究等效于单个滑坡长期研究的结果。这是因为无论使用怎样的研究手段或方法，最终发现的滑坡规律将是同样的。

这里，我们不妨设 D_* 是滑坡的最大变形量，则应变量 ε 与 D/D_* 成比例，于是（4）式可改写为

$$D = A - B\ln(t_f - t) \tag{5}$$

式中，常数 $A = D_*\ [\varepsilon_0 + e^a\ln(t_f - t_0)] > 0$，$B = e^a D_* > 0$，$t < t_f$。

当 $t = 0$ 时，(5) 式中 D 一般不为 0，故该曲线一般不过原点。该模型仅适合于第三蠕变阶段的拟合。又 $\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}t} = \frac{B}{t_f - t}$；$\frac{\mathrm{d}^2 D}{\mathrm{d}t^2} = \frac{B}{(t_f - t)^2}$

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

故$\lim\limits_{t\to t_f} D = \lim\limits_{t\to t_f}[A - B\ln(t_f - t)] = \infty$; $\lim\limits_{t\to t_f}\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}t} = \lim\limits_{t\to t_f}\frac{B}{t_f - t} = \infty$; $\lim\limits_{t\to t_f}\frac{\mathrm{d}^2 D}{\mathrm{d}t^2} = \lim\limits_{t\to t_f}\frac{B}{(t_f - t)^2} = \infty$。

因此，这个模型符合前述的标准。

为了方便实用，在此模型基础上，Saito 还提出了预测 t_f 的图解法计算公式和相应的预报方法。Saito 认为，当坡体已经进入加速蠕变阶段，那么即可在此后的位移时间曲线上，任意截取相邻点间相对位移量（ΔD）相等的三个点 A_1、A_2、A_3，它们分别对应的时间为 t_1、t_2、t_3，则滑坡发生时间 t_f 即可按下式计算，

$$t_f - t = \frac{\frac{1}{2}(t_2 - t_1)^2}{(t_2 - t_1) - \frac{1}{2}(t_3 - t_1)} \tag{6}$$

现在，我们来证明（6）式。（6）式的根据就是方程（5），或者说是方程（4）。方程（5）中 D 是个单调函数，故可求其反函数，$D = A - B\ln(t_f - t) \Rightarrow t_f - t = e^{\frac{A-D}{B}}$，或者

$$t = t_f - e^{\frac{A-D}{B}} \tag{7}$$

于是，$t_1 = t_f - e^{\frac{A-D_1}{B}}$，$t_2 = t_f - e^{\frac{A-D_2}{B}}$，$t_3 = t_f - e^{\frac{A-D_3}{B}}$，由于 $D_3 - D_2 = D_2 - D_1$，故设

$$D_2 = D_1 + rB \tag{8}$$

$$D_3 = 2D_2 - D_1 = D_1 + 2rB \tag{9}$$

$$t_f - t_1 = e^{\frac{A-D_1}{B}} \tag{10}$$

而

$$t_2 - t_1 = e^{\frac{A}{B}}\cdot e^{-\frac{D_1}{B}} - e^{\frac{A}{B}}\cdot e^{-\frac{D_2}{B}} = e^{\frac{A}{B}-\frac{D_1}{B}}(1 - e^{-r}) \tag{11}$$

又

$$t_3 - t_1 = e^{\frac{A}{B}}\cdot e^{-\frac{D_1}{B}} - e^{\frac{A}{B}}\cdot e^{-\frac{D_3}{B}} = e^{\frac{A}{B}-\frac{D_1}{B}}(1 - e^{-2r}) \tag{12}$$

故

$$\frac{1}{2}(t_2 - t_1)^2 = \frac{1}{2}e^{2\left(\frac{A-D_1}{B}\right)}\cdot(1 - e^{-r})^2 \tag{13}$$

而

$$(t_2 - t_1) - \frac{1}{2}(t_3 - t_1) = e^{\frac{A-D_1}{B}}(1 - e^{-r}) - \frac{1}{2}e^{\frac{A-D_1}{B}}(1 - e^{-2r}) = \frac{1}{2}e^{\frac{A-D_1}{B}}(1 - e^{-2r})^2 \tag{14}$$

