

纳米晶 Ni 晶间断裂的数值模拟 *

吴波^{1,2)} 魏悦广²⁾ 谭建松¹⁾ 王建平¹⁾

1) 中国北方发动机研究所动力工程中心, 廊坊 065000

2) 中国科学院力学研究所非线性力学国家重点实验室, 北京 100190

摘要 提出了一种针对超细晶和纳米晶金属(主要是 fcc 金属)晶间断裂的微结构计算模型, 即采用基于机制的应变梯度塑性(CMSG)理论描述晶粒内部材料塑性变形过程中的变形、强化和尺度效应; 采用黏聚力界面模型来模拟晶界的滑移和分离现象, 以及晶间裂纹的萌生和演化, 直至晶间断裂导致的材料失效。利用该计算模型模拟了纳米晶 Ni 的拉伸实验过程, 对纳米晶 Ni 宏观力学行为和晶间微裂纹萌生与扩展之间的关系进行了研究, 验证了针对超细晶和纳米晶力学性能的计算模型的有效性; 同时, 模拟结果表明, 非均匀塑性变形导致高应变梯度效应, 晶粒塑性变形强化显著, 使晶界主导的变形机制对纳米晶金属的整体力学性能产生重要影响。

关键词 纳米晶, 晶间断裂, 应变梯度塑性, 有限元模拟

中图法分类号 TG111.91

文献标识码 A

文章编号 0412-1961(2009)09-1077-06

NUMERICAL SIMULATIONS OF THE INTERGRANULAR FRACTURE IN NANOCRYSTALLINE Ni

WU Bo^{1,2)}, WEI Yueguang²⁾, TAN Jiansong¹⁾, WANG Jianping¹⁾

1) Engine Engineering Center, China North Engine Research Institute, Langfang 065000

2) State Key Laboratory of Nonlinear Mechanics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190

Correspondent: WU Bo, Tel: (0316)2202905, E-mail: wubo-cneri@163.com

Supported by National Natural Science Foundation of China (Nos.10432050 and 10721202)

Manuscript received 2009-01-08, in revised form 2009-04-26

ABSTRACT The intergranular fracture characteristics in nanocrystalline and ultra-fine polycrystalline metallic materials present intensive size effect and microstructure geometry effect. The conventional elastic-plastic constitutive theory is unable to describe these effects because it doesn't contain any length parameters to characterize the scale changing. Regarding this, a micro-structured model was proposed for the study on intergranular fracture of nanocrystalline and microcrystalline metals (mainly for the fcc metals). The hardening and size effects of material plastic deformation are described by the computational model based on the conventional theory of mechanism-based strain gradient plasticity (CMSG). A cohesive interface model was used to simulate the processes of grain-boundary sliding and separation, the initiation and propagation of intergranular cracks until the material fracture. The tensile experiment and stress-strain curves of nanocrystalline Ni were simulated by using the present model. Then the relation between macroscopic mechanical behaviors and intergranular crack's initiation and propagation in nanocrystalline Ni was investigated. Through the simulation to the experimental result in literature, the validity of the proposed model calculated nanocrystalline and ultra-fine polycrystalline mechanical properties was confirmed. At the same time, the simulation results show that the high strain gradient effects and severely plastic hardening of grain are induced by inhomogeneous plastic deformation, and the grain boundary induced deformation has a significant influence on the overall mechanical properties of nanocrystalline metals.

KEY WORDS nanocrystalline, intergranular fracture, strain gradient plasticity, finite element simulation

* 国家自然科学基金项目 10432050 和 10721202 资助

收到初稿日期: 2009-01-08, 收到修改稿日期: 2009-04-26

作者简介: 吴波, 男, 1978 年生, 博士生

任何金属材料断裂都是一个过程, 它包括微裂纹的萌生(或原来就存在的)和成长为可扩展裂纹, 裂纹发展到发生断裂的临界尺寸, 裂纹失稳扩张至最后完全断裂。研

究^[1-3]表明, 随着晶粒尺寸的细化, 微、纳米晶金属的变形机制出现了很多不同于粗晶金属的新特征。随着晶粒尺寸的减小, 受到晶粒尺寸和镜像力的限制, 晶粒内部的位错滑移越来越困难, 晶界控制的一些变形模式逐渐起主导作用。因此, 在研究细晶力学行为时, 晶粒间与晶粒内变形模式之间的相互竞争、相互协调对材料整体力学性能的贡献需要重新考量。同时, 随着晶界区原子所占百分比越来越大, 晶间断裂比穿晶断裂更容易。分子动力学模拟结果^[4,5]显示, 无论在晶界处或晶粒内部是否预加初始裂纹, 纳米晶 Ni 中的微裂纹主要在晶界处产生, 材料最终都是出现晶间断裂的破坏模式。

