边坡稳定性分析的三维极限平衡法及应用

张均锋，丁　桦
(中国科学院 力学研究所，北京　100080)

摘要：将二维 Janbu 条分法进行拓展，给出了一种三维极限平衡边坡稳定性分析方法。该方法对所有条块满足力与力矩平衡关系，可适用于任何形状的滑面，包括地质分层和水压力等复杂条件。该方法发展了传统条分法中只给出坡体总体稳定性系数的作法，根据滑面的几何特征，进一步分析了各条块独立的稳定性系数及各条块的潜在滑动方向。另外，该方法承袭了用二维 Janbu 法分析的优缺点。最后对一个实际滑坡进行了稳定性分析。

关键词：边坡工程；三维边坡分析；稳定性分析；极限平衡
中图分类号：TU 432　　**文献标识码：**A　　**文章编号：**1000－6915(2005)03－0365－06

GENERALIZED 3D LIMIT-EQUILIBRIUM METHOD FOR SLOPE STABILITY ANALYSIS AND ITS APPLICATION

ZHANG Jun-feng，DING Hua
(*Institute of Mechanics*，*The Chinese Academy of Sciences*，*Beijing* 100080，*China*)

Abstract：A new three-dimensional slope stability analysis method is developed based on 2D Janbu′s generalized procedure of slices，in which all forces acting on the discretized columns are considered and static equilibrium in three directions is satisfied. In this method，the potential sliding mass is divided into rigid columns. Each column is separately analyzed by using two types of relations，geometric relations and force and moment equilibrium formulations. By introducing force boundary conditions，the stability problem is determined statically. This method may be applied to various types of potential sliding surfaces with complicated geological boundaries and stratifications，water pressure and earthquake loading. Also the method extends traditional limit-equilibrium method that only gives one value of the safety factor for an integrated slope，and the safety factor and sliding direction for each column are analyzed according to the characteristics of its sliding surface. With this method，the potential sliding direction of each column can be obtained. As an extension of 2D Janbu′s method，this method also has the advantages and disadvantages of 2D Janbu′s method. Moreover，The results calculated by the method for a slope in Yunyang，Chongqing，China，are given in detail，such as the safety factors and sliding directions of columns. The results obtained by 2D Janbu′s method for a longitudinal section of the slope are presented also for comparison.

Key words：slope engineering；3D slope analysis；stability analysis；limit equilibrium

1　引　言

在岩土工程中，边坡稳定性分析通常采用二维极限平衡法。但是越来越多的工程问题要求人们进行三维稳定性分析。在过去的几十年中，逐步发展了一些三维分析方法[1~12]，大多数的三维稳定性分析是对已有的二维分析方法的拓展。

收稿日期：2003－08－19；**修回日期：**2003－09－23
基金项目：国家重点基础研究发展规划(973)项目(2002CB412706)；国家自然科学基金资助项目(10372104)
作者简介：张均锋(1966－)，男，博士，现为高级工程师，主要从事滑坡机理及动载荷下边坡稳定方面的研究工作。E-mail：zhangjf@imech.ac.cn。

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

二维 Janbu 法[13, 14]属于严格的方法之一，且已被多种商用程序所采纳。本文的方法即为二维 Janbu 法在三维中的扩展。传统的极限平衡法只给出所研究边坡的一个整体安全系数值，笔者认为该方法还可以进行一些拓展，即还可进一步给出坡体各部分的安全系数以及确定各部分的潜在滑动方向。

2　三维极限平衡分析方法

2.1　离散化的垂直条块上的作用力

离散化过程就是将所涉及的整个边坡离散为垂直的条块，各条块的受力情况如图 1 所示。其中上标 i 和 j 分别表示条块的位置为第 i 行和第 j 列；下标 x，y 和 z 代表相应的坐标方向；下标 xz 和 yz 分别表示平行于 x-z 和 y-z 平面；$W^{i,j}$ 为编号为(i，j)的条块的重量；$P^{i,j}$ 为条块上表面的载荷；$N^{i,j}$ 为底滑面的法向力；$S_{xz}^{i,j}$ 和 $S_{yz}^{i,j}$ 分别为底滑面上的剪力在平行于 x-z 和 y-z 平面上的分量；$E_x^{i,j}$ 和 $E_y^{i,j}$ 分别为条块侧面上的水平推力；$H_x^{i,j}$，$H_y^{i,j}$，$T_x^{i,j}$ 和 $T_y^{i,j}$ 分别为侧面上的垂向和水平方向的剪力；r_u 为孔压系数；$\alpha_{xz}^{i,j}$ 和 $\alpha_{yz}^{i,j}$ 分别为底滑面与 x，y 轴的夹角；Δx，Δy 分别为条块在 x，y 方向的宽度。

