

计算气动弹性若干研究进展

杨国伟 †

中国科学院力学研究所高温气体动力学重点实验室, 北京 100190

摘要 郭永怀和钱学森先生早在 1946 年提出了上临界马赫数的概念, 即对于亚声速的二维无旋流动, 当来流速度达到下临界马赫数时开始出现声速。稍增加来流速度, 光滑无旋的亚、超声速混合流动可以继续存在, 理论上只有当来流速度达到上临界马赫数出现激波后, 光滑无旋流动才被破坏。随后, 航空工程界先驱们为提高阻力发散马赫数, 降低马赫数 1 附近的飞机阻力, 为突破声障, 提出了超临界翼型设计技术, 引进了后掠翼设计概念, 提出了跨声速面积律理论, 导致了 20 世纪军民用航空飞行器的大规模发展。随着计算机技术和计算方法的进步, 不同程度地简化流体控制方程的求解方法得到大发展。基于雷诺平均 Navier-Stokes 方程的计算流体力学已广泛应用于飞机性能评估、复杂流动机理分析。目前, 气动外形优化设计、气动/结构耦合干扰、气动噪声等多学科问题成为空气动力学的研究热点。该文介绍作者的团队近年来在计算气动弹性研究方面的若干进展, 作为对郭永怀先生诞辰 100 周年的怀念。

关键词 计算流体力学, 气动优化设计, 气动/结构干扰, 气动噪声

1 引言

对于固定攻角的二维翼型, 来流马赫数逐渐增加, 当翼型表面最大当地马赫数首次达到 1 时, 对应的来流马赫数定义为下临界马赫数, 小于该马赫数范围内, 翼型的阻力系数随马赫数保持基本不变。1946 年, 郭永怀和钱学森先生合作发表了“可压缩流体二维无旋亚声速和超声速混合型流动和上临界马赫数”一文^[1], 以厚度比为 0.6 的椭圆柱不可压缩流动的解为基础, 研究表明, 在来流马赫数为 0.6 时, 直到当地马赫数为 1.25 时, 还存在无旋的超声速流动, 而当来流马赫数为 0.7, 当当地马赫数为 1.22 时, 无旋流动就破坏了, 发现了上临界马赫数的存在, 即理论上, 直到上临界马赫数, 无旋流动仍然成立, 翼型阻力系数仍基本保持不变。在上下临界马赫数之间, 翼型表面开始出现激波, 来流马赫数进一步增加, 翼型表面激波增强。翼型阻力系数随马赫数而缓慢增加, 当翼面激波强度进一步增强时, 强激波诱导边界层分离, 翼型

阻力系数迅速增加, 直到来流马赫数为 1 时, 翼型阻力系数达到最大值, 随后阻力系数在超声速区域随马赫数增加而下降。航空工程中定义翼型阻力系数迅速增加的起始马赫数为阻力发散马赫数。早在 1936 年, 人们根据 Prandtl-Glauert 公式推测(实际上对跨声速不成立), 声速时翼型阻力系数趋于无穷大, 后来意识到声速时的翼型阻力系数是一个很大的有限值, 但由于当时没有跨声速风洞也没有大功率的航空发动机进行飞行试验, 人们认为穿越声速是一大屏障或是不可能的事, 这就是历史上的所谓“声障”^[2]。

当时, 人们主要采用薄翼型和后掠机翼设计来提高下(上)临界马赫数, 进而提高阻力发散马赫数。20 世纪 50 年代初相继发现了跨声速面积律和超声速面积律理论, 即跨声速时飞机的横截面面积和超声速时飞机沿马赫锥方向的截面积在轴向光滑变化时, 跨、超声速(特别是声速附近)阻力系数峰值将大大降低。跨、超声速面积律已成为现在战斗机设计必须遵循的基本准则。对于

收稿日期: 2009-04-09, 修回日期: 2009-05-25

† E-mail: gwyang@imech.ac.cn

民用客机, 1965 年 NACA 兰利航空实验室的 R. Whitcomb^[3] 通过提高阻力发散马赫数(不考虑临界马赫数如何变化)发展了超临界翼型设计技术, 可以说这一技术改变了世界民用航空机翼设计理念, 波音公司从 757, 767 飞机开始, 空客公司设计的所有飞机(从 320 到 380) 均采用了超临界机翼设计技术。毫无疑问, 我国的大飞机和目前世界上即将进入航空市场的所有跨声速巡航的民用客机均会采用这一设计技术。

从理论研究历史看, 到 20 世纪 60 年代末, 空气动力学家主要利用流体力学各种简化方程分析航空飞行器的流动现象。70 年代, 基于不可压无旋流动线性 Laplace 方程发展的面元法开始应用于飞机设计, 由于其无需生成空间网格, 即使今天, 在航空工程部门广泛应用的 Nastran 商用软件的气动力计算仍然采用面元法。1980 年初, 跨声速小扰动方程开始用于解决跨声速空气动力学问题, 现在, 基于小扰动方程的颤振分析程序在西方仍然被使用。80 年代, 全速势方程加边界层修正成为民用客机设计的主要方法, 即使今天, 其仍然是空客和波音公司民用客机的主要设计方法。80 年代到 90 年代中, 基于 Euler 方程的各种捕捉激波计算格式得到了广泛研究, 并广泛应用于飞机的研制。从计算方法上讲, 除需要加入黏性项和湍流模型外, 求解雷诺平均 Navier-Stokes 方程与 Euler 方程没有实质上的差别, 90 年代也促使了雷诺平均 Navier-Stokes 方程计算方法的成熟。

今天, 对于飞行器气动性能计算和复杂流动分析, 主要追求发展高精度计算方法以提高预测精度; 发展大规模并行计算以提高计算效率; 发展多块结构网格、非结构混合网格、Cartesian 网格生成方法以提高真实复杂外形的网格生成能力。并开始将 CFD 计算作为性能评估工具, 结合先进优化算法, 通过反复迭代优化, 获取最佳气动性能的飞机外形, 改变传统依据飞机设计师经验, “试错”设计飞机的过程。Jameson^[4] 基于他发展的控制理论气动优化设计方法, 对 Boeing747 机翼进行优化设计, 在飞机结构和升力系数不变的约束条件下, 仅改变机翼展向翼型形状, 飞机巡航阻力可以降低 6% 以上。随着气动优化方法的成熟, 自动优化设计必将取代传统的飞机设计方法。

气动性能最佳和结构重量轻量化是飞机设计的永恒追求目标。这就必然涉及到气动弹性分析

和多学科优化问题。结构弹性变形是由气动载荷作用产生的, 结构形状的变化又反过来改变气动载荷, 这就是流/固耦合干扰问题。依据是否考虑惯性力, 气动弹性又分为静气动弹性和动气动弹性(颤振)问题。Nastran 商用软件采用线性面元法计算气动载荷, 仅适合于不可压流动气动弹性分析。我们知道, 大型民用客机和军用飞机均在跨声速区域巡航, 气动载荷呈高度非线性, 发展基于雷诺平均 Navier-Stokes 方程的流/固耦合分析方法, 是目前计算气动弹性研究的热点。这一方面取决于计算流体力学和计算结构动力学及其耦合计算方法的成熟; 另一方面是发展通用性好、计算效率高、适应性强的动网格技术和流体/结构之间的精确数据插值方法。气动弹性分析方法与先进优化方法结合就能用于流/固耦合多学科、多目标优化设计。自动流/固耦合优化设计的应用将改变目前飞机设计的整个流程, 必将大大提高飞机综合设计性能。本文主要介绍近年来我们在计算气动弹性分析方法的研究进展和流/固耦合多学科优化研究方面的尝试, 以纪念郭永怀先生诞辰 100 周年。

2 气动弹性控制方程

忽略结构阻尼, 分析气动弹性特性的结构运动方程为

$$[M]\{\ddot{q}(t)\} + [K]\{q(t)\} = \{F(t)\} \quad (1)$$

其中 $[M]$, $[K]$ 分别为与流动无关的结构质量、刚度矩阵。 $\{q(t)\}$ 为待求的结构变形位移矢量, $\{F(t)\}$ 是作用在结构上的气动力矢量, 正是该项将结构与气动联系起来, 因此, 气动弹性分析是求解结构、气动耦合的动力学系统。

对于静气动弹性, 结构变形与时间无关, 方程(1) 变为

$$\{q\} = [K]^{-1}\{F\} = [C]\{F\} \quad (2)$$

$[C]$ 为结构柔度矩阵。可以看出, 静气动弹性分析取决于结构刚度分布的准确性和定常气动载荷计算的精度。在飞机工程设计中, 常忽略弹性结构变形对气动载荷的影响, 方程(2) 只需求解一次。如果考虑结构弹性变形对气动载荷的影响, 方程(2) 需要反复调用气动力程序计算气动载荷, 直至得到稳定平衡解。这种静气动弹性分析方法称为柔度法。