由（13）式、（14）式和（10）式知$\dfrac{\frac{1}{2}(t_2 - t_1)^2}{(t_2 - t_1) - \frac{1}{2}(t_3 - t_1)} = e^{\frac{A-D_1}{B}} = t_f - t_1$，故（6）式得证。

根据（6）式，Saito 提出了确定 t_f 的图解法（图 2），步骤如下：

(1) 在位移 - 时间 D-t 曲线上，任取相邻的 A_1（t_1，D_1）、A_2（t_2，D_2）、A_3（t_3，D_3）三个点，并使 $D_3 - D_2 = D_2 - D_1$；

(2) 在 QA_2 上标出点 B 和点 C，使 $QB = BA_2 = \frac{1}{2}(t_2 - t_1)$，使 $QC = \frac{1}{2}(t_3 - t_1)$。再以 A_2 为圆心，分别以 A_2B 和 A_2C 为半径作圆弧，与 A_2B 线分别交于 B 及 C 二点。则有 $A_2B' = A_2B$，$A_2C' = A_2C$；

(3) 过 B 点作直线 $BP \parallel t$ 轴，或说 $BP \parallel QA_2$。连接 QC'，并延长之，使之与 BP 交

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

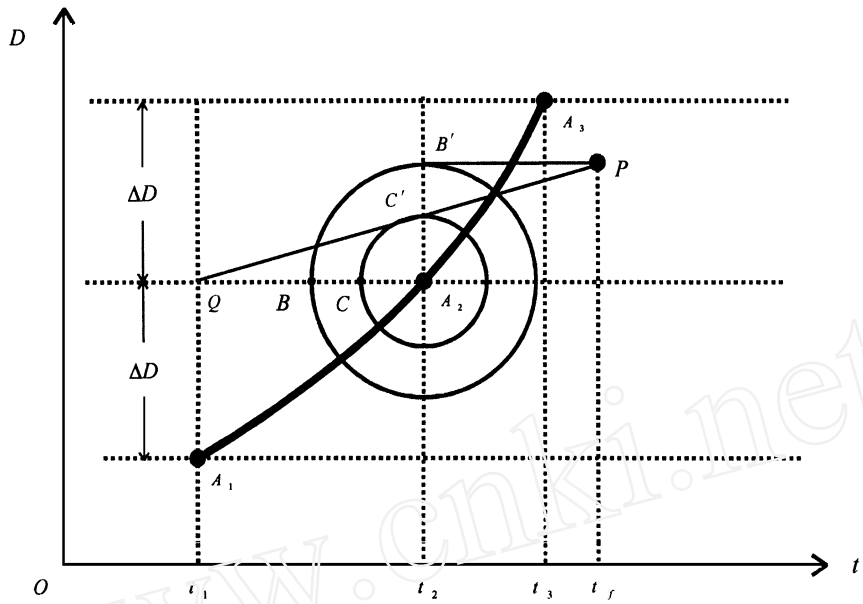

图 2 *Saito* 预测 t_f 的图解法

Fig. 2 Saito's graphic solution for predicting t_r

于 P 点。过 P 点作直线 $\perp t$ 轴于 t_f 点，则 t_f 点即为所求之滑坡发生时刻。

【证明】只需证明所求出的 t_f 满足 $\frac{t_f - t_1}{t_2 - t_1} = \frac{\frac{1}{2}(t_2 - t_1)}{(t_2 - t_1) - \frac{1}{2}(t_3 - t_1)}$，即可证明 t_f 满足 (6) 式。

$$\frac{\frac{1}{2}(t_2 - t_1)}{(t_2 - t_1) - \frac{1}{2}(t_3 - t_1)} = \frac{QB}{QA_2 - QC} = \frac{A_2B}{A_2C} = \frac{A_2B'}{A_2C'}$$

$$= \frac{A_2C' + B'C'}{A_2C'} = 1 + \frac{B'C'}{A_2C'}$$

设 $I = 1 + \frac{B'C'}{A_2C'}$，由于 $\mathrm{Rt}\Delta QA_2C' \backsim \mathrm{Rt}\Delta PB'C'$，故有 $\frac{B'C'}{A_2C'} = \frac{B'P}{QA_2}$，即：

$$I = 1 + \frac{B'P}{QA_2} = 1 + \frac{t_f - t_2}{t_2 - t_1} = \frac{t_2 - t_1 + t_f - t_2}{t_2 - t_1} = \frac{t_f - t_1}{t_2 - t_1}$$，证毕。