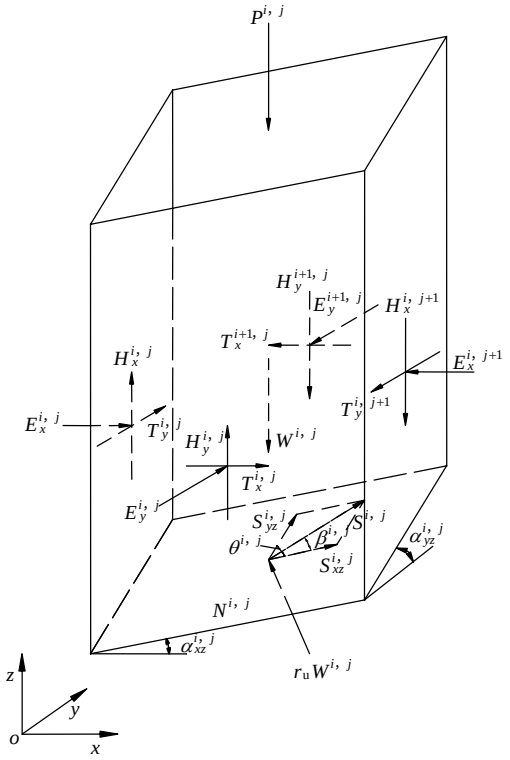

图 1　作用于条块上的力

Fig.1　Schematic diagram of the forces on a column

2.2　基本假定

由于不考虑变形问题，各种极限平衡方法都会引入一些假定以使问题由静不定变为静定可解。文[6]总结了分析过程中方程的个数与未知量的个数，认为对离散成 m 行 n 列的坡体，要使问题静定可解，需要引入 8 $m\times n$ 个假定。但是文[6]只考虑 3 个方向力平衡和 1 个整体力矩平衡，因此该方法的假定个数并不是 8 $m\times n$。表 1 列出了应用本文分析方法时的已知条件和未知数个数。

表 1　已知条件与未知数个数

Table 1　Summary of knowns and unknowns for solving 3D safety factors by the proposed method

条　件	已知条件数目/个
3 个方向力平衡	$3mn$
除垂向外的力矩平衡	$2mn$
底滑面上 Mohr-Coulomb 准则	mn
$F_x^{i,j}$，$F_y^{i,j}$ 定义	$2mn$
各条块 $F_x^{i,j}$ 相等	$mn-1$
各条块 $F_y^{i,j}$ 相等	$mn-1$
左、下边界的水平推力和剪力	$2m+2n$
x 方向和 y 方向边界上水平推力之和已知	2
小计	$10mn+2m+2n$
条　件	**未知变量数目/个**
条块底面上的力：	$3mn$
条块底面上力作用点	$3mn$
最大抗滑力	mn
垂直交界面及边界上的力	$3m(n+1)+3n(m+1)$
垂直交界面及边界上力作用点	$3m(n+1)+3n(m+1)$
$F_x^{i,j}$ 和 $F_y^{i,j}$	$2mn$
小计	$21mn+6m+6n$
需引入假定数目	$11mm+4m+4n$