对于颤振分析,一般不直接求解结构运动方程,而是求解质量归一化的广义结构运动方程

$$\left. \begin{aligned} \ddot{d}_i(t) + \omega_i^2 d_i(t) &= f_i(t), \quad i = 1, \dots, N \\ q(x, y, z, t) &= \sum_{i=1}^N d_i(t) \{\varphi_i(x, y, z)\}, \\ f_i(t) &= \sum_{i=1}^N F(x, y, z, t) \{\varphi_i(x, y, z)\} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

其中 $\omega_i, \{\varphi_i(x, y, z)\}$ 表示第 i 阶结构模态频率和振型, $f_i(t)$ 为广义气动力。颤振分析依赖于结构质量、刚度分布和非定常气动载荷的建模和精确预测。

广义结构运动方程(3)也可用于静气动弹性分析,该方程的收敛解即为静气动弹性平衡解。静气动弹性分析与时间无关,为提高计算效率,常采取在式(3)中加入大的人工结构阻尼项以提高收敛速度。加入人工阻尼的广义结构运动方程为

$$\ddot{d}_i(t) + 2\xi_i \omega_i \dot{d}_i(t) + \omega_i^2 d_i(t) = f_i(t) \quad (4)$$

通常,令 $S = \{d(t), \dot{d}(t)\}$,将结构运动方程转化为一阶方程组的形式求解

$$\frac{dS}{dt} + \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ \omega_i^2 & 2\xi_i \omega_i \end{bmatrix} S = \begin{bmatrix} 0 \\ f_i(t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

因此,气动弹性控制方程由结构动力学和流体力学方程耦合组成,即

$$\left. \begin{aligned} \frac{dS}{dt} + \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ \omega_i^2 & 2\xi_i \omega_i \end{bmatrix} S &= \begin{bmatrix} 0 \\ f_i(t) \end{bmatrix} \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(E - E_v)}{\partial x} + \frac{\partial(F - F_v)}{\partial y} + \frac{\partial(G - G_v)}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

第 2 个方程为 Navier-Stokes 流体控制方程,该气动弹性分析方法称为模态法。

3 气动弹性时间离散方法

耦合求解结构动力学方程与流体力学控制方程,分为直接求解方法、紧耦合方法和松耦合方法 3 类。由于结构/流体力学控制方程具有完全不同的物理特性和数学性质,直接求解方法仍很困难。松耦合方法将流体和结构计算分别看成独立模块,只

在流体/结构界面上进行数据交换,好处是可以直接利用现有成熟的流体/结构软件,缺点是流体与结构控制方程无论采用多高精度的时间离散方法,整体时间精度只有一阶。MpCCI 商用软件就是基于这种理念开发的多物理场耦合工具,流体和结构计算由各领域的专用软件完成,MpCCI 提供各软件耦合求解的数据交换和处理界面。

紧耦合方法,将结构运动方程和流体控制方程的时间项分别用二阶后差格式离散,引入内迭代技术,在内迭代过程中交叉求解结构和流体方程,内迭代收敛时,流/固耦合整体时间精度达到二阶 [5]。

为提高计算效率,内迭代采用隐式时间离散,从而可以取大时间步以加快内迭代的收敛速度。引入内迭代后的隐式推进流/固耦合方程为

$$\begin{aligned} \frac{dS^m}{d\tau} + \frac{3S^{m+1} - 4S^n + S^{n-1}}{2\Delta t} + \\ \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ \omega_i^2 & 2\xi_i \omega_i \end{bmatrix} S^{m+1} &= \begin{bmatrix} 0 \\ f_i^m(t) \end{bmatrix} \\ \frac{\partial Q^m}{\partial \tau} + \frac{3Q^{m+1} - 4Q^n + Q^{n-1}}{2\Delta t} + \\ \frac{\partial E^{m+1}}{\partial x} + \frac{\partial F^{m+1}}{\partial y} + \frac{\partial G^{m+1}}{\partial z} &= RHS_v^m \end{aligned} \quad (7)$$

其中 τ, m 为新引入的内迭代时间和迭代步。对每一实时时间步,取 $m = 1, S^{(1)} = S^{(n)}, Q^{(1)} = Q^{(n)}$ 开始计算,内迭代收敛后令 $S^{(n+1)} = S^{(m)}, Q^{(n+1)} = Q^{(m)}$,即得到 $n+1$ 时间步的非定常流场。

对方程(7)中的结构运动方程,可以直接推导出含内迭代的隐式时间推进格式如下

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\Delta\tau} + \frac{3}{2\Delta t} & -1 \\ \omega_i^2 & \frac{1}{\Delta\tau} + \frac{3}{2\Delta t} + 2\xi_i \omega_i \end{bmatrix} \Delta S^m = \\ -\frac{3S^m - 4S^n + S^{n-1}}{2\Delta t} + \\ \begin{bmatrix} 0 \\ f_i^m(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ \omega_i^2 & 2\xi_i \omega_i \end{bmatrix} S^m \quad (8)$$

对方程(7)中的流体控制方程,利用 Steger-Warming 近似分解, $E = E^+ + E^-$, $A = A^+ + A^-$,推导出含内迭代的隐式时间推进格式

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{V_{i,j,k}}{\Delta\tau} + \frac{3V_{i,j,k}}{2\Delta t} \right) \Delta Q_{i,j,k}^m + \left\{ \left(A_{i+1/2,j,k}^+ S_{i+1/2,j,k} \Delta Q_{i,j,k}^m - A_{i-1/2,j,k}^+ S_{i-1/2,j,k} \Delta Q_{i-1,j,k}^m \right) + \right. \\
 & \left(A_{i+1/2,j,k}^- S_{i+1/2,j,k} \Delta Q_{i+1,j,k}^m - A_{i-1/2,j,k}^- S_{i-1/2,j,k} \Delta Q_{i,j,k}^m \right) + \\
 & \left(B_{i,j+1/2,k}^+ S_{i,j+1/2,k} \Delta Q_{i,j,k}^m - B_{i,j-1/2,k}^+ S_{i,j-1/2,k} \Delta Q_{i,j-1,k}^m \right) + \\
 & \left(B_{i,j+1/2,k}^- S_{i,j+1/2,k} \Delta Q_{i,j+1,k}^m - B_{i,j-1/2,k}^- S_{i,j-1/2,k} \Delta Q_{i,j,k}^m \right) + \\
 & \left(C_{i,j,k+1/2}^+ S_{i,j,k+1/2} \Delta Q_{i,j,k}^m - C_{i,j,k-1/2}^+ S_{i,j,k-1/2} \Delta Q_{i,j,k-1}^m \right) + \\
 & \left. \left(C_{i,j,k+1/2}^- S_{i,j,k+1/2} \Delta Q_{i,j,k+1}^m - C_{i,j,k-1/2}^- S_{i,j,k-1/2} \Delta Q_{i,j,k}^m \right) \right\} = RHS_{i,j,k}^m
 \end{aligned} \tag{9}$$

方程 (9) 可以采用广泛使用的隐式 LU-SGS 时间推进迭代求解, 即

$$\left. \begin{aligned}
 LD^{-1}U\Delta Q_{i,j,k}^m &= \Delta t RHS_{i,j,k}^m \\
 L &= \bar{\rho}I + \frac{2\Delta t}{3V_{i,j,k}} \left(A_{i-1/2,j,k}^+ S_{i-1/2,j,k} + B_{i,j-1/2,k}^+ S_{i,j-1/2,k} + C_{i,j,k-1/2}^+ S_{i,j,k-1/2} \right) \\
 D &= \bar{\rho}I \\
 U &= \bar{\rho}I - \frac{2\Delta t}{3V_{i,j,k}} \left(A_{i+1/2,j,k}^- S_{i+1/2,j,k} + B_{i,j+1/2,k}^- S_{i,j+1/2,k} + C_{i,j,k+1/2}^- S_{i,j,k+1/2} \right)
 \end{aligned} \right\} \tag{10}$$

对于区域分解大规模并行计算, 隐式时间推进方法在每个子区域内独立完成, LU-SGS 时间推进方法在内边界上只能做近似处理。为了区域分解前后的隐式时间推进方法具有很好的一致性, 将式 (9) 改进为适合大规模并行计算的点松