虽然分子动力学模拟在理解和揭示纳米晶塑性变形微观机制方面是一种非常有效的工具, 但是模拟真实实验条件下的试样尺寸、边界条件和应变率情况则远远超出现有分子动力学方法的计算范畴, 计算结果无法与实验结果相比较^[6]。而随着晶粒尺寸的减小, 由于纳米晶金属中晶粒内部缺少传统的应变硬化机制, 相邻晶粒内部必然要通过不均匀的塑性变形来协调。这些不均匀的塑性变形与几何必需位错密切相关, 几何必需位错又是产生塑性应变梯度的主要原因^[7], 因此, 当金属材料晶粒尺度接近或小于其内禀材料长度时, 在晶粒内部(特别是在晶界附近)就会产生较大的应变梯度, 传统的连续介质力学无法解释当材料的微结构特征尺寸为纳米尺度时所表现出的强化和尺度效应。

因此, 为了克服目前原子模拟和传统连续介质力学方法的不足, 本文将采用基于机制的应变梯度塑性(CMSG)理论, 对具有较大晶粒尺度的超细晶和纳米晶金属中晶粒内部的不均匀塑性变形和晶粒尺度效应进行表征。采用黏聚力界面模型来模拟晶粒间的滑移和分离现象, 以及晶间微裂纹的萌生与扩展。对纳米晶 Ni 宏观力学行为和晶间微裂纹萌生与扩展之间的关系进行了研究, 探讨材料内部参数对纳米晶金属晶间断裂的影响。

1 本构关系

1.1 模拟晶粒内部的 CMSG 本构关系

Huang 等^[8]提出了一种基于机制的应变梯度塑性的传统理论。该理论基于 Taylor 位错模型建立, 并从材料塑性应变梯度效应中分离了高阶应力的影响, 是一种低阶应变梯度理论, 不涉及高阶应力和额外的边界条件, 因此保留了经典塑性力学的结构形式。

只包含传统应力、应变分量的 CMSG 理论的本构方程可以表示为^[8]

$$\dot{\sigma}_{ij} = K\dot{\varepsilon}_{kk}\delta_{ij} + 2\mu \left\{ \dot{\varepsilon}'_{ij} - \frac{3\dot{\varepsilon}}{2\sigma_e} \left[\frac{\sigma_e}{\sigma_y \sqrt{f^2(\varepsilon^P) + l\eta^P}} \right]^m \sigma'_{ij} \right\} \quad (1)$$

式中, $\dot{\sigma}_{ij}$ 为应力率; K 为体积弹性模量; $\dot{\varepsilon}_{kk}$ 为体应变速率;

δ_{ij} 为 Kronecker 张量; μ 为剪切模量; $\dot{\varepsilon}'_{ij}$ 为应变率偏量; $\dot{\varepsilon}$ 为等效应变率; $\sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2}\sigma'_{ij}\sigma'_{ij}}$, 为 von Mises 等效应力; σ_y 为材料初始屈服强度; m 为率敏感性指数; σ'_{ij} 为应力偏量; f 是单轴拉伸时塑性应变 ε^P 的无量纲函数, 在幂硬化固体中, f 的形式满足

$$f(\varepsilon^P) = \left(1 + \frac{E\varepsilon^P}{\sigma_y} \right)^N \quad (2)$$

式中, E 为弹性模量, N 为塑性硬化指数 ($0 \leq N < 1$); l 为 CMSG 理论中的内禀材料长度, 表达式为

$$l = M^2 \bar{r} \alpha^2 \left(\frac{\mu}{\sigma_y} \right)^2 b \approx 18\alpha^2 \left(\frac{\mu}{\sigma_y} \right)^2 b \quad (3)$$