在此，本文作如下假定：

(1) 条块底滑面由平面拟合，滑面上的力作用点为底滑面的几何中心(共 3 mn)；

(2) 各条块 4 个垂直侧面上的横向剪力为零，即 $T_x^{i,j}$ 和 $T_y^{i,j}$ 为零(共 $m(n+1)+n(m+1)$)；

(3) 所有水平推力的作用点到底滑面的距离(在垂直平面内)为该侧面竖向平均高度的 1/3(共 $3m(n+1)+3n(m+1)$)；

(4) 边界上的力为已知。

以上假设被广泛应用于三维极限平衡分析中并经过讨论或数值验算过的[6, 15]。由假定(2)可知，各条块绕垂直 z 轴的力矩平衡自动得到满足。

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

2.3 三维极限平衡法的基本方程

对每一条块而言，静力平衡方程为

$$S_{xz}^{i,j}\cos\alpha_{xz}^{i,j}+(N^{i,j}+r_{\mathrm{u}}W^{i,j})n_x^{i,j}+E_x^{i,j}-E_x^{i,j+1}=0 \tag{1}$$

$$S_{yz}^{i,j}\cos\alpha_{yz}^{i,j}+(N^{i,j}+r_{\mathrm{u}}W^{i,j})n_y^{i,j}+E_y^{i,j}-E_y^{i+1,j}=0 \tag{2}$$

$$S_{xz}^{i,j}\sin\alpha_{xz}^{i,j}+S_{yz}^{i,j}\sin\alpha_{yz}^{i,j}+(N^{i,j}+r_{\mathrm{u}}W^{i,j})n_z^{i,j}+ H_x^{i,j}-H_x^{i,j+1}+H_y^{i,j}-H_y^{i+1,j}-W^{i,j}-P^{i,j}=0 \tag{3}$$

$$E_y^{i+1,j}\left(h_{\mathrm{u}}^{i,j}+\frac{1}{2}\Delta y\tan\alpha_{yz}^{i,j}\right)-H_y^{i+1,j}\frac{1}{2}\Delta y- E_y^{i,j}\left(h_{\mathrm{b}}^{i,j}-\frac{1}{2}\Delta y\tan\alpha_{yz}^{i,j}\right)-H_y^{i,j}\frac{1}{2}\Delta y=0 \tag{4}$$

$$-E_x^{i,j+1}\left(h_{\mathrm{r}}^{i,j}+\frac{1}{2}\Delta x\tan\alpha_{xz}^{i,j}\right)+H_x^{i,j+1}\frac{1}{2}\Delta x+ E_x^{i,j}\left(h_{\mathrm{l}}^{i,j}-\frac{1}{2}\Delta x\tan\alpha_{xz}^{i,j}\right)+H_x^{i,j}\frac{1}{2}\Delta x=0 \tag{5}$$

式中：$\boldsymbol{n}(n_x^{i,j}$，$n_y^{i,j}$，$n_y^{i,j})$为底滑面的单位法向矢量；$h_{\mathrm{l}}^{i,j}$，$h_{\mathrm{r}}^{i,j}$，$h_{\mathrm{b}}^{i,j}$和$h_{\mathrm{u}}^{i,j}$分别为左、右、前、后 4 个面上推力线离底面的高度。

根据极限平衡理论，底滑面上的抗剪力为

$$S_{\mathrm{f}}^{i,j}=c^{i,j}A^{i,j}+N^{i,j}\tan\varphi^{i,j} \tag{6}$$

式中：$c^{i,j}$，$\varphi^{i,j}$和$A^{i,j}$分别为第(i，j)条块底滑面的粘聚力、摩擦角和面积。

滑体在 x，y 方向的安全系数定义与文[7]中的定义一样，即为

$$\left.\begin{aligned}F_x^{i,j}&=\frac{S_f^{i,j}}{S_{xz}^{i,j}}\\F_y^{i,j}&=\frac{S_f^{i,j}}{S_{yz}^{i,j}}\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

潜在滑体在 x，y 方向的力边界条件为

$$\sum_i\sum_j\Delta E_x^{i,j}=\sum_i E_{\mathrm{r}}^i-\sum_i E_{\mathrm{l}}^i \tag{8}$$

$$\sum_j\sum_i\Delta E_y^{i,j}=\sum_j E_{\mathrm{u}}^j-\sum_j E_{\mathrm{b}}^j \tag{9}$$