弛时间推进格式 (LU-DP)。首先, 采用预处理获得 $\Delta Q_{i,j,k}^0$

$$\Delta Q_{i,j,k}^{(0)} = D^{-1} \Delta t R_{i,j,k}^m \tag{11}$$

然后, k_{\max} 步内迭代用于确定 $\Delta Q_{i,j,k}^{m+1}$

$$\begin{aligned}
 \Delta Q_{i,j,k}^{(k)} &= D^{-1} \left\{ \Delta t R_{i,j,k}^m + \frac{2\Delta t}{3V_{i,j,k}} \left(A_{i-1/2,j,k}^+ S_{i-1/2,j,k} \Delta Q_{i-1,j,k}^{(k-1)} - \right. \right. \\
 &\quad A_{i+1/2,j,k}^- S_{i+1/2,j,k} \Delta Q_{i+1,j,k}^{(k-1)} + B_{i,j-1/2,k}^+ S_{i,j-1/2,k} \Delta Q_{i,j-1,k}^{(k-1)} - \\
 &\quad B_{i,j+1/2,k}^- S_{i,j+1/2,k} \Delta Q_{i,j+1,k}^{(k-1)} + C_{i,j,k-1/2}^+ S_{i,j,k-1/2} \Delta Q_{i,j,k-1}^{(k-1)} - \\
 &\quad \left. \left. C_{i,j,k+1/2}^- S_{i,j,k+1/2} \Delta Q_{i,j,k+1}^{(k-1)} \right) \right\}
 \end{aligned} \tag{12}$$

$$\Delta Q_{i,j,k}^{(m+1)} = \Delta Q_{i,j,k}^{k_{\max}} \tag{13}$$

LU-DP 方法适合于大规模分区并行计算, 且没有引入任何高阶误差, 能保证残差单调收敛, 但计算效率比 LU-SGS 略低。

格上, 反过来, 结构变形量需从有限元网格插值到 CFD 面网格上。无论是将气动力传递到结构模型, 还是将结构位移转换为流场边界位移, 都需要进行数据转换。我们采用二维无限平板样条 (IPS) 方法或三维径向基函数 (RBF) 方法插值结构变形, 气动载荷数据传递基于虚功原理完成 [6]。

4 流体/结构数据插值技术

求解气动弹性问题, 气动载荷计算在 CFD 网格上完成, 结构变形基于有限元网格计算。这就需要将 CFD 计算的气动载荷插值到有限元结构网

4.1 虚功原理

气动网格和结构网格之间位移和载荷的数据交换必须遵照一定的准则, 否则会引起能量泄露, 造成误差, 设 δf_s , δf_f 分别为结构和气动网格点上的气动力, δu_s , δu_f 分别为结构和气动网格点位

移, 根据虚位移原理

$$\delta W = \delta \mathbf{u}_s^T \cdot \delta \mathbf{f}_s = \delta \mathbf{u}_f^T \cdot \delta \mathbf{f}_f \quad (14)$$

假设气动网格点位移与结构网格点位移之间的插值矩阵为 \mathbf{H} , 则

$$\delta \mathbf{u}_f = \mathbf{H} \cdot \delta \mathbf{u}_s \quad (15)$$

得到

$$\mathbf{f}_s = \mathbf{H}^T \cdot \delta \mathbf{f}_f \quad (16)$$

即, 结构网格至气动网格的位移插值矩阵和气动载荷至结构载荷插值矩阵互为转置.

4.2 二维无限平板样条插值方法 (IPS)

二维无限平板样条插值方法的基本原理是根据已知结构点坐标 (x_i, y_i) 和其对应的结构位移 u_i

拟合为已知的函数. 该函数满足平板静态平衡方程 $Du_i^4 = q$, D 为平板弹性系数, q 为平板载荷分布, 该方程的解析解为

$$u(x, y) = a_0 + a_1 x + a_2 y + \sum_{i=1}^N F_i r_i^2 \ln r_i^2 \quad (17)$$

其中 $r_i^2 = (x - x_i)^2 + (y - y_i)^2$.

已知 N 个数据点可以构造 N 个方程, 需附加力和动量平衡 3 个方程

$$\sum_{i=1}^N F_i = 0, \sum_{i=1}^N x_i F_i = 0, \sum_{i=1}^N y_i F_i = 0 \quad (18)$$

即可确定位移转换矩阵 $\mathbf{H} = \mathbf{A}_{fs} \mathbf{C}_{ss}^T$, 其中

$$\mathbf{C}_{ss} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & x_{s1} & \cdots & x_{sn_s} \\ 0 & 0 & 0 & y_{s1} & \cdots & y_{sn_s} \\ 1 & x_{s1} & y_{s1} & r_{12}^2 \ln r_{12}^2 & \cdots & r_{1n_s}^2 \ln r_{1n_s}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{sn_s} & y_{sn_s} & r_{1n_s}^2 \ln r_{1n_s}^2 & \cdots & r_{n_sn_s}^2 \ln r_{n_sn_s}^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{fs} = \begin{bmatrix} 1 & x_{f1} & y_{f1} & r_{f1s1}^2 \ln r_{f1s1}^2 & \cdots & r_{f1sn_s}^2 \ln r_{f1sn_s}^2 \\ 1 & x_{f2} & y_{f2} & r_{f2s1}^2 \ln r_{f2s1}^2 & \cdots & r_{f2sn_s}^2 \ln r_{f2sn_s}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{fn_f} & y_{fn_f} & r_{fn_fs1}^2 \ln r_{fn_fs1}^2 & \cdots & r_{fn_fn_s}^2 \ln r_{fn_fn_s}^2 \end{bmatrix}$$

该方法为二维插值方法, 只能处理单一方向的位移插值, 可以用于近似为平板的飞行器外形的气动弹性计算.

4.3 三维径向基函数方法 (RBF)

径向基函数插值方法可以视为二维平板样条插值方法 IPS 的三维扩充^[7], 最早由 Hounjet 等^[8]提出, 后经 Wendland^[9]改进. 其插值公式为

$$\begin{aligned} u(\mathbf{x}) &= a_0 + a_1 x + a_2 y + \\ &a_3 z + \sum_{i=1}^N F_i \varphi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|), \\ \|\mathbf{x}\| &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \end{aligned} \quad (19)$$

径向基函数选取较自由, 可以取为

$$\begin{aligned} \varphi(\|\mathbf{x}\|) &= \|\mathbf{x}\|, \\ &(1 - \|\mathbf{x}\|)^2, \\ &(1 - \|\mathbf{x}\|)^4(4\|\mathbf{x}\| + 1) \end{aligned}$$

等各种形式, 再附加力和力矩平衡方程

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N F_i &= 0, \sum_{i=1}^N x_i F_i = 0, \\ \sum_{i=1}^N y_i F_i &= 0, \sum_{i=1}^N z_i F_i = 0 \end{aligned}$$

确定转换矩阵 $\mathbf{H} = \mathbf{A}_{fs} \mathbf{C}_{ss}^T$, 其中

$$\mathbf{C}_{ss} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_{s_1} & \cdots & x_{sn_s} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & y_{s_1} & \cdots & y_{sn_s} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & z_{s_1} & \cdots & z_{sn_s} \\ 1 & x_{s_1} & y_{s_1} & z_{s_1} & \varphi_{s_1 s_1} & \cdots & \varphi_{s_1 s_{n_s}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{s_{n_s}} & y_{s_{n_s}} & z_{s_{n_s}} & \varphi_{s_1 s_{n_s}} & \cdots & \varphi_{s_{n_s} s_{n_s}} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{fs} = \begin{bmatrix} 1 & x_{f_1} & y_{f_1} & z_{f_1} & \varphi_{f_1 s_1} & \cdots & \varphi_{f_1 s_{n_s}} \\ 1 & x_{f_2} & y_{f_2} & z_{f_2} & \varphi_{f_2 s_1} & \cdots & \varphi_{f_2 s_{n_s}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{f_{n_f}} & y_{f_{n_f}} & z_{f_{n_f}} & \varphi_{f_{n_f} s_1} & \cdots & \varphi_{f_{n_f} s_{n_s}} \end{bmatrix}$$

该方法属于三维空间插值方法, 但需要准确给出飞行器表面的三维坐标值及其对应的结构振型, 适合于任意复杂形状飞行器气动弹性计算。

无论是二维和三维插值方法, 仅对结构连续变形适用, 对于含多个不连续面变形的飞行器外形(如操纵面区域), 须采用分区插值处理。

5 动网格技术

计算气动弹性是指基于 CFD 与 CSD 耦合分析飞行器的流体/结构耦合问题, CSD 用于获得物面结构弹性变形, CFD 用于获得作用在飞行器表面的气动载荷, 因此在物面变形过程中, 需根据外形变化生成新的 CFD 计算网格。一种方法是根据新的气动变形外形, 重新生成计算网格, 但我们知道, 对复杂外形, 生成一套质量好的网格, 至少需

要数天或数周时间, 每一计算时间步生成新网格, 无法满足气动弹性分析的需要; 另一种方法是充分利用前一时间步的已有网格和该时间步的结构变形量的信息, 通过某一方法, 得到 CFD 空间网格的位移变化信息, 再将变形量加到前一时间步的网格点上产生新的 CFD 计算网格, 即动网格方法。气动弹性结构变形属渐变过程, 因此动网格技术是气动弹性计算获取新网格的主要(或唯一)方法。下面介绍我们使用的 3 种动网格技术。

5.1 TFI 代数插值动网格方法

其基本思路为将远场网格固定, 即远场网格变形量设置为 0, 物面网格变形量由结构运动方程确定, 为已知量, 内场网格任一点 (i, j, k) 的 3 个方向的变形量 $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ 通过代数无限插值(TFI)得到, 以 x 方向为例

$$\Delta x_{i,j,k} = P_\xi(x) + P_\eta(x) + P_\zeta(x) - P_{\xi,\eta}(x) - P_{\eta,\zeta}(x) - P_{\xi,\zeta}(x) + P_{\xi,\eta,\zeta}(x) \quad (20)$$