式中, M 为 Taylor 因子, 对于无规则取向的 fcc 金属, $M \approx 3.06$; \bar{r} 为反映几何时必需位错分布的 Nye 因子, 对于 fcc 金属, 约为 1.90; α 为与材料结构和特征相关的经验因子, 范围为 0.1—0.5; b 为材料的 Burgers 矢量模(对于 Ni 为 0.3 nm); η^P 为等效塑性应变梯度, 可以通过基于机制的应变梯度塑性的高阶理论(MSG)^[9]中的方法得到

$$\begin{cases} \eta^P = \int \dot{\eta}^P dt \\ \dot{\eta}^P = \sqrt{\frac{1}{4} \dot{\eta}_{ijk}^P \dot{\eta}_{ijk}^P} \\ \dot{\eta}_{ijk}^P = \dot{\varepsilon}_{ik,j}^P + \dot{\varepsilon}_{jk,i}^P - \dot{\varepsilon}_{ij,k}^P \end{cases} \quad (4)$$

其中, $\dot{\eta}^P$ 为等效塑性应变梯度的率形式; $\dot{\eta}_{ijk}^P$ 为塑性应变梯度的率形式; $\dot{\varepsilon}_{ij}^P$ 为塑性应变率。

1.2 模拟晶界的黏聚力本构关系

黏聚力模型(cohesive model)是描述界面两侧物质原子或分子之间的相互作用力的一种简化模型。通过适当地选取参数, 可以反映出界面层的模量、强度、韧度等力学性质。最近几年, 黏聚力模型已经在有限元方法中被广泛地用来研究断裂裂纹的萌生和扩展, 并被进一步推广到研究和模拟多晶体晶界的滑移和分离现象^[10-13]。本文采用类似于 Turon 等^[14]开发的方法描述无初始预加裂纹的晶界变形和晶粒间裂纹的萌生与扩展。它是一种具有法向与剪切方向变形分量(分离力或分离位移分量)联合作用的损伤演化模式的黏聚力本构关系。

黏聚力模型一般是在利用有限元对相关问题进行离散化时, 通过一种满足一定形式的界面分离力—分离位移本构关系(traction-separation constitutive)的特殊界面单元引入到有限元方法中的。这里的界面分离力—分离位移本构关系是对产生新裂纹的复杂微观过程的一种唯象的表示, 界面分离力 T 随其上、下表面的相对位移 δ 而变化, 其分量之间的关系可以通过一个势函数 Φ 给出, 即

$$\left\{ \begin{array}{l} T_n = \frac{\partial \Phi}{\partial \delta_n} \\ T_t = \frac{\partial \Phi}{\partial \delta_t} \\ T_s = \frac{\partial \Phi}{\partial \delta_s} \end{array} \right. \quad (5)$$

式中, 下标 n, t 和 s 分别表示黏聚力界面层的法向和 2 个正交的切向方向。势函数 Φ 则根据界面的不同性质可以选用不同的形式。本文采用的具有线性软化的混合损伤模式下的 traction-separation 关系, 如图 1 所示。图中, T_1 为界面损伤初始的临界分离力, 与其对应的是损伤初始的等效分离位移 δ_m^0 , δ_m^f 为黏聚力单元最终失效时的等效分离位移, G_c 为界面分离的黏结功(或称断裂韧性), 等效分离位移 δ_m 的表达式为

$$\delta_m = \sqrt{\langle (\delta_n)^2 + \delta_s^2 + \delta_t^2 \rangle} \quad (6)$$

式中, $\langle \rangle$ 代表 Macaulay 括号, 表示纯压缩变形并不产生损伤; δ_n , δ_s 和 δ_t 分别表示法线方向和 2 个切线方向的分离位移分量。

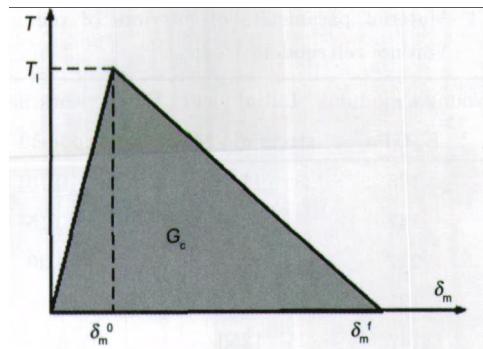


图 1 混合损伤模式下具有线性软化的 traction-separation 关系

Fig.1 Traction-separation relation with linear damage evolution for a mixed loading mode