因此，Saito 图解法用公式 (6) 求出的 t_f 是在模型 (5) 成立的基础上，而且是当坡体已进入加速蠕变阶段后才可行的。

上述方法实质上是已知 3 点、建立 3 个方程、求解方程 (5) 中的 3 个未知参量。很明显，此图解法是当时计算机技术不发达的结果。

考虑实际工作中，蠕变三阶段不易区分，若 A_1、A_2、A_3 三个点是任选的，只保持条件 $D_3 - D_2 = D_2 - D_1$ 条件，那么是否会导致较大误差呢？经过试算发现：对于人工手绘的位移 - 时间曲线来讲，这三个点的不同选法，会导致 t_f 值的不小差异。经验表明，若 t_1、t_2、t_3

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

均在加速蠕变的第三阶段中，则预测的 t_f 与实际较符合；若 t_1、t_2、t_3 跨在第一、第二、第三阶段，跨度较大，则预测误差较大。总之，它们越靠后，误差越小。原则上，Saito 模型不能运用第三阶段以外的观测数据进行预报。

2.2　Saito-2 模型

Saito-1 模型实质上是方程（2）在 $q=1$ 情况下的特例。当 $q\neq 1$，（3）式即成为广义的 Saito 模型，即这里所称谓的 Saito-2 模型（他本人并没有提出所谓的广义模型）。这一广义模型可表示为：

$$\ln(t_f - t) = c - m\ln(\dot{\varepsilon}) \tag{15}$$

式中，$\dot{\varepsilon}$ 为蠕变速率，c、m 为常数。由于 $\dot{\varepsilon}$ 与 $\frac{\mathrm{d}D}{D_*\mathrm{d}t}$ 成比例，不妨将 $\dot{\varepsilon}=\frac{\mathrm{d}D}{D_*\mathrm{d}t}$ 的表达式代入（15）式中，有 $\ln(t_f - t) = A' - m\ln\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}t}$，式中 $A' = c - m\ln\frac{1}{D_*}$ 是个常数。

$$\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}t} = e^{\frac{A'}{m}}(t_f - t)^{-\frac{1}{m}} = B\cdot(t_f - t)^{-\frac{1}{m}}$$

式中，$B = e^{\frac{A'}{m}}$。积分上式，$D = B\int(t_f - t)^{-\frac{1}{m}}\mathrm{d}t = -B\int(t_f - t)^{-\frac{1}{m}}\mathrm{d}(t_f - t)$

由于 m 取不同值，积分结果不同，故要分两种情况讨论：

（1）当 $m=1$ 时，$D = -B\cdot C_1 - B\ln(t_f - t)$。设 $A = -B\cdot C_1$ 为常数，则上式变为 $D = A - B\ln(t_f - t)$。这就是前面讲的模型（5）式。故 Saito 提出的第一个模型实为其第二个模型的一个特例。

（2）$m\neq 1$ 时，$D = \frac{-Bm}{m-1}(t_f - t)^{1-\frac{1}{m}} - B\cdot C_2$。设 $G = -B\cdot C_2$，$H = \frac{-Bm}{m-1}$，$J = 1 - \frac{1}{m}$，G 和 H 为常数，则上式可表示为：

$$D = G + H(t_f - t)^J \tag{16}$$

当 $J>0$ 时，$\lim\limits_{t\to t_f} D \neq \infty$，故此时该方程不能作为预测滑坡时间的模型。

因此，只有当 $J<0$，且 $H>0$ 时，

$$\lim_{t\to t_f} D = \infty,$$

$$\lim_{t\to t_f}\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}t} = \lim_{t\to t_f}[-HJ(t_f - t)^{J-1}] = \infty$$

$$\lim_{t\to t_f}\frac{\mathrm{d}^2D}{\mathrm{d}t^2} = \lim_{t\to t_f}[HJ(J-1)(t_f - t)^{J-2}] = \infty$$