其中

$$\begin{aligned} P_\xi(x) &= (1 - \xi) \cdot \Delta x_{1,j,k} + \xi \cdot \Delta x_{i \max, j, k} \\ P_{\xi,\eta}(x) &= (1 - \xi) \cdot (1 - \eta) \cdot \Delta x_{1,1,k} + \xi \cdot (1 - \eta) \cdot \Delta x_{i \max, 1, k} + \\ &\quad (1 - \xi) \cdot \eta \cdot \Delta x_{1,j \max, k} + \xi \cdot \eta \cdot \Delta x_{i \max, j \max, k} \\ P_{\xi,\eta,\zeta}(x) &= (1 - \xi) \cdot (1 - \eta) \cdot (1 - \zeta) \cdot \Delta x_{1,1,1} + (1 - \xi) \cdot \eta \cdot (1 - \zeta) \cdot \Delta x_{1,j \max, k} + \\ &\quad (1 - \xi) \cdot (1 - \eta) \cdot \zeta \cdot \Delta x_{1,1,k \max} + (1 - \xi) \cdot \eta \cdot \zeta \cdot \Delta x_{i \max, k \max} + \\ &\quad \xi \cdot (1 - \eta) \cdot (1 - \zeta) \cdot \Delta x_{i \max, 1, 1} + \xi \cdot \eta \cdot (1 - \zeta) \cdot \Delta x_{i \max, j \max, k} + \\ &\quad \xi \cdot (1 - \eta) \cdot \zeta \cdot \Delta x_{i \max, 1, k \max} + \xi \cdot \eta \cdot \zeta \cdot \Delta x_{i \max, j \max, k \max} \end{aligned}$$

$(\xi, \eta, \varsigma) \in (0, 1)$ 为 (x, y, z) 所在对应块的归一化坐标. $\Delta x_{i,j,k}$ 仅与对应网格块的 6 个角点、12 条棱、6 个面的网格变形量相关, 可以用一维、二维 TFI 插值得到. 一旦空间网格点的变形量已知, 在上一时间步的网格上叠加对应点的变形量, 即可获得新的网格.

该方法属代数插值方法, 计算效率高, 但仅适合于多块结构网格, 且结构为中小变形.

5.2 弹簧网络平衡动网格方法

弹簧法网格变形的核心思想是假设网格的每一个节点都为质点, 每条边视为与边长的倒数指数组成正比的弹簧, 这样可以保证在变形过程中, 该边的两个节点不能无限靠近; 并假设该边与对应面之间存在扭转弹簧, 扭转弹簧系数是边与对应面夹角正弦偶次幂的倒数, 这样可以保证在变形过程中该边不能穿越对应面. 则在边界处的网格受到外力作用或者发生一定的位移变化时, 所作用外力或网格的位移量随着计算域的弹簧网络在整个网格域内传递, 以保证计算域内网格的有效性.

如图 1, 假设非结构网格 i 节点的原始坐标为 (x_i, y_i, z_i) , 坐标变化量为 $(\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i)$, 它共有 N 个相邻节点, 相邻节点 j 的原始坐标位置为 (x_j, y_j, z_j) , 坐标变化量为 $(\Delta x_j, \Delta y_j, \Delta z_j)$. 则可建立节点 i 的弹簧受力平衡方程为

$$\begin{aligned} F^{ijk} &= F_{\text{linear}}^{ijk} + F_{\text{torsion}}^{ijk} = \\ [K_{\text{linear}}^{ijk}]q^{ijk} + [R^{ijk}C^{ijk}R^{ijkT}]q^{ijk} &= 0 \quad (21) \end{aligned}$$

其中 $F_{\text{linear}}^{ijk}, F_{\text{torsion}}^{ijk}$ 分别为由于节点 i 的位移变化

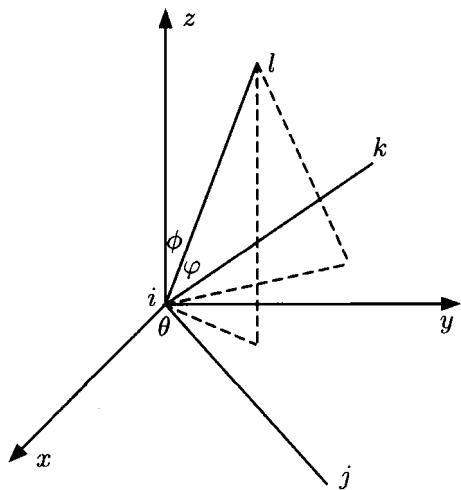


图 1 扭转弹簧模型三维结构示意图

引起的线弹簧和扭转弹簧作用力, q^{ijk} 为非结构四面体网格 4 个顶点在 3 个坐标方向的变形量, $[K_{\text{linear}}^{ijk}], [C_{\text{torsion}}^{ijk}]$ 为线弹簧系数和扭转弹簧系数矩阵, $[R^{ijk}]$ 为扭转角变形量到节点坐标变形量转换矩阵.

弹簧平衡方程可以使用简便的高斯 - 赛德尔迭代方法迭代求解, 但网格的变形需要迭代 1000~3000 步才能收敛到给定精度, 计算效率低. 改用先进的非对称矩阵双共轭梯度 Bi-CGSTAB^[8] 迭代求解, 收敛速度快, 计算稳定, 只需 10~30 步即能满足收敛条件, 计算效率提高约 20~50 倍.

图 2 给出 M6 机翼的非结构原始网格, 分别用线性弹簧模型和线弹簧 + 扭转弹簧模型动网格方法模拟 M6 绕 $x = 0, y = 0$ 的轴匀速转动时网格变形情况. 使用线性弹簧模型, 当转角达到 48.2° 时出现负体积, 而采用线弹簧 + 扭转弹簧模型, 转角可以达到 90° 仍然保证很好的网格质量, 当转动到 112.4° 时计算才出现负体积现象. 图 3 显示了当转角都分别达到 $10^\circ, 25^\circ$ 和 40° 时对称面的网格质量对比图, 从图中可以明显地看出, 用线性弹簧模型得到的网格畸形比较严重, 特别是离转轴比较近的根部前缘区域; 而用线弹簧 + 扭转弹簧模型得到的网格基本上保持了近似正三角形性质.

图 4 则给出了在不同转角位置时, 最差的网格质量参数对比曲线, 该值为真实体积比上同样棱长情况下正四面体体积, 值越大则越接近于正三角形, 曲线由每一步的所有网格中的最小值描述, 从图中可以看出两种方法得到的结果差距比较明显. 很好说明了线弹簧 + 扭转弹簧模型动网格方法具有明显的优势.

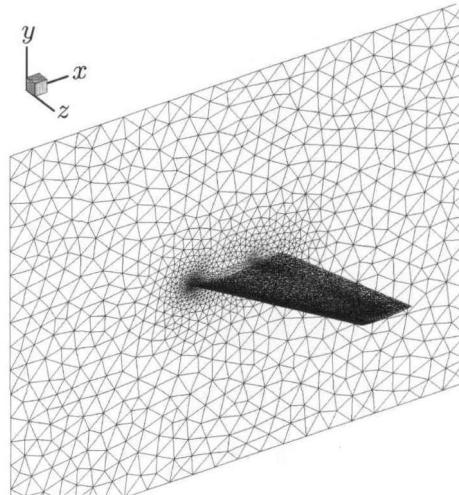


图 2 M6 机翼非结构网格示意图

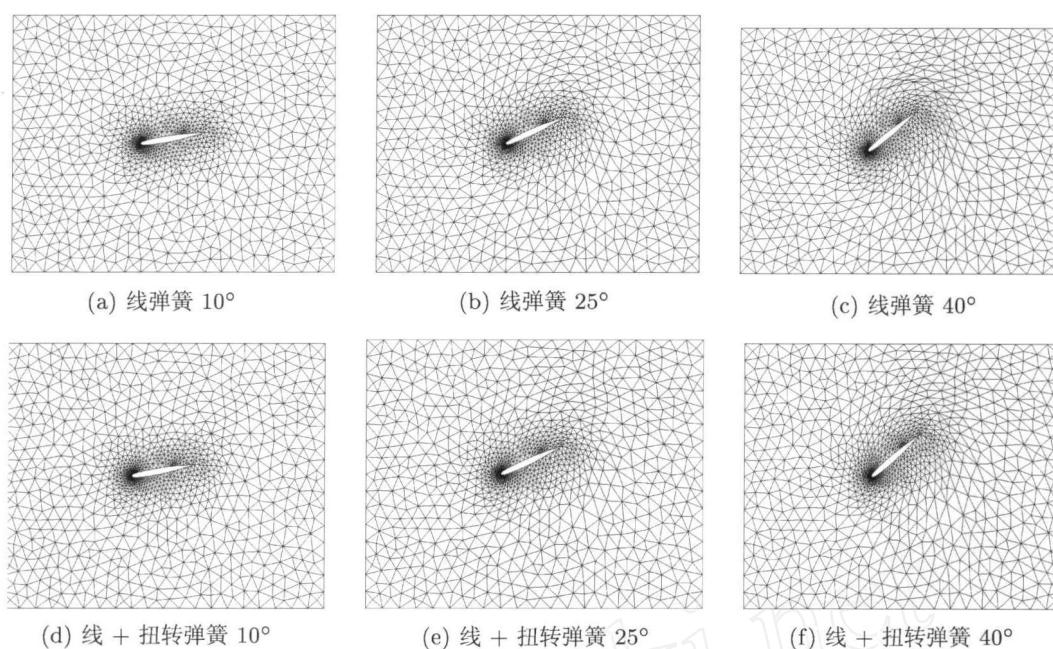
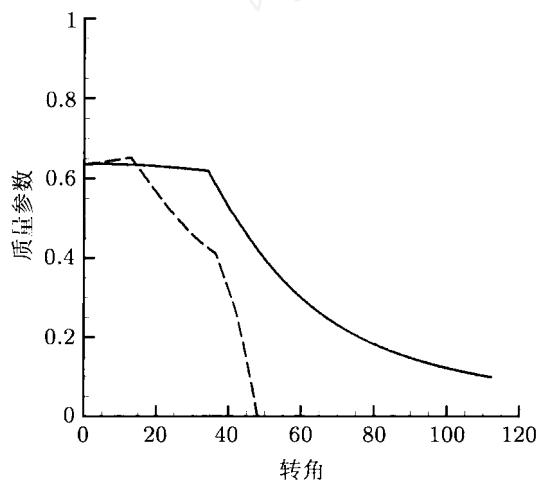
图 3 旋转 10° , 25° 和 40° 对称面的网格质量对比图