式中：E_{r}^i，E_{l}^i分别为第 i 行右、左端边界上的水平推力；E_{u}^j，E_{b}^j分别为第 j 列上、下端边界上的水平推力。

根据以上方程与条件，并令所有条块的$F_x^{i,j}$相等、以及所有的$F_y^{i,j}$相等，可得 x，y 方向安全系数为

$$F_x^{i,j}=\left\{\sum_i\sum_j\left[S_{\mathrm{f}}^{i,j}\left(\frac{n_x^{i,j}}{n_z^{i,j}}\sin\alpha_{xz}^{i,j}-\cos\alpha_{xz}^{i,j}\right)\right]\right\}\Bigg/ \left\{\sum_i E_{\mathrm{l}}^i-\sum_i E_{\mathrm{r}}^i+\sum_i\sum_j\left[\frac{n_x^{i,j}}{n_z^{i,j}}(W^{i,j}+P^{i,j}+\Delta H_x^{i,j})\right]+ \sum_i\sum_j\left[\frac{n_x^{i,j}}{n_z^{i,j}}\left(\Delta H_y^{i,j}-S_{\mathrm{f}}^{i,j}\frac{\sin\alpha_{yz}^{i,j}}{F_y^{i,j}}\right)\right]\right\} \tag{10}$$

$$F_y^{i,j}=\left\{\sum_j\sum_i\left[S_{\mathrm{f}}^{i,j}\left(\frac{n_y^{i,j}}{n_z^{i,j}}\sin\alpha_{yz}^{i,j}-\cos\alpha_{yz}^{i,j}\right)\right]\right\}\Bigg/ \left\{\sum_j E_{\mathrm{b}}^j-\sum_j E_{\mathrm{u}}^j+\sum_j\sum_i\left[\frac{n_y^{i,j}}{n_z^{i,j}}(W^{i,j}+P^{i,j}+\Delta H_x^{i,j})\right]+ \sum_j\sum_i\left[\frac{n_y^{i,j}}{n_z^{i,j}}\left(\Delta H_y^{i,j}-S_{\mathrm{f}}^{i,j}\frac{\sin\alpha_{xz}^{i,j}}{F_x^{i,j}}\right)\right]\right\} \tag{11}$$

方程中的其他未知量也可相应求出。此外，由各条块底滑面上的 2 个剪力$S_{xz}^{i,j}$和$S_{yz}^{i,j}$，可得底滑面上的总剪力$S_{\mathrm{r}}^{i,j}$为

$$S_{\mathrm{r}}^{i,j}=\sqrt{(S_{xz}^{i,j})^2+(S_{yz}^{i,j})^2+2S_{xz}^{i,j}S_{yz}^{i,j}\sin\alpha_{xz}^{i,j}\sin\alpha_{yz}^{i,j}} \tag{12}$$

该条块的独立安全系数为

$$F^{i,j}=\frac{S_{\mathrm{f}}^{i,j}}{S_{\mathrm{r}}^{i,j}} \tag{13}$$

根据底滑面上$S_{xz}^{i,j}$，$S_{yz}^{i,j}$和$S_{\mathrm{r}}^{i,j}$构成的力三角形得到$F_x^{i,j}$，$F_y^{i,j}$和$F^{i,j}$之间的关系[7]，再由正弦定理确定第(i，j)条块的滑动方向($\beta^{i,j}$)为

$$\sin\beta^{i,j}=\frac{F^{i,j}}{F_y^{i,j}}\sin\theta^{i,j} \tag{14}$$

式中：$\theta^{i,j}$为$S_{xz}^{i,j}$与$S_{yz}^{i,j}$之间的夹角(见图 1，由底滑面的几何关系确定)。

与传统的二维、三维分析一样，仍可给出整个坡体的安全系数为

$$F=\frac{\sum_i\sum_j S_{\mathrm{f}}^{i,j}}{\sum_i\sum_j S_{\mathrm{r}}^{i,j}} \tag{15}$$

3　程序设计与几何处理

作为二维 Janbu 条分法的扩展，编程的步骤与二维问题一样，只要在计算过程中将第三维的各参量同时考虑在内即可。各条块的滑动方向是最后计算的，而在文[7]的方法中$\beta^{i,j}$也要参与迭代。

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

3.1 离散化

将整个潜在滑动区域离散为 $m\times n$ 块垂直的条块，也就是说，用 $m\times n$ 的矩阵覆盖坡体，若该矩阵中有滑体的条块，则令该元素为 1，否则令该元素为 0，整个计算过程由该矩阵控制。