此时该方程才可作为预测滑坡发生时间的模型。

（16）式就是 Saito 提出的第二种模型，它不同于（5）式所表示的第一种模型。故（16）式中的 t_f 不能用前面提到的图解法来求出，但可以用 SPREADSHEET 中的优化求解工具通过自动调优得到，即在确定出最优的一套参数 G、H、J、t_f 的同时求出 t_f 来。

3　Voight 模型

由于 Saito-1 模型对第三蠕变阶段拟合得不甚理想，Fukuzono[25]、Voight[4,5] 对蠕变理论作了重要改进。Fukuzono 首先给出了一个依赖于时间的唯象破坏关系，随后 Voight 通过常量加

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

载条件下的一个纯剪切系统分析，对此唯象关系进行了验证，并提出加速度 $\dot{\Omega}$ 是速度 Ω 的幂函数关系，即

$$\dot{\Omega} = A\Omega^{\alpha} \tag{17}$$

式中，Ω 是累计位移量，$\Omega = \frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t}$，$\dot{\Omega} = \frac{\mathrm{d}^2\Omega}{\mathrm{d}t^2}$。上式实际上是广义动力学演化模型的特例。

一般地，广义动力学演化过程的控制方程可表示为一个 n 阶常微分方程

$$D^{(n)} = f(D, D^{(1)}, D^{(2)}, \cdots, D^{(n-1)}) \tag{18}$$

式中，$D^{(n)} = \frac{\mathrm{d}^n D}{\mathrm{d}t^n}$，$f(\cdots)$ 为一非线性函数。滑坡位移时间序列可以理解为上述非线性微分方程的解在离散时间上的一组取值。由于高于 2 阶以后的物理量意义已不明确，为讨论问题方便，常用二阶常微分方程 $\frac{\mathrm{d}^2 D}{\mathrm{d}t^2} = f\left(D, \frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}t}\right)$ 来描述一般的动力学演化过程，如 Voight 模型即如此。从滑坡临近破坏过程可以看出[30]，越临近破坏，$\frac{\mathrm{d}^2 D}{\mathrm{d}t^2} \sim t$ 曲线与 $\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}t^2} \sim t$ 曲线分离越加明显，表现为幂函数分离趋势，而不是指数函数分离趋势。

为求解微分方程（17），设 $P = \Omega = \frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t}$，则 $\dot{\Omega} = \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}t}$，代入（17）式，得

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}t} = AP^{\alpha} \Rightarrow \int \frac{\mathrm{d}P}{P^{\alpha}} = A\int \mathrm{d}t = At + C$$

当 $\alpha > 1$ 时，$\frac{P^{1-\alpha}}{1-\alpha} = At + C \Rightarrow P = [A(1-\alpha)t + C(1-\alpha)]^{\frac{1}{1-\alpha}}$，即

$$\Omega = [A(1-\alpha)t + C(1-\alpha)]^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{19}$$

设 t_f 表示蠕变破坏时刻，Ω_f 表示相应时刻的变形速率，则有

$$\Omega_f = [A(1-\alpha)t_f + C(1-\alpha)]^{\frac{1}{1-\alpha}} \Rightarrow C(1-\alpha) = \Omega_f^{1-\alpha} - A(1-\alpha)t_f$$

将上式代入（19）式，得 $\Omega = [A(1-\alpha)t - A(1-\alpha)t_f + \Omega_f^{1-\alpha}]^{\frac{1}{1-\alpha}}$，或

$$\frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t} = [A(\alpha-1)(t_f - t) + \Omega_f^{1-\alpha}]^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{20}$$