图 4 网格质量变化曲线

5.3 基于背景网格变形的动网格方法^[10]

前面提及的弹簧网格变形方法针对一般问题的处理已经能完全适用, 但对于复杂外形的气动弹性计算, 由于网格数巨大, 同时每一时间步都需要调用网格变形模块, 整体计算效率仍然低下, 需要发展变形适应力强、效率更高的动网格技术。我们发展了基于背景网格的快速高效网格变形方法。其基本思想为, 在已有 CFD 细密网格的基础上, 构

造一套稀疏的专用于网格变形的背景网格, 弹簧网络法只在稀疏的背景网格上完成, 细密的 CFD 网格的变形量则由背景网格变形量通过代数插值获得。这样既保证了网格的变形适应性, 同时因为背景网格数量少, 保证了网格变形的计算效率。该方法中的关键技术是代数插值方法, 一般来说二维网格变形采用面积加权插值、三维网格采用体积加权插值。

以二维问题为例说明, 细密网格点 D 处于背景网格的三角形 ABC 内, 则点 D 的变形量 Δx_D 可以由三角形 BCD 的面积 S_1 、三角形 ACD 的面积 S_2 、三角形 ABD 的面积 S_3 以及 ABC 3 点的变形量 Δx_A , Δx_B 和 Δx_C 计算可得, 具体计算公式如下

$$\Delta x_D = \frac{S_1 \cdot \Delta x_A}{S_1 + S_2 + S_3} + \frac{S_2 \cdot \Delta x_B}{S_1 + S_2 + S_3} + \frac{S_3 \cdot \Delta x_C}{S_1 + S_2 + S_3} \quad (22)$$

具体变形效果如图 5 所示, 其中浅色线为 CFD 网格, 深色线为专用于网格变形的背景网格, 与 CFD 网格不同的是, 背景网格在物体内部亦生成网格, 以保证 CFD 物面细密网格变形插值的光滑性。该方法适合于非结构网格变形, 亦适合于结构网格变形, 已成为我们进行气动弹性计算的主要动网格处理方法。

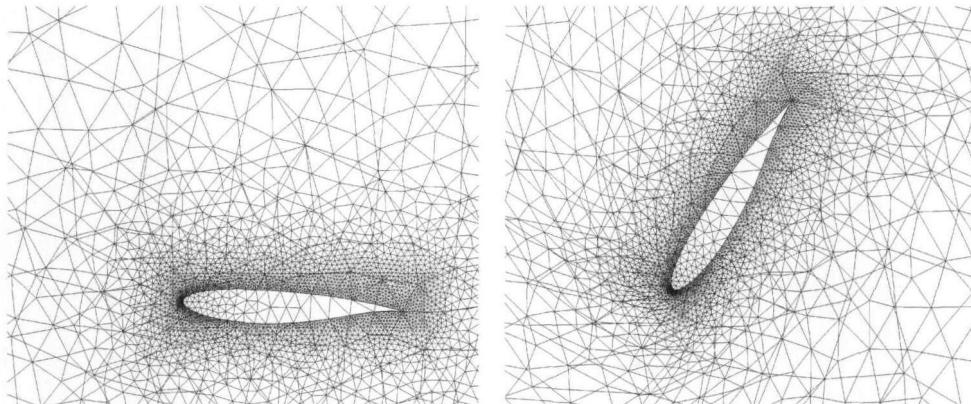


图 5 基于背景网格的动网格变形过程

6 气动弹性算例

依据上面介绍的方法, 我们发展了静和动气动弹性分析程序, 完成了大量气动弹性理论和工程问题研究, 这里仅用部分算例来说明我们在这—领域的研究进展.

6.1 CFD 方法验证

在我们的气动弹性分析方法中, CFD 部分包含基于多块结构网格和非结构混合网格的 Navier-Stokes 方程的流场求解器^[11,12]. 其中混合网格可以处理六面体、四面体、金字塔、三棱柱等不同类型的网格单元. 两种求解器的空间离散格式包括如 ROE 格式、HLLE 格式、HLLC 格式、AUSM 系列等二阶精度格式. 湍流模型可以选用 BL, SA, $k-\varepsilon$, $k-\omega$, $k-\omega$ SST 等常用湍流模型. 开发了基于

MPI 环境的分区并行计算程序, 网格分区算法能使各分区网格数量基本一样, 从而保证各 CPU 的载荷平衡和大规模并行计算效率的提高. 发展了适合于并行计算的点迭代 LU 隐式分解时间推进方法, 以保证内边界流场数据交换的正确性.

我们对 CFD 流场程序开展了大量验证, 这里仅给出其中一个算例的结果. 图 6 为 AIAA 阻力预测的民机翼身组合体的多块结构网格和混合网格并行分区示意图. 多块结构网格包含 1348 万网格单元, 由 358 块网格组成. 混合网格由 124 万四面体网格, 290 个金字塔网格和 168 万个三棱柱网格单元组成. 计算马赫数 $M_\infty = 0.7533$, 攻角 $\alpha = 0.190^\circ$, 雷诺数 $Re = 3 \times 10^6$. 图 7 给出基于多块结构网格计算的压力云图. 图 8 为混合网格计算的展向截面压力分布与实验结果比较. 可以看出, CFD 计算适合于复杂飞行器外形流场模拟, 且能提供比较准确的气动载荷.