2 计算模型与材料参数

2.1 Voronoi 元胞模型与边界条件

在真实的纳米晶金属的拉伸实验中, 除了晶粒内部和晶界的材料参数外, 还有很多因素影响材料的晶间断裂。例如, 晶粒几何形状和材料特性的分布对多晶材料整体力学性能也有重要影响。然而, 晶粒的几何拓扑结构和材料参数分布非常复杂, 很难准确定义。考虑到本研究的主要目的是分析晶粒内部材料参数和晶界力学性能对纳米晶金属整体力学性能与晶间断裂的影响, 在建立有限元计算模型时, 采用了周期性假设, 利用 Voronoi tessellation 方法^[15]生成了具有随机晶粒几何形状的 10 晶粒 Voronoi 元胞模型。同时, 为了保证代表性计算构元每一对边界处的晶粒几何形状连续, 并保持每对边界处晶粒材料参数一致, Voronoi 元胞模型示意图及其有限元网格如图 2 所示。

为了保证 Voronoi 元胞模型在变形前后的拓扑结构在相邻的边界处保持连续, 也就是在 2 个相邻的代表性计算构元之间不出现空洞或者重叠, 要求在代表性计算构元每对边界处的变形相同, 应力等大且符号相反。为了保证这一条件, 在建立的代表性计算构元的 y_1y_2 平面内施加周期性位移边界条件, 如图 2a 所示, 其最终的表达形式为^[16]

$$\vec{u}_{12} - \vec{u}_{v_4} = \vec{u}_{11} - \vec{u}_{v_1} \quad (7)$$

$$\vec{u}_{22} - \vec{u}_{v_1} = \vec{u}_{21} - \vec{u}_{v_2} \quad (8)$$

$$\vec{u}_{v_3} - \vec{u}_{v_2} = \vec{u}_{v_4} - \vec{u}_{v_1} \quad (9)$$

式中, \vec{u}_{ij} 是相应边界 Γ_{ij} 上所有材料点的位移矢量; \vec{u}_{vi} 是顶点 v_i 的位移矢量; 其中 Γ_{11} , Γ_{21} , v_1 , v_2 和 v_4 为独立的边界实体, 而 Γ_{22} , Γ_{12} 和 v_3 为非独立的边界实体。本文中施加拉伸荷载, 在顶点 v_1 处, 约束其所有的位移,

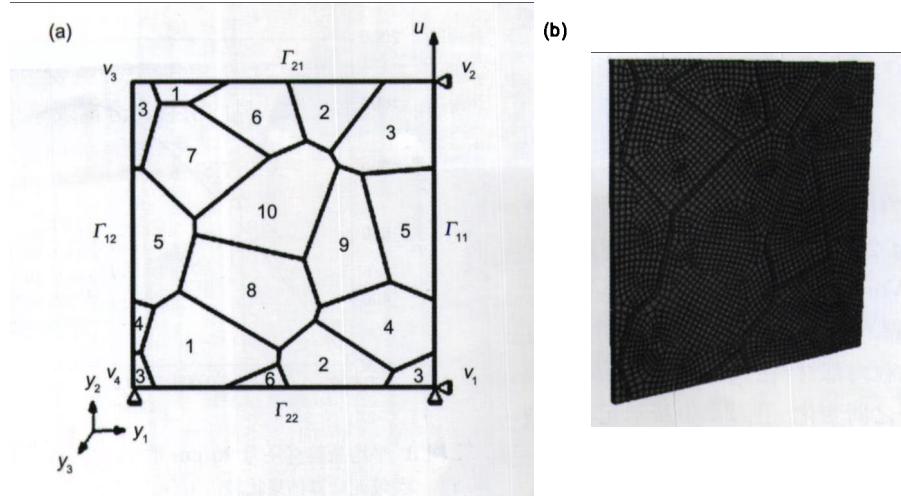


图 2 Voronoi 元胞模型和边界条件示意图及代表性计算构元的有限元网格划分

Fig.2 Schematic drawing of representative calculation model and boundary conditions of Voronoi cell model (a) and finite element meshing of the representative calculation model (b)