当 $\alpha > 1$，且 $\alpha \neq 2$ 时，解微分方程（20）可得

$$\Omega = \int A(\alpha-1)(t_f - t) + \Omega_f^{1-\alpha}]^{\frac{1}{1-\alpha}}\mathrm{d}t$$

$$= -\frac{1}{A(\alpha-1)} \cdot \frac{1-\alpha}{2-\alpha}\int A(\alpha-1)(t_f - t) + \Omega_f^{1-\alpha}]^{\frac{2-\alpha}{1-\alpha}} + C$$

因此，

$$\Omega = \frac{1}{A(2-\alpha)}[A(\alpha-1)(t_f - t) + \Omega_f^{1-\alpha}]^{\frac{2-\alpha}{1-\alpha}} + C \tag{21}$$

由于 $t = 0$ 时，$\Omega = 0$，代入上式，得 $C = \frac{1}{A(\alpha-2)}[A(\alpha-1)t_f + \Omega_f^{1-\alpha}]^{\frac{2-\alpha}{1-\alpha}}$，代入（21）式得

$$\Omega = \frac{1}{A(\alpha-2)}\left\{[A(\alpha-1)t_f + \Omega_f^{1-\alpha}]^{\frac{2-\alpha}{1-\alpha}} - [A(\alpha-1)(t_f - t) + \Omega_f^{1-\alpha}]^{\frac{2-\alpha}{1-\alpha}}\right\} \tag{22}$$

式中，$A > 0$，$\alpha > 1$。这就是 Voight 模型。其中 A 控制着曲线形状，α 控制着加速活动的敏感性。

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

4　Voight 模型与 Saito-2 模型的比较

为了便于将 Voight 模型与 Saito 的第二个模型作比较，先将 Voight 模型化简。首先，仍设 $C=\frac{1}{A(\alpha-2)}[A(\alpha-1)t_f+\Omega_f^{1-\alpha}]^{\frac{2-\alpha}{1-\alpha}}$，$C$ 为常数。于是（22）式可写为

$$\Omega = C+\frac{1}{A(\alpha-2)}[A(\alpha-1)t_f+\Omega_f^{1-\alpha}]^{\frac{2-\alpha}{1-\alpha}}\left[1-\frac{A(\alpha-1)t}{A(\alpha-1)t_f+\Omega_f^{1-\alpha}}\right]^{\frac{2-\alpha}{1-\alpha}}$$

再设 $B'=\frac{1}{A(2-\alpha)}[A(\alpha-1)t_f+\Omega_f^{1-\alpha}]^{\frac{2-\alpha}{1-\alpha}}$，$B$ 也是常数。于是上式又可写为

$$\Omega = C+B'\left[1-\frac{t}{t_f+\Omega_f^{1-\alpha}/[A(\alpha-1)]}\right]^{\frac{2-\alpha}{1-\alpha}}$$

设 $E=\Omega_f^{1-\alpha}/[A(\alpha-1)]$，则 E 是个正的常数。设 $G=\frac{2-\alpha}{1-\alpha}$，则上式又可写为

$$\Omega = C+B'\left[1-\frac{t}{t_f+E}\right]^{G} = C+B'(t_f+E)^{-G}[(t_f-t)+E]^{G}$$

又设 $B=B'(t_f+E)^{-G}$，B 也是常数。于是，上式又可写为

$$\Omega = C+B[(t_f-t)+E]^{G} \tag{23}$$

在 $\alpha>1$ 时，一般有 $\Omega_f=\lim_{t\to t_f}\Omega=\infty$，则有 $\lim_{t\to t_f}E=\lim_{t\to t_f}\frac{\Omega_f^{1-\alpha}}{A(\alpha-1)}=0$。故当 $t\to t_f$ 时可将 E 写为 0，于是（23）式可写为