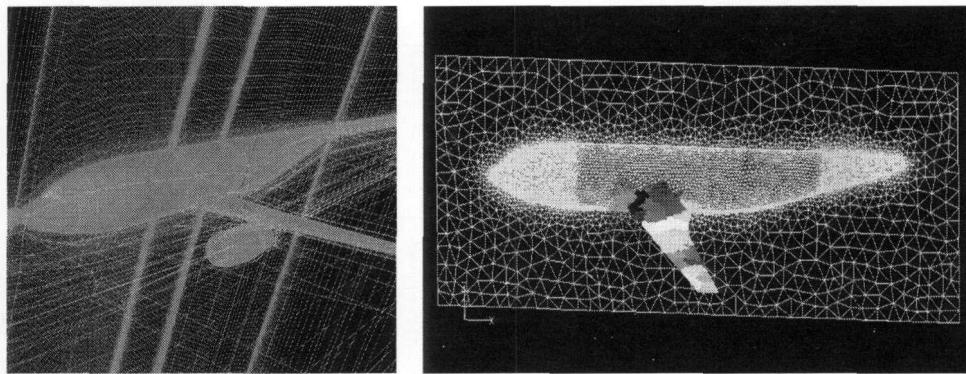


图 6 翼身组合体多块结构网格和混合网格

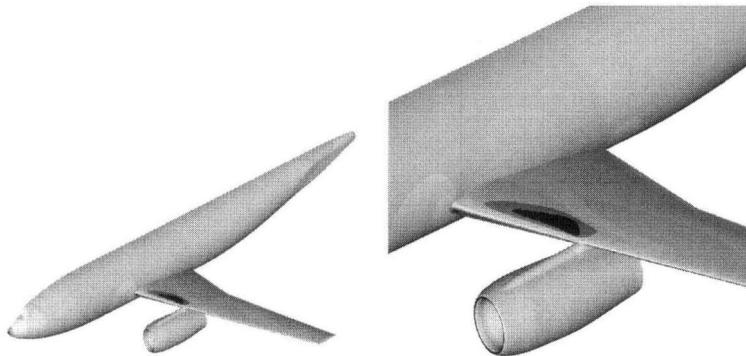


图 7 翼身组合体压力云图及其翼身结合部的局部放大图

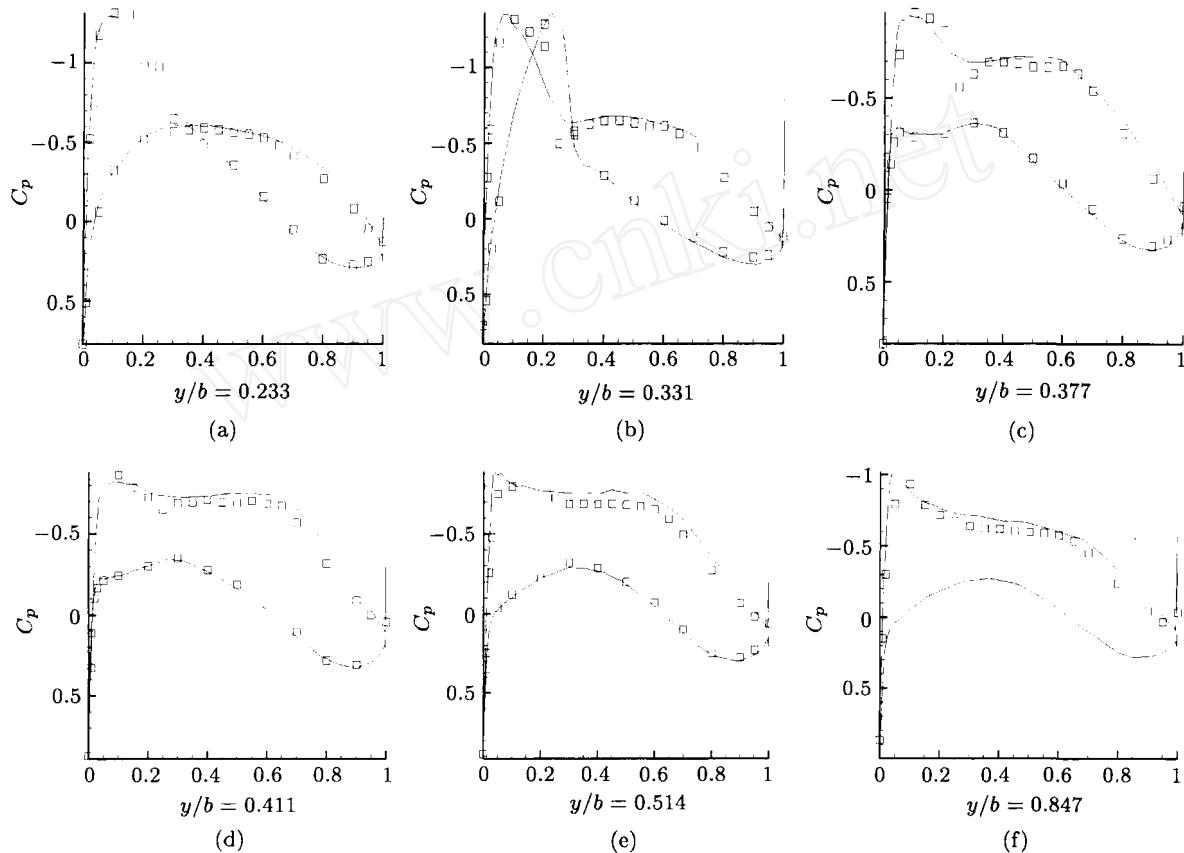


图 8 机翼展向截面压力分布计算与实验结果比较

6.2 静气动弹性分析

静气动弹性分析需要 CFD 计算提供定常流场的气动载荷, 再基于虚功原理将 CFD 物面网格的气动载荷转换到结构柔度矩阵的网格节点上, 然后求解结构静力学平衡方程计算结构变形, 再将结构变形量插值到 CFD 物面网格上, 以便利用动网格技术获得变形后的 CFD 网格, 又重复计算气动载荷, 直至收敛。

对一大展弦比机翼, 我们使用 Nastran 商用软件建立了结构有限元模型, 获取结构柔度矩阵,

在巡航马赫数 $M_\infty = 0.6$, 攻角 $\alpha = 2^\circ$, 雷诺数 $Re = 1 \times 10^7$ 研究了其静气动弹性特性。图 9 给出刚性和弹性机翼前后缘沿展向的结构变形分布和压力云图比较。结构变形主要表现为弯曲变形和较小的低头扭转变形, 弯曲变形对气动性能影响小, 而低头扭转变形使展向翼型截面当地攻角减小。与刚性机翼比较, 弹性机翼性能变差。图 10 给出机翼展向压力分布, 表 1 为气动性能的比较。静弹性变形后, 机翼升力系数下降 10.8%, 阻力系数增大了 3.7%。

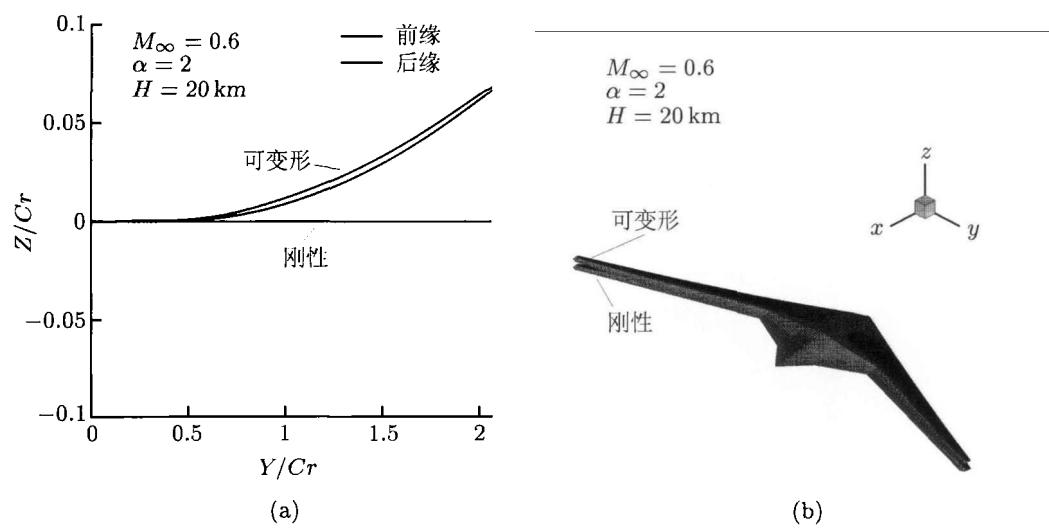


图 9 机翼前后缘沿展向变形分布和机翼压力云图比较

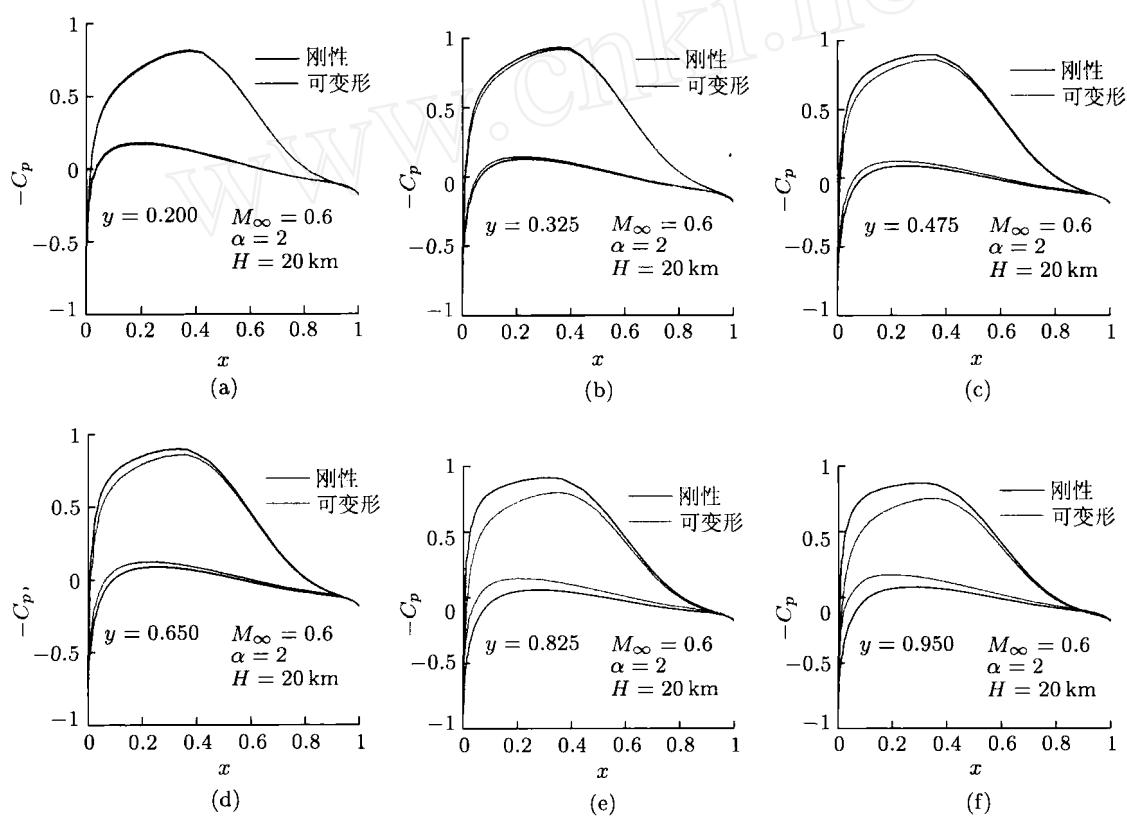


图 10 刚性和弹性机翼展向截面压力分布比较

表 1 机翼刚性和弹性气动性能比较

机翼	升力系数	阻力系数	力矩系数	压力中心
刚性	0.3910	0.0190	-0.2131	0.5443
弹性	0.3488	0.0183	-0.1836	0.5258