$\vec{u}_{v_1}=0$; 在顶点 v_2 处, 在 y_2 方向施加位移 u , 而约束 y_1 方向位移; 在顶点 v_4 处, 只约束 y_2 方向位移, 而在 y_1 方向上可以自由移动; 在顶点 v_3 处不需要预先施加位移约束, 而是通过约束方程(9)与独立的边界联系在一起。同时在 $y_3=0$ 施加对称边界条件, 并通过在 $y_3=t$ 施加均匀的约束条件 \bar{u}_z 保证 $y_3=t$ 平面变形后还保持为平面来考虑三维效应影响, 其中 t 为代表性计算构元厚度。分别采用三维连续体单元 C3D8 和黏聚力单元 Coh3D8 对 Voronoi 元胞模型进行网格划分, 如图 2b 所示。

2.2 材料参数

确定了代表性计算构元的几何形状, 就需要进一步确定晶粒和晶界的材料参数。当多晶金属受到外加载荷的作用时, 由于各个晶粒的弹性各向异性, 会在多晶材料内部出现非常高的非均匀内应力, 特别是在晶界区域。考虑到晶粒内部材料参数的复杂性和难确定性, 本文采用 Iesulauro 等^[17] 提出的简化方法来估计晶粒内部材料参数。即在多晶体中, 各个晶粒内部材料性质随着晶粒的不同而变化, 而每一个晶粒被假设为具有不同弹性模量的各向同性的弹塑性材料。模拟晶界的黏聚力模型的计算参数认为是固定的, 不随晶界形状和位置的不同而改变。

对于 fcc 金属 Ni, 晶粒内部材料在任何方向上的弹性模量可以通过 3 个标准的弹性常数 C_{11} , C_{12} 和 C_{44} 及该材料晶向的方向余弦来确定。本文计算中采用的 Ni 金属的 3 个弹性常数分别为^[17]: $C_{11}=247 \text{ GPa}$, $C_{12}=147 \text{ GPa}$, $C_{44}=125 \text{ GPa}$ 。因此, 在模拟纳米晶 Ni 金属拉伸变形的计算建模过程中, 假设构成代表性计算构元的每一个晶粒内部的材料弹性模量在 3 个弹性常数之间变化。Wei 和 Anand^[18] 认为, 在多晶体材料中存在一个临界晶粒尺度 d_c , 当多晶材料的晶粒直径 $d < d_c$ 时, 晶粒内部以位错或偏位错滑移和塞积主导的塑性变形就变得非常难以进行。Wang 等^[19] 指出, 在金属 Ni 中 d_c 约为 10 nm, 当多晶金属材料的晶粒直径 $d \geq d_c$ 时, 晶粒内部材料的初始屈服强度 σ_y 满足下式:

$$\sigma_y \approx \frac{\mu b}{d} \quad (10)$$

式中, 剪切模量 $\mu = \sqrt{(C_{11} - C_{12})C_{44}/2}$ 。由式(10)计算得到平均晶粒尺寸为 20 nm 的纳米晶 Ni 的屈服强度为 1200 MPa, 考虑 Voronoi 元胞模型中每个晶粒尺度并不完全相同; 不同的晶粒内部材料初始屈服强度允许有 $\pm 50 \text{ MPa}$ 的波动。晶粒内部材料的幂硬化指数 N 则假设在 0.1, 0.15 和 0.2 之间变化。图 2a 中所示元胞模型中晶粒 1 至晶粒 10 的材料参数如表 1 所示。

在模拟晶界的黏聚力模型中, 假定所有晶界的力学性质相同。计算分析中, 假设晶界的损伤初始临界分离力 T_l 与晶粒内部最大的初始屈服强度 σ_y 相同, 而晶界的法向

初始分离刚度 K_C^n 和晶粒内部最大的弹性模量保持一致, 切向初始分离刚度 K_C^s 和 K_C^t 与晶粒内部最大的剪切模量等大。Voronoi 元胞模型中晶界的计算参数为 $T_l=1250 \text{ MPa}$, $K_C^n=247 \text{ GPa}$, $K_C^t=95 \text{ GPa}$, $K_C^s=95 \text{ GPa}$, $\delta_m^f - \delta_m^0=3 \text{ nm}$ 。