由于是二维 Janbu 法的拓展，三维分析也兼有二维分析的优缺点。离散化过程中，条块的宽度不能太小(与条块高度相比)，否则迭代计算时会出现不收敛问题，尤其对包含切角而无上表面外载荷的坡体，文[16]已对二维 Janbu 法的收敛性问题作过讨论。

3.2 几何特性

按照假定(1)，条块的底滑面由平面拟合，该平面与 x，y 轴夹角分别为 $\alpha_{xz}^{i,j}$ 和 $\alpha_{yz}^{i,j}$ (见图 1，2)。拟合原则为：条块 4 个底角点距拟合平面的距离平方和最小(最小二乘法)。由于底滑面总不会是铅垂的，其方程可假设为

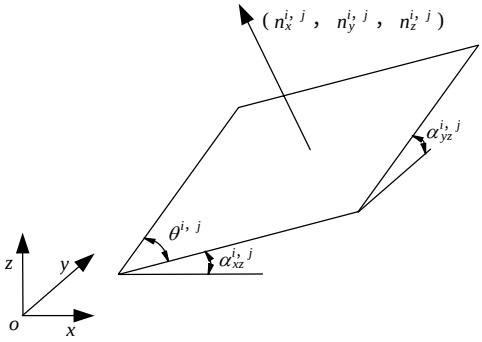

图 2　拟合的底滑面

Fig.2　Sliding surface of a single column

$$A^{i,j}x+B^{i,j}y+z+D^{i,j}=0 \tag{16}$$

式中：方向参数 $A^{i,j}$，$B^{i,j}$ 及常数 $D^{i,j}$ 可由最小二乘法确定；底滑面的单位法向矢量 $\boldsymbol{n}(n_x^{i,j},n_y^{i,j},n_z^{i,j})$ 可表示为

$$n_x^{i,j}=\frac{A^{i,j}}{\sqrt{(A^{i,j})^2+(B^{i,j})^2+1}} \tag{17}$$

$$n_y^{i,j}=\frac{B^{i,j}}{\sqrt{(A^{i,j})^2+(B^{i,j})^2+1}} \tag{18}$$

$$n_z^{i,j}=\frac{1}{\sqrt{(A^{i,j})^2+(B^{i,j})^2+1}} \tag{19}$$

2 个倾角 $\alpha_{xz}^{i,j}$ 和 $\alpha_{yz}^{i,j}$ 通过反正弦函数得

$$\alpha_{xz}^{i,j}=\arcsin\left(\frac{A^{i,j}}{\sqrt{1+(A^{i,j})^2}}\right) \tag{20}$$

$$\alpha_{yz}^{i,j}=\arcsin\left(\frac{B^{i,j}}{\sqrt{1+(B^{i,j})^2}}\right) \tag{21}$$

应当注意的是：当坡体底滑面为反倾时，$\alpha_{xz}^{i,j}$ 和 $\alpha_{yz}^{i,j}$ 为负值，因此 $S_{xz}^{i,j}$ 和 $S_{yz}^{i,j}$ 间的夹角 $\theta^{i,j}$ 为

$$\theta^{i,j}=\arccos[\sin(\alpha_{xz}^{i,j})\sin(\alpha_{yz}^{i,j})] \tag{22}$$

条块的滑动方向由式(14)确定，则滑动方向的单位矢量 $\boldsymbol{v}(v_x^{i,j},\ v_y^{i,j},\ v_z^{i,j})$(见图 3)为

$$v_x^{i,j}=-\frac{\sin(\theta^{i,j}-\beta^{i,j})\cos\alpha_{xz}^{i,j}}{\sin\theta^{i,j}} \tag{23}$$

$$v_y^{i,j}=-\frac{\sin\beta^{i,j}\cos\alpha_{yz}^{i,j}}{\sin\theta^{i,j}} \tag{24}$$

$$v_z^{i,j}=-\frac{\sin(\theta^{i,j}-\beta^{i,j})\sin\alpha_{xz}^{i,j}+\sin\beta^{i,j}\sin\alpha_{yz}^{i,j}}{\sin\theta^{i,j}} \tag{25}$$