6.3 静气动弹性性能优化

从上面介绍的机翼静气动弹性计算结果知道, 结构变形主要表现在外翼区域。我们可以假设机翼翼根截面翼型形状不变, 对外翼展向截面翼型形状进行优化, 以提高结构变形后的机翼气动性能。我们选取外翼中部和翼尖处的两个翼型截面为优化对象, 机翼表面其它区域通过这些截面的翼型形状插值得到。

静气动弹性优化方法采用基于响应面的遗传算法, 基本思路是首先将选择的翼型截面参数化; 其次在设计空间内, 通过变参数, 获得仅改变翼型形状的机翼外形, 并假设结构柔度矩阵不变, 进行静气动弹性计算, 获得弹性机翼的气动性能, 形成数据库; 再采用二次函数响应面模型, 在翼型参数化与弹性机翼气动性能之间拟合出二次响应面的系数; 确定响应面模型后, 再采用遗传优化算法调用响应面模型对弹性机翼气动性能进行优化, 得到满足最佳气动性能的巡航机翼外形。

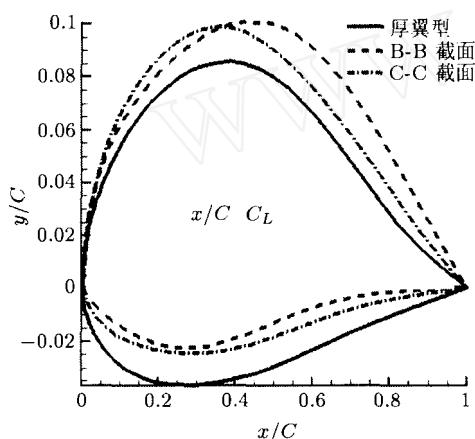


图 11 单目标优化翼型与原翼型比较

以静气动弹性变形后的升力系数最大为优化目标, 开展了单目标优化设计。优化后的弹性机翼升力系数为 0.3957, 阻力系数为 0.02294。较原弹性机翼升力系数有很大提高, 超过了原刚性机翼的升力系数, 与此同时阻力系数也相应增大。图 11 给出优化后的两个翼型截面与原机翼翼型截面形状的比较(原机翼由一种翼型展向插值构成)。

进一步研究了以升力最大和阻力最小化的多目标优化设计。多目标优化不能得到唯一的最优解, 只能得到 Pareto 优解, Pareto 解上的每一点代表一个最优解。图 12 给出 Pareto 解集, 其中“三角形”代表原机翼的静弹性气动性能位置, “圆”代表原刚性机翼气动性能位置。可以看出, 优化后机翼的静气动弹性性能都优于原机翼的静气动弹性结果, 但仍难以恢复到刚性的气动性能。选取 Pareto 解集的 A, B 两点, 得到的翼型剖面与原机翼翼型剖面形状比较见图 13。

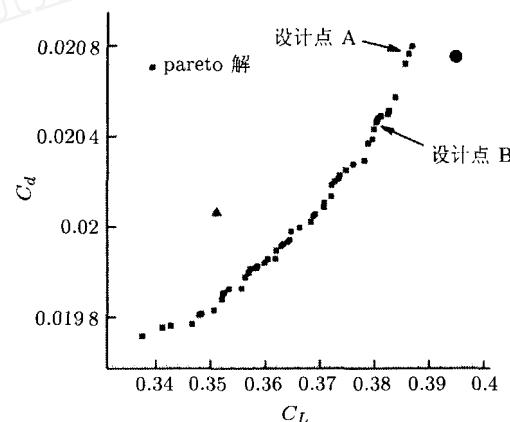
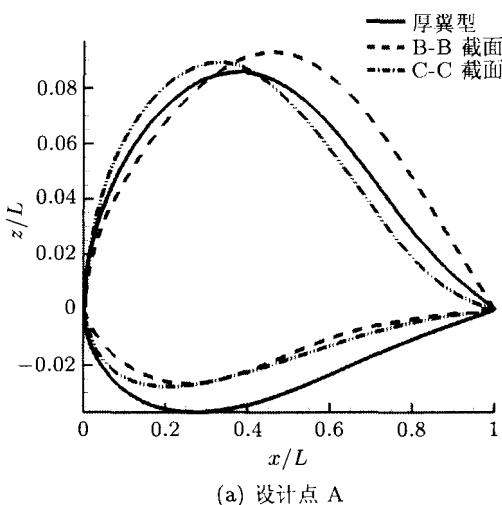
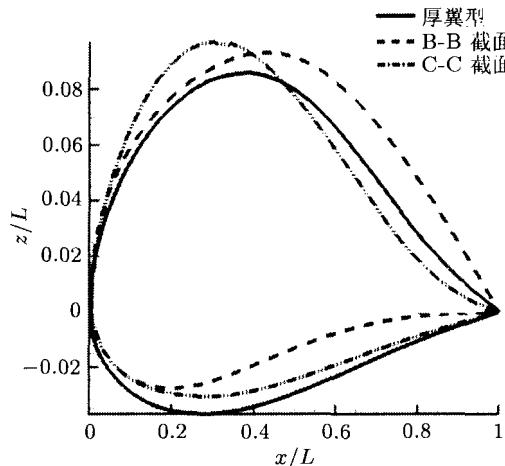


图 12 静气动弹性优化 Pareto 解



(a) 设计点 A



(b) 设计点 B

图 13 设计点 A 和 B 翼型截面形状比较

6.4 颤振分析

颤振分析关心在不同飞行马赫数和动压情况下结构广义位移随时间的变化历程, 以获取广义位移呈等幅振动的动压和频率, 即颤振边界。颤振计算属非定常过程, 需要准确预测非定常气动载荷和结构变形。其计算过程包括非定常 CFD 程序计算实时的气动载荷, 将气动载荷转换到结构网格点, 通过结构运动方程计算结构广义位移, 通过流体/结构耦合内迭代提高整体时间精度, 将结构点位移插值到 CFD 网格上, 应用动网格技术获取

新的 CFD 网格, 并计算结构变形后的气动载荷, 重复计算, 得到广义位移的时间历程, 根据不同动压下的广义位移随时间变化的收敛和发散情况, 插值得到颤振边界的动压。

图 14 给出颤振标模 445.6 机翼的无量纲颤振动压和频率随马赫数变化的计算和实验结果对比^[13]。验证了颤振计算方法的正确性。

图 15 给出针对某一战斗机翼身组合体简化外形计算的颤振动压和频率随时间的变化曲线及与他人计算结果比较^[14], 反映了比较好的一致性。

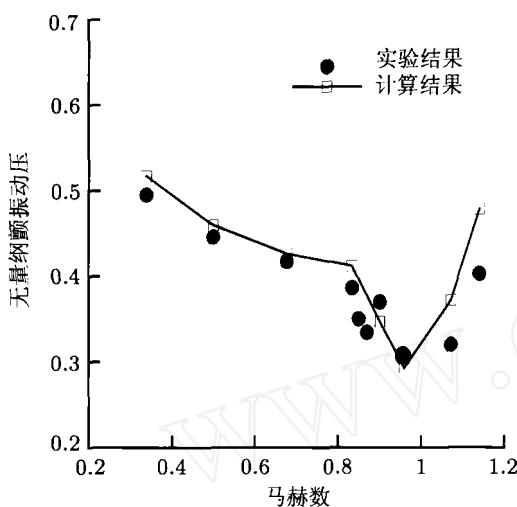


图 14 机翼标模 445.6 颤振边界计算与实验结果比较^[13]

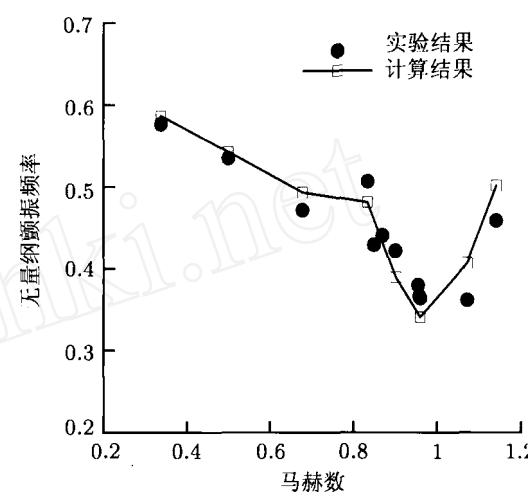


图 14 机翼标模 445.6 颤振边界计算与实验结果比较^[13]