3 计算结果与讨论

纳米晶 Ni 真实的断裂失效过程是非常复杂的, 不仅强烈依赖于材料本身的性质和微观结构, 还与材料的受力状态密切相关, 同时表现出很大的随机性和不确定性。其断裂过程也不仅仅表现为晶间断裂模式, 穿晶断裂失效模式也会发生, 但是建立与材料真实微观结构完全一致的计算模型并考虑所有的失效模式在现有的建模和计算技术水平上是不现实的。因此, 在本文的模拟中大大简化了纳米晶 Ni 的失效模式, 认为晶间断裂是其唯一的断裂失效模式。

图 3 给出了有限元计算结果与 Zhu 等^[20] 在 20 °C

表 1 Voronoi 元胞模型各个晶粒内部材料参数
Table 1 Material parameters of interiors of ten grains in Voronoi cell model

Grain	Young's modulus E, GPa	Initial yield stress σ_y, MPa	Plastic work hardening exponent N
1	125	1150	0.10
2	147	1200	0.15
3	247	1250	0.20
4	125	1200	0.10
5	147	1250	0.15
6	247	1150	0.20
7	125	1250	0.10
8	147	1150	0.15
9	247	1200	0.20
10	125	1150	0.10

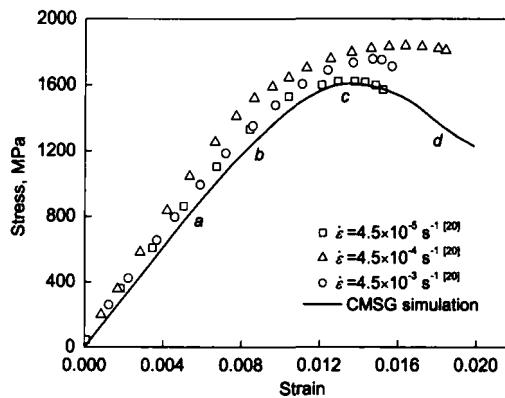


图 3 平均晶粒直径为 20 nm 的纳米晶 Ni 拉伸实验数据与有限元计算结果比较

Fig.3 Comparison of experimental results^[20] and computed result for uniaxial tension of Ni with average grain size of 20 nm

进行的平均晶粒尺度为 20 nm 电解沉积纳米晶 Ni 薄片的单向拉伸实验数据的对比。其中 Zhu 等给出的是同一组纳米晶金属 Ni 在不同应变率下的拉伸实验的应力应变结果, 而有限元模拟是没有考虑应变率效应的准静态拉伸。从图中有限元计算的曲线与实验数据符合的程度可以看出, 数值模拟结果与最小应变率 ($\dot{\epsilon}=4.5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$) 下的拉伸实验符合较好。

图 4a—d 分别给出了对应于图 3 中纳米晶 Ni 宏观应力—应变曲线 *a*, *b*, *c* 和 *d* 点处的代表性计算构元中等效塑性应变分布云图。如图 4a 所示, 在外加拉伸载荷的初始阶段(图 3 中 *a* 点处), 由于多晶金属内部晶粒的晶向与力学性质差异, 每个晶粒的变形在相同的受力方向是各不相同的。虽然从材料宏观应力—应变曲线来看, 曲线上 *a* 点位置的金属整体上还处于弹性状态, 但是个别薄弱的晶粒已经进入了塑性变形状态。从微观的角度来看, 这些首先屈服的晶粒是那些弹性模量较大而初始屈服强度又较小的晶粒, 如晶粒 3, 6 和 9 内已经出现了显著的不可逆塑性变形(晶粒编号参照图 2a 中 Voronoi 元胞模型示意图)。同时晶粒内部等效塑性应变分布很不均匀,

较大的塑性变形主要集中于不同晶粒的相邻区域。

随着外加载荷的持续增加, 材料宏观应力—应变曲线达到图 3 中 *b* 点位置。此时代表性计算构元内部的大部分晶粒都已经进入或开始进入塑性变形阶段, 只有初始屈服强度较高而弹性模量较小的晶粒 7 还完全处于弹性变形阶段, 如图 4b 所示。而且由于应力水平的升高, 晶界的滑移和分离对变形的弛豫变得越来越重要, 原先出现在晶粒 3 和晶粒 9 之间的较高的内应力逐渐向三晶交界处集中。