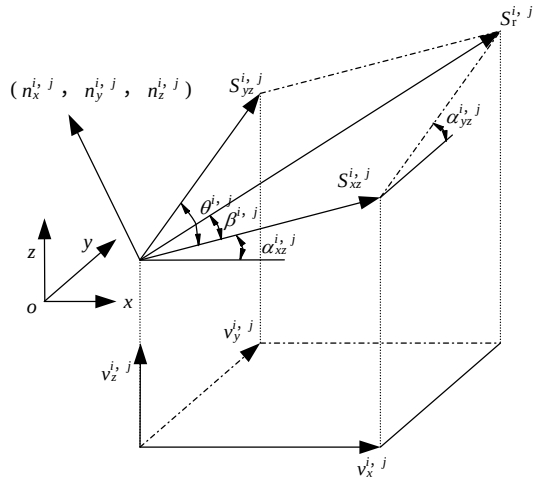

图 3　拟合底滑面的几何特征

Fig.3　Geometric characteristics of sliding surface of a single column

二维 Janbu 法的计算步骤已为大家熟知，三维的步骤与二维的完全一致，只是在整个过程中同时考虑第三维各参量。该方法可以在一些工具软件(如 SPREADSHEET 或 MATHCAD)中透明地实现，包括坡体表面和滑面的几何图形也可方便给出。

4　应用实例

下面以重庆云阳寨坝滑坡为例，运用三维权限平衡法确定坡体各处的稳定系数和潜在滑动方向。云阳寨坝滑坡区内的崩滑堆积物平台前缘发育一次生滑坡，称为“柏杨湾次级滑坡”(如图 4，5)。滑

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

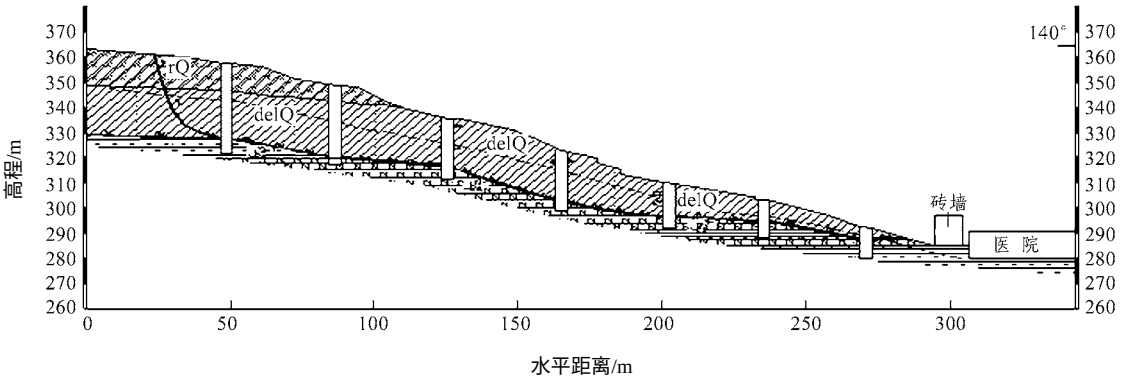

图 4　柏杨湾次级滑坡地质剖面图

Fig.4　Geological section of Boyangwan landslide

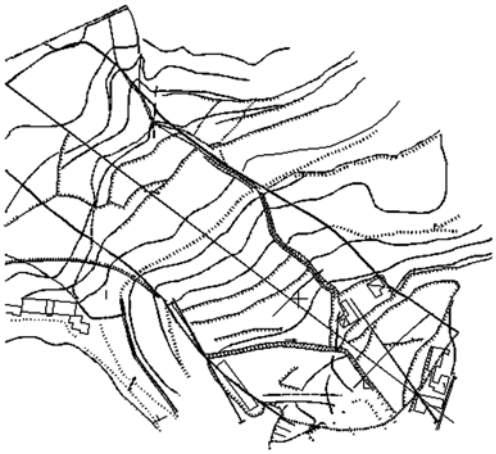

图 5　柏杨湾次级滑坡地质示意图

Fig.5　Geological sketch of Boyangwan landslide in Yunyang county

坡分布高程为 290～355 m，纵向长为 270 m，宽为 85 m，平面呈长条状，分布面积为 2.0×10^4 m^2，体积为 2.8×10^5～3.0×10^5 m^3，由粘土夹碎石、块石、大孤石组成，结构松散。其成因为平台后缘土体边坡解体变形破坏堆积而成，因滑坡发生时的分异作用，前缘多大块石和大孤石，后缘以粉质粘土夹碎石、碎块石为主。