$$\Omega = C+B(t_f-t)^{G} \tag{24}$$

这其中 $G<0$（即 $1<\alpha<2$）时，可看出 $B'>0$，$B>0$。这样一来，简化了的 Voight 模型就与 Saito-2 模型（即（16）式）一样了。由于 Voight 模型中也包含参数 t_f，且有 $\lim_{t\to t_f}\Omega=\infty$，$\lim_{t\to t_f}\Omega=\infty$，$\lim_{t\to t_f}\dot{\Omega}=\lim_{t\to t_f}A\Omega^{\alpha}=\infty$（$\because A>0$，$1<\alpha<2$），因此，Voight 模型也是可供选择的预测滑坡发生时间的模型之一。将（23）式与（16）式比较来看，Voight 模型只是在方括号中 (t_f-t) 之后多加了一个参数 E（当 $t\to t_f$ 时 $E\to 0$）而已，其他地方均与 Saito-2 模型无异。Saito-2 模型中有 4 个参数：G、H、J、t_f；而 Voight 模型（即（23）式）有 5 个参数：C、B、E、G、t_f。当然后者要更为灵活些，适应性也更广一些，但同时计算量也要适当有所增大。由此可见，Saito-2 模型实质上也就是 Voight 模型当 $E=0$ 时的一个特例而已。为了在保证实用有效的条件下尽可能简单些，这里建议采用 Saito-2 模型。

5　例题

取意大利 Vajont 滑坡为例，以广义的 Saito-2 模型，$D=A+B[(1-t/t_f)]^{m}$ 方程来拟合，经调优得到表 1 预测结果。预测方程为：

$$D=-0.5324+0.5426[(1-t/21.9292)]^{-0.2639}$$

实际滑坡发生时间为 1963 年 10 月 9 日 22 时 38 分，即 $t_f=21.943$ 天。按上式预测结果：$\hat{t}_f=21.9291$ 天，只比实际滑坡时间提前了约 20 分钟。上述工作应当首先在监测点空间区划

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

分析的基础上进行，详见文献［31］。

表 1 Vajont 滑坡位移记录和预测结果

Table 1 Observed displacement and calculated results for the Vajont landslide

日期	时间 (days)	观测位移 (m)	预测位移 (m)	剩余误差平方 (m^2)
1963-09-18	1	0.01	0.016901	4.76E-05
1963-09-25	8	0.08	0.079223	6.04E-07
1963-10-01	14	0.2	0.177292	0.000516
1963-10-05	18	0.3	0.321785	0.000475
1963-10-07	19	0.4	0.390635	8.77E-05
1963-10-08	20	0.5	0.498195	3.26E-06
剩余误差平方和				0.001129

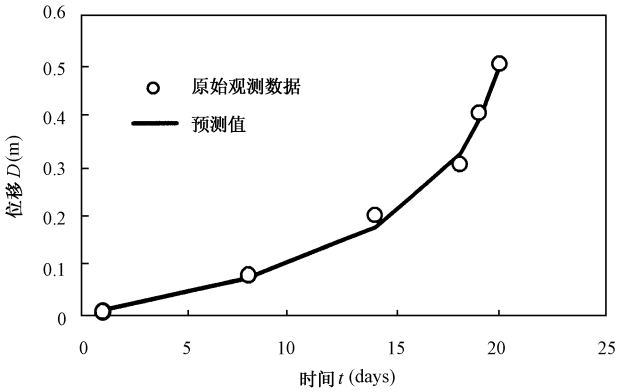

图 3 Vajont 滑坡预测 t_f 的结果

Fig. 3 Predicted results for the Vajont landslide

6 结语

Saito 模型和 Voight 模型本质上为超双曲函数，属于增长方程，它们不同于一般的生长曲线，因而只能适用于第三蠕变阶段。由于这两类方程来源于广泛的实际观察和丰富的室内蠕变实验，因而它们具有较为坚实的物理基础，是描述和预测灾害性的自然地质现象（滑坡、火山爆发、地震）的合适预测模型。这两类模型已经用于多个事例，并取得了好的效果。目前，人们也从若干其他途径来描述滑坡孕育、爆发过程，如灾变论、神经网络模拟、时间序列分析等，但这些方法总的来说较多关注了拟合优度，而对物理过程缺乏足够的理解和考虑，相反早期发展的这两类模型主要从物理出发，因此它们仍然有着广阔的应用前景，只是需要重新发掘理论内涵和新的解法。加卸载响应比理论更多是从物理出发的[32]，已经在滑坡发生时间预报方面有所应用[33]，但本质上与 Voight 模型没有区别，亦即与本文最终推得的代数方程没有区别，因此不必去找难以发现和难以确定的加卸载因素。