当纳米晶 Ni 的宏观拉伸应力—应变曲线已经接近其最终拉伸强度时, 即图 3 中 *c* 点位置, 大部分晶界进入损伤演化阶段, 晶界的强度开始逐渐下降。同时, 由于晶粒内部高塑性应变梯度导致的变形强化作用, 使以晶界为主导的变形弛豫变得较以晶粒塑性变形弛豫更加容易。从图 4c 给出的代表性计算构元中等效塑性应变分布可以看出, 由于晶界分离和滑移主导的变形弛豫, 计算模型内部的等效塑性应变分布逐渐趋于均匀。此时在 Voronoi 元胞模型中可以看到一些晶界已有微裂纹出现, 主要集中在弹性模量和硬化指数较大的晶粒 3 和晶粒 9 周边。

当宏观应变达到图 3 中 *d* 点时, 纳米晶 Ni 的宏观断

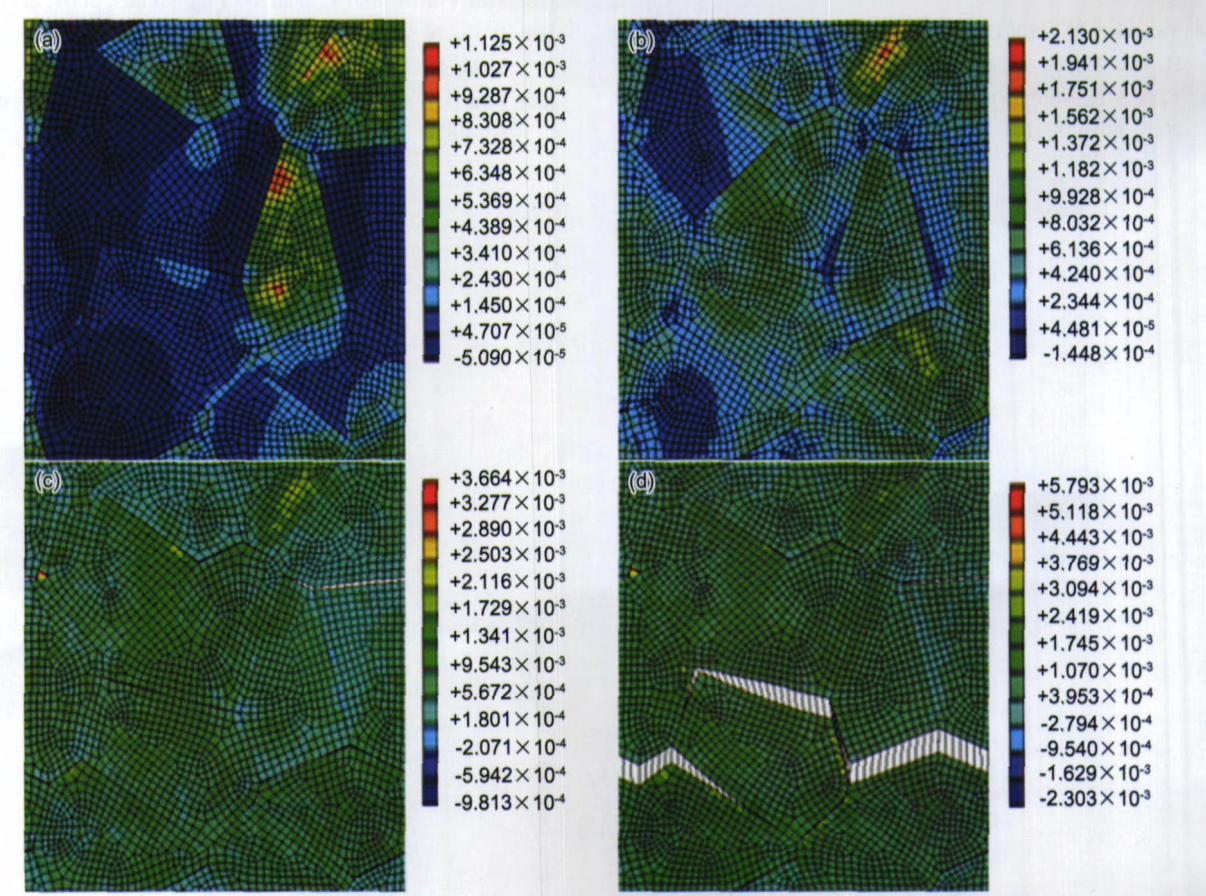


图 4 不同应变水平的代表性计算构元中等效塑性应变分布云图

Fig.4 Distributions of the effective plastic strains in the ten grains of Fig.2 at different stages on the curve of Fig.3