现场大重度试验结果为：天然重度 γ_n = 21.4 kN/m^2，饱和重度 γ_s = 22.5 kN/ m^2。

二维 Janbu 法分析的安全系数为 1.070，而用本文的方法计算得到的滑坡体整体安全系数为 1.074。进一步三维分析得到的各计算单元(条块)的安全系数见表 2，安全系数的等值线见图 6，各部分滑动方向在 *x-y* 平面上的投影与水平方向的夹角见表 3，各部分的滑动方向(顶视)见图 7。

表 2　各条块的安全系数(对应行列号)

Table 2　The safety factors of different columns

编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	–	1.006	1.084	1.099	1.089	–	–	–	–	–
2	0.961	0.941	1.126	1.145	1.130	1.077	–	–	–	–
3	0.991	1.057	1.065	1.089	1.120	1.102	1.083	–	–	–
4	–	1.093	1.160	1.056	1.067	1.113	1.111	1.064	–	–
5	–	–	1.132	1.233	1.082	1.057	1.059	1.086	1.126	–
6	–	–	–	1.053	1.143	1.072	1.054	1.068	1.098	1.142
7	–	–	–	–	1.036	1.101	1.075	1.066	1.067	1.119
8	–	–	–	–	1.068	1.054	1.092	1.074	1.070	1.085
9	–	–	–	–	–	1.068	1.058	1.086	1.084	1.066
10	–	–	–	–	–	–	1.068	1.066	1.079	–

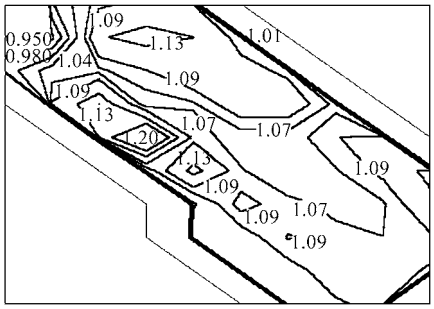

图 6　安全系数等值线

Fig.6　Contours of safety factors

5　结　语

文中给出了一种三维极限平衡分析边坡稳定性的方法，该方法既能给出坡体整体安全系数又可给出各部分的安全系数，同时还可确定坡体各部分的滑动方向。该方法是二维 Janbu 法的扩展，因此数

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

表 3　各条块滑动方向在 *x-y* 平面的投影与水平向夹角(°)

Table 3　Angles between projection of the sliding direction of columns on *x-y* plane(°)

编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	–	124.4	129.4	128.3	125.4	–	–	–	–	–
2	119.7	124.8	131.4	130.4	128.3	124.6	–	–	–	–
3	112.0	121.2	121.7	123.7	127.7	127.1	124.8	–	–	–
4	–	132.3	129.2	120.8	124.7	129.7	130.2	127.7	–	–
5	–	–	126.0	128.5	121.7	122.5	125.8	127.9	129.6	–
6	–	–	–	118.5	122.8	120.2	121.1	123.1	126.7	127.5
7	–	–	–	–	120.1	120.9	120.6	121.3	122.2	122.7
8	–	–	–	–	123.6	120.8	120.8	121.6	121.6	120.3
9	–	–	–	–	–	123.2	120.9	122.8	122.5	120.8
10	–	–	–	–	–	–	122.1	121.7	122.2	–

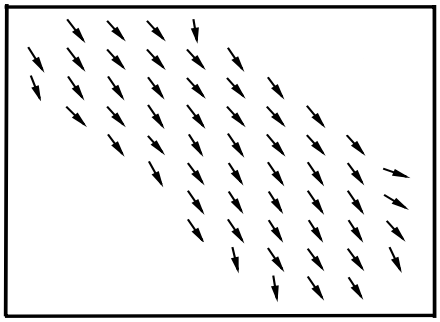

图 7　各条块潜在滑动方向(顶视)

Fig.7　Sliding direction of the columns on *x-y* plane view

值上的实现方法与二维一致，只要同时考虑第三维的各参量即可。但由于三维问题几何边界较为复杂，需设置控制器控制整个计算过程。

由于建立平衡方程的分析过程不同，因此所需的假设数目与三维 Spencer 法不同。

由于假定中引入了横向剪力为零，因此会对坡体潜在滑动方向的计算带来一定误差。建议选取坐标轴时，尽量使得其中一坐标轴与初判的或已知的滑动方向一致。

参考文献(References)：

[1] Hovland H J. Three-dimensional slope stability analysis method[J]. J. of Geotechnical Engineering Division，Proceeding of the American Society of Civil Engineers，1976，103(9)：971 – 986.