本文所述模型的局限性是临近破坏的预报，即系统演化趋向于必然崩溃时破坏时间预报，模型本身不能判断滑坡是否必然破坏。某些情况下，滑坡变化过程极端复杂，其变化异常的判断有时更加重要，此时变点分析[22,23]则更为合适；而滑坡位移预报采用一般的时间序列分析[20,21]即可。当充分的资料表明滑坡必滑无疑时，本文模型对准确的破坏时间预报则是极为有效的。就此而言，滑坡预报是多阶段、多角度的综合分析过程。

致谢：中国地质大学王仁铎教授参与了部分工作，韩国国立金岛工科大学校土木系 Ki-Tae Chang 教授、长江水利委员会崔政权勘察大师与作者进行了深入讨论，特此表示感谢！

参 考 文 献

［1］ Saito M, Uezawa H. Failure of soil due to creep［A］. In: *Proceedings of the 5th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*［C］, 1961, Vol. 1, 315～318.

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

[2] Saito M. Forecasting the time of occurrence of a slope failure [A]. In: *Proceedings of the 6th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering* [C], Montréal, Que. Pergamon Press, Oxford, 1965, 537～541.

[3] Saito M. Forecasting time of slope failure by tertiary creep [A]. In: *Proceedings of the 7th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering* [C], Mexico City, 1969, Vol. 2, 677～683.

[4] Voight B. A method for prediction of volcanic eruption [J]. *Nature* (*London*), 1988, 332: 125～130.

[5] Voight B. A relation to describe rate-dependent material failure [J]. *Science* (Washington, D. C.), 1989, 243: 200～203.

[6] Xia Mengfen, Ke Fujiu, Wei Yujie, Bai Jie, Bai Yilong. Evolution induced catastrophe in a nonlinear dynamical model of material failure [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2000, 22: 205～224.

[7] Fukuzono T. Recent studies on time prediction of slope failure [J]. *Landslide News*, 1990, 4: 9～12.

[8] 苏爱军, 冯宗礼. 滑坡预报方法探讨 [J]. 水文地质工程地质, 1990, 115 (5): 51～52.

[9] Qin S Q, Wang S J. A homomorphic model for identifying abrupt abnormalities of landslide forerunners [J]. *Engineering Geology*, 2000, 57: 163～168.

[10] Murry J B, Voight B, Glot J P. Slope movement crisis on the east flank of Mt. Etna volcano: models for eruption triggering and forecasting [J]. *Engineering Geology*, 1994, 38 (3-4): 245～259.

[11] Crosta G B, Agliardi F. Failure forecast for large rock slides by surface displacement measurements [J]. *Can Geotech J*, 2003, 40: 176～191.

[12] Crosta G B, Agliardi F. How to obtain alert velocity thresholds for large rockslides [J]. *Physics and Chemistry of the Earth*, 2002, 27: 1557～1565.

[13] Sornette D, Helmstetter A, Andersen J V, Gluzman S, Grasso J R, Pisarenko. Towards landslide predictions: two case studies [J]. manuscript, 16 May 2003, 1～30.

[14] Main Ian G. Applicability of time-to-failure analysis to accelerated strain before earthquakes and volcanic eruptions [J]. *Geophys J Int*, 1999, 139: F1-F6.

[15] Main I. Prediction of failure times in the Earth for a time-varying stress [J]. *Geophy J*, 1988, 92: 455～464.

[16] Das S, Scholz C H. Theory of time-dependent rupture in the Earth [J]. *J Geophys Res*, 1981, 86: 6039～6051.

[17] Gross S, Rundle J. A systematic test of time-to-failure analysis [J]. *Geophys J Int*, 1998, 133: 57～64.

[18] Borsetto M, Frassoni A, La Barbera G, Fanelli M, Giuseppetti G, Mazza G. An application of Voight empirical for the prediction of soil and rock instabilities [A]. In: *Proceedings of the 7th International Symposium on Landslides*, Christchurch [C], Edited by D H Bell. A A Balkema, Rotterdam, 1991, 335～341.