- (a) stage a, elastic stage but plastic deformation appeared in grains 3, 6 and 9
- (b) stage b, plastic deformation started but elastic deformation still existed in grain 7
- (c) stage c, boundary damaged stage, homogeneous strain distribution
- (d) stage d, macro-fracture appeared and intergranular cracks formed

裂失效已经发生, 材料内部真实可见的晶间裂纹也已形成, 如图 4d 所示。在三晶交界处的初始损伤在高应力状态下终于演化为可见的扩展裂纹, 在外加载荷的作用下, 这些可扩展裂纹互相连接, 最后形成了横跨几个或更多晶粒的晶间断裂。

4 结论

(1) 纳米晶金属晶粒内部的非均匀塑性变形导致高应变梯度效应, 晶粒塑性变形强化显著, 使晶界主导的变形机制对材料的宏观力学行为产生重要影响。

(2) 纳米晶 Ni 的晶间微裂纹的萌生和扩展对晶粒几何形状和晶粒材料特性的分布具有很强的依赖性, 晶间裂纹一般会在弹性模量和硬化指数较大的晶粒周边萌生。

(3) 通过有限元计算结果与实验数据的比较, 证实采用的理论模型可以在一定程度上表征纳米晶 Ni 晶间断裂的力学行为。

参考文献

- [1] Schiøtz J, Vegge T, Di T F D, Jacobsen K W. *Phys Rev*, 1999; 60B: 971
- [2] van Swygenhoven H, Caro A, Farkas D. *Scr Mater*, 2001; 44: 1513
- [3] Yamakov V, Wolf D, Phillpot S R, Mukherjee A K, Gleiter H. *Nat Mater*, 2004; 3: 43
- [4] Farkas D, van Swygenhoven H, Derlet P M. *Phys Rev*, 2002; 66B: 060101-1-4
- [5] Cao A, Wei Y. *Phys Rev*, 2007; 76B: 024113
- [6] Schiøtz J, Di T D, Jacobsen K W. *Nature*, 1998; 391: 561
- [7] Fleck N A, Hutchinson J W. *Adv Appl Mech*, 1997; 33: 295
- [8] Huang Y, Qu S, Hwang K C, Li M, Gao H. *Int J Plast*, 2004; 20: 753
- [9] Gao H, Huang Y, Nix W D, Hutchinson J W. *J Mech Phys Solids*, 1999; 47: 1239
- [10] Needleman A. *Int J Fract*, 1990; 40: 21
- [11] Camacho G T, Ortiz M. *Int J Solids Struct*, 1996; 33: 2899
- [12] Chandra N, Li H, Shet C, Ghonem H. *Int J Solids Struct*, 2002; 39: 2827
- [13] Hutchinson J W, Evans A G. *Acta Mater*, 2000; 48: 125
- [14] Turon A, Camanho P P, Costa J, Dávila C G. *An Interface Damage Model for the Simulation of Delamination Under Variable-Mode Ratio in Composite Materials*. NASA Langley Research Center, Hampton, NASA/TM-2004-213277
- [15] Warner D H, Sansoz F, Molinari J F. *Int J Plast*, 2006; 22: 754
- [16] van der Sluis O, Schreurs P J G, Meijer H E H. *Mech Mater*, 2001; 33: 499
- [17] Iesulauro E, Ingraffea A R, Arwade S, Wawrynek P A. *Fatigue Fract Mech*, 2002; 33: 1417
- [18] Wei Y J, Anand L. *J Mech Phys Solids*, 2004; 52: 2587
- [19] Wang N, Wang Z R, Aust K T, Erb U. *Acta Metal Mater*, 1995; 43: 519
- [20] Zhu B, Asaro R J, Krysl P, Bailey R. *Acta Mater*, 2005; 53: 4825