[2] Chen R H，Chameau J L. Three-dimensional limit equilibrium analysis of slope[J]. Geotechnique，1982，32(1)：31 – 40.

[3] Leshchinsky D，Baker R，Silver M L. Three-Dimensional analysis of slope stability[J]. Int. J. for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics，1985，(9)：199 – 223.

[4] Hungr O. An extension of bishop′s simplified method of slope stability analysis to three-dimensions[J]. Geotechnique，1987，(37)：113 – 117.

[5] Zhang X. Three-dimensional stability analysis of concave slopes in plane view[J]. J. of Geotechnical Engineering，1988，114(6)：658 – 671.

[6] Lam L，Fredlund D G. A general limit equilibrium model for three-dimensional slope analysis[J]. Canadian Geotechnical Journal，1993，(30)：905 – 919.

[7] Huang C C，Tsai C C. New method for 3D and asymmetrical slope stability analysis[J]. J. of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering，2000，126(10)：917 – 927.

[8] Chen Z，Wang X，Haberfield C，et al. A three-dimensional slope stability analysis method using the upper bound theorem，part Ⅰ：theory and methods[J]. Int. J. of Rock Mechanics and Mining Sciences，2001，(38)：369 – 378.

[9] 陈祖煜，弥宏亮，汪小刚. 边坡稳定三维分析的极限平衡方法[J]. 岩土工程学报，2001，23(5)：525 – 529.(Chen Zuyu，Mi Hongliang，Wang Xiaogang. A three-dimensional limit equilibrium method for slope stability analysis[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering，2001，23(5)：525 – 529.(in Chinese))

[10] 弥宏亮，陈祖煜，张发明等. 边坡稳定三维极限平衡分析方法及工程应用[J]. 岩土力学，2002，23(5)：649 – 653.(Mi Hongliang，Chen Zuyu，Zhang Faming，et al. The 3D limit method for slope stability analysis and applications[J]. Rock and Soil Mechanics，2002，23(5)：649 – 653.(in Chinese))

[11] 冯树仁，丰定祥，葛修润等. 边坡稳定性的三维极限平衡分析方法及应用[J]. 岩土工程学报 ，1999，21(6)：657 – 661.(Feng Shuren，Feng Dingxiang，Ge Xiurun，et al，3D limit equilibrium method for slope stability and its application[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering，1999，21(6)：657 – 661.(in Chinese))

[12] 姜清辉，王笑海，丰定祥等. 三维边坡稳定性极限平衡分析系统软件 SLOPE^{3D} 的设计及应用[J]. 岩石力学与工程学报，2003，22(7)：1 121 – 1 125.(Jiang Qinghui，Wang Xiaohai，Feng Dingxiang，et al. SLOPE^{3D}——a three-dimensional limit equilibrium analysis software for slope stability and its application[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2003，22(7)：1 121 – 1 125.(in Chinese))

[13] Janbu N. Earth pressure and bearing capacity by generalized procedure of slices[A]. In：Proceedings of the 4th Int. Conf. of Soil Mechanics[C]. 1957，(2)：207 – 212.

[14] Janbu N. Slope stability computations[A]. In：Embankment-dam Engineering[C]. New York：John Wiley and Sons，1973. 47 – 86.

[15] Fan K，Fredlund D G，Wilson G W. An interslice force function for limit equilibrium slope stability analysis[J]. Canadian Geotechnical Journal，1986，(23)：287 – 296.

[16] Chowdhury R N，Zhang S. Convergence aspect of limit equilibrium method for slopes[J]. Canadian Geotechnical Journal，1990，(27)：145 – 15.

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net