[19] Cornelius R R, Scott P A. A materials failure relation of accelerating creep as empirical description damage accumulation [J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 1993, 26: 233～252.

[20] Cliff T Ragsdale, Donald R Plane. On modeling time series data using spreadsheets [J]. *The International Journal of Management Science*, 2000, 28: 215～221.

[21] Segura J V, Vercher E. A spreadsheet modeling approach to the Holt-Winters optimal forecasting [J]. *European Journal of Operational Research*, 2001, 131: 375～388.

[22] Douglas M Hawkins. Fitting multiple change-point models to data [J]. *Computational Statistics & Data Analysis*, 2001, 37: 323～341.

[23] Ding Keyue. A lower confidence bound for the change point after a sequential CUSUM test [J]. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 2003, 115: 311～326.

[24] Terzaghi, K. Mechanism of landslide. In: Paige S (Ed.), *Application of Geology to Engineering Practice* (Berkey Volume) [M]. Geological Society of America, Washington DC, 1950, 83～123.

[25] Fukuzono T. A new method for predicting the failure time of a slope [A]. In: *Proceedings of the 4th International Conference and Field Workshop on Landslides* [C], Tokyo, Tokyo University Press, 1985, 145～150.

[26] Tavenas F, Leroueil S. Creep and failure of slopes in clays [J]. *Can Geotech J*, 1981, 18: 106～120.

[27] Kennedy A J. *Processes of creep and fatigue in metals* [M]. Oliver and Boyd, Deinburgh and London, 1962, 148～152, 154～163.

[28] Monkman F C, Grant N J. An empirical relationship between rupture life and minimum creep rate in creep rupture tests [J]. *Proc. Am. Soc. Test. Mater.*, 1956, 56: 593～620.

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

[29] A Toshimitsu Yokobori Jr, Martin Prager. Proposal of a new concept on creep fracture remnant life for a precracked specimen [J]. *Materials at High Temperatures*, 1999, 16 (3): 137～141.

[30] Wang J F, Tang W H. Predicting the deformation of landslide by growth models [J]. In: *Proceeding of International Conference on Slope Engineering*, 8～10 December 2003, Hong Kong, pp. 268～273.

[31] 王建锋. 滑坡发生时间预报分析 [J]. 中国地质灾害与防治学报, 2003, 14 (2): 1～8.

[32] 尹祥础, 尹灿. 非线性系统失稳的前兆与地震预报 ——响应比理论及其应用 [J]. 中国科学, 1995, B 辑 (5): 512～518.

[33] 张文杰, 陈云敏, 贺可强. 加卸载响应比理论应用于堆积层滑坡预报的进一步探讨 [J]. 中国地质灾害与防治学报, 待刊.

THEORETICAL ANALYSIS TO TWO CLASSIC LANDSLIDE PREDICTION MODELS: SAITO'S MODEL AND VOIGHT'S MODEL

WANG Jian-feng

(*Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100080, *China*)

Abstract: Based on the influence of the aging and strain rate of a sloping soil mass on the strength and deformation of the soil mass, as well as the observations of many landslides cases, it has been demonstrated that the mechanism for formation of most landslides can be explained by the deep creep theory. Before a landslide occurs, the creep rate of a soil mass increases with an increase of the factors responsible for the landslide. According to this theory, ones can set up an empirical equation between deformation and time for predicting the time of failure of a landslide. Two earlier typical models are the Saito's model and Voight's model. The author has dug out some newly discovered facts hidden in the two models and developed a generalized prediction model, which can be used to forecast a landslide more accurately. Differing from the Saito's graphic solution method, the author has presented a more convenient technique for estimating the parameters in the equations. The presented method allows the data to be fitted with the presented model and expressed in terms of displacement, through non-linear estimation techniques using the SPRESHEET application software, in order to find values of the controlling parameters (A, B, m, t_f) suitable to represent the mechanical behavior of a large-scale landslide approaching the failure. A simple case study has confirmed the validity of both the presented generalized model and estimation technique through computing the deformation-time curve and defining the time limit or failure time value.

Key words: landslide; deep creep; Saito's model; Voight's model; optimization

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net