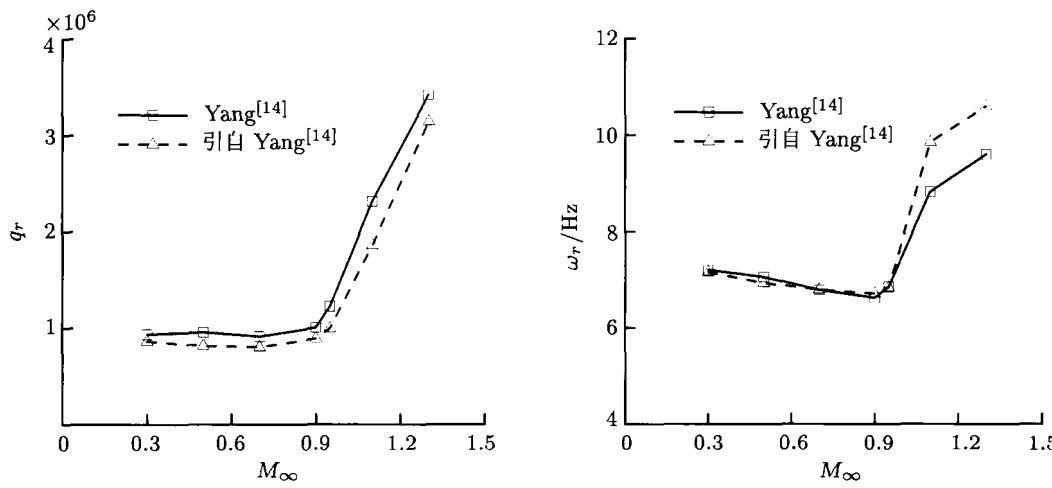


图 15 翼身组合体颤振边界计算结果^[14]

最后给出一个飞机外挂颤振特性结果。我们知道, 战斗机机翼下有多种导弹挂架, 当挂不同类型导弹组合时, 在某些飞行马赫数范围内, 可能会发生颤振。研究了某战机机翼 1 号和 4 号

挂架挂有不同种类导弹时, 在 2 km 高空以马赫数 1.14 飞行的颤振特性。在结构模态中考虑导弹和挂架的集中质量分布, CFD 计算忽略了导弹和挂架对飞机气动载荷的影响。图 16 给出颤振过程

中某一时刻的表面压力云图,图17为计算的结构位移随时间变化历程。其中第4阶模态首先发

散,反映在2km高空以该马赫数飞行,飞机会发生颤振。

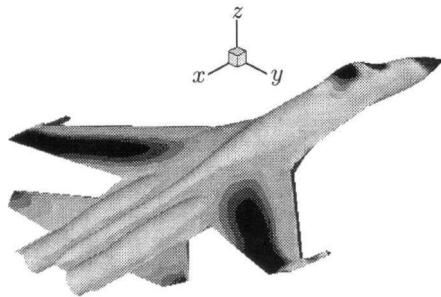


图16 颤振过程飞机表面压力云图

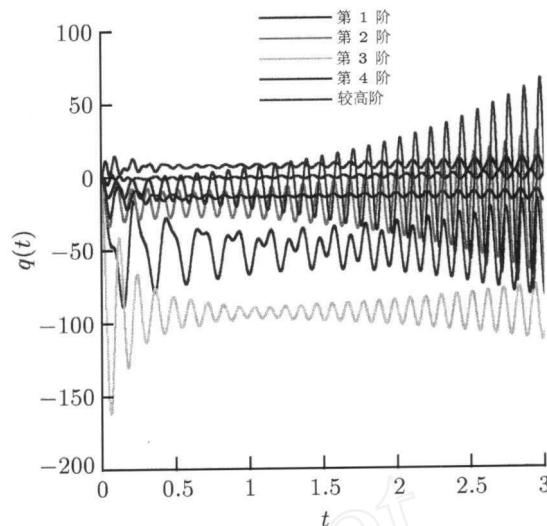


图17 结构广义位移随时间变化历程

7 结语

经过近10年的计算气动弹性研究,我们基本建立了飞行器静气动弹性和颤振计算分析研究体系。深入研究了基于多块结构网格和混合网格的非定常CFD流场模拟、流体/结构耦合计算方法、流体/结构数据转换和动网格技术。承担了大量复杂飞行器气动性能计算、静气动弹性分析和颤振边界预测的研究和工程型号项目。这些研究成果,为中国新一代战斗机和大飞机研制、解决其中的气动弹性分析和设计问题打下了良好的研究基础。

参考文献

- 1 郭永怀,钱学森. Two-dimensional irrotational mixed subsonic and supersonic flow of a compressible fluid and the upper critical mach number. NACA TN 995, 1946
- 2 John D, Anderson Jr. Fundamentals of Aerodynamics. Third Edition. McGraw-Hill Higher Education, 2001
- 3 Whitcomb R T, Clark L R. An airfoil shape for efficient flight at supercritical Mach numbers. NASA TMX-1109, 1965
- 4 Jameson A. Aerodynamic shape optimization for aircraft design. In: 6th World Congress of Computational Mechanics, Beijing, China, September 6~10, 2004
- 5 Yang G W, Zhuang L X. Numerical simulation of rotor flow in hover. *Journal of Aircraft*, 2000, 37(2): 221~226
- 6 Yang G W, Obayashi S, Nakamichi J. Aileron buzz simulation using an implicit multiblock aeroelastic solver. *Journal of Aircraft*, 2003, 40(3): 580~589
- 7 陈大伟. 飞行器流/固耦合静气动弹性分析及考虑结构变形气动性能优化:[博士论文]. 北京: 中国科学院力学研究所, 2008
- 8 Hounjet MHL, Meijer JJ. Evaluation of elastomechanical and aerodynamic data transfer methods for nonplanar configurations in computational aeroelastic analysis. ICAS-Publication, 10.1~25, 1994
- 9 Holger Wendland. Computational aspects of radial basis function approximation. *Studies in Computational Mathematics*, 2006, 12: 231~256
- 10 郑冠男,杨国伟. 三维非结构动网格计算方法研究. 见: 第13届全国激波与激波管学术会议, 长沙, 2008
- 11 Yang G W, Masahiro Kondo, Shigeru Obayashi. Multi-block Navier-Stokes solver for wing/fuselage transport aircraft. *JSME International Journal*, 2002, 45(1): 85~90
- 12 代民果. 有限体积迎风高格式及基于非结构混合网格的复杂流动数值模拟: [博士论文]. 北京: 中国科学院力学研究所, 2008
- 13 Yang G W, Shigeru O. Numerical analyses of discrete gust response for an aircraft. *Journal of Aircraft*, 2004, 41(6): 1353~1359
- 14 Yang G W. Transonic aeroelastic numerical simulation in aeronautical engineering. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 2006, 20(5): 339~347

RECENT PROGRESS ON COMPUTATIONAL AEROELASTICITY

YANG Guowei[†]

LHD of Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China

Abstract Corresponding to the lower critical Mach number, Kuo and Tsien proposed in 1946 the concept of upper critical Mach number. For two-dimensional irrotational flow on a body, before the maximum of local Mach number reaches a threshold, namely the upper critical Mach number, the irrotational supersonic flow still prevails, and only when the local Mach number exceeds the critical Mach number, the irrotational flow is eventually destroyed. Afterward, different design techniques of supercritical airfoils were developed to augment the drag-divergence Mach number, and the swept wings and area rule were introduced to overcome ‘sonic barrier’ and to reduce the peak drag near Mach 1. These achievements brought about the tremendous development of aircraft industry in the last century. As the advancement of computer technique and computational method, the solution algorithms for different simplified governing equations of fluid dynamics were constructed. At present, computational fluid dynamics based the Reynolds averaged Navier-Stokes equation have been widely applied to the evaluation of aerodynamic performances and the understanding of complex flow mechanism. Aerodynamic optimization, fluid/structure interaction and aeroacoustics et al have now become main research directions. To memorialize the 100 anniversary of Professor Guo Yung-Huai, recent studies on computational aeroelasticity by our research group were reviewed in the present paper.

Keywords computational fluid dynamics, aerodynamic optimization, fluid/structure interaction, aeroacoustics

后记：郭永怀先生是我国著名的力学家，是发展我国力学事业的开拓者之一。在发展气体动力学、爆炸学以及新兴的力学学科方面，有重要贡献。在高速空气动力学方面尤有精深的造诣。在郭永怀先生诞辰 100 周年，为科技事业不幸牺牲 41 周年之际，我们深深地怀念他、纪念他。

本文从郭永怀先生在 1946 年发表的可压缩流体二维无旋亚声速和超声速混合型流动和上临界马赫数一文出发，回顾了航空工程中空气动力学方面的研究进展及目前空气动力学领域的研究热点，并重点围绕计算气动弹性，汇报了我们近年来取得的研究成果。

[†] E-mail: gwyang@imech.ac.cn