文章编号：1000－7598－(2009) 增 1－0250－05

饱和岩石剪切失稳后效分析

张旭辉[1]，鲁晓兵[1]，崔　鹏[2]

（1. 中国科学院力学研究所，北京 100190；2. 中国科学院成都山地灾害与环境研究所，成都 610041）

摘　要：剪切载荷下的饱和岩石，在初始阶段出现几条细的剪切带，最后均形成一条剪切带。为了分析这个现象，将饱和岩石中剪切带的发展分为多阶段的过程进行分析，针对几个有限幅值扰动下剪切带的演化进行研究，获得了剪切带从几个小的非均匀扰动演化为最后充分发展的剪切带的详细过程。结果表明，剪切带的发展由两个阶段组成：非均匀剪切过程和实际剪切带发展过程。

关　键　词：饱和岩石；简单剪切；剪切带；失稳

中图分类号：TU 45　　**文献标识码：**A

Analysis of post-shear-instability in saturated rock

ZHANG Xu-hui[1],　LU Xiao-bin[1],　CUI Peng[2]

(1. Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China;
2. Institute of Mountain Hazards and Environment Research, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610041, China)

Abstract: There is only one shear band formed at last when the soil specimen bears shear load, although several fine shear bands appear at first. For analyzing this phenomenon, the development of shear bands in saturated rock is thought to be a multi-stage process and is numerically investigated. The evolution of shear bands from several finite amplitude disturbances (FADs) in pore pressure is studied. The numerical analysis reveals the detailed processes that the FADs evolve into a fully developed shear band. It is shown that the shear banding process consists of two stages: heterogeneous shearing process and true shear banding process.

Key words: saturated rock; simple shear; shear band; instability

1　前　言

在静、动态载荷下，饱和岩石中经常出现剪切带。由于岩石中剪切带是产生滑坡、崩塌等山地灾害的主要原因之一，剪切带的产生和演化发展多年来一直受到人们关注，如 Rice[1]最早对饱和岩石中剪切失稳条件进行了分析。Ottosen 和 Runesson 等[2]针对该问题进行了研究，获得了饱和岩石非连续分叉的条件。Ottosen、Runesson、Rice 等[3−4]采用更通用的弹塑性模型进行了理论和数值分析。饱和岩石中剪切带的形成机制是：应变或应变率开始快速增加，导致高孔压的建立和有效应力的降低，于是饱和岩石的行为表现异常。但是，对于剪切带在饱和岩石中如何形成和演化？为什么剪切时最后只出现一个剪切带等等，这些问题都很重要，是近些年该问题备受关注的原因[5−10]。

本文主要考察饱和岩石中多个有限扰动发展到最后一个剪切带的演化机制。整个过程分为两个阶段进行考察，即细小剪切带的合并阶段和形成一个剪切带的局部化阶段。

2　数学模型和分析

2.1　数学模型

虽然已有的模型有些已经反映了饱和岩石中一些剪切带的特性，但是很简化，离实际有一定差距。为了详细分析其过程，人们进行了试验和数值模拟。试验中发现，初始阶段有一些细小的剪切带分布，见图 1，但在最后只有一条充分发展的剪切带。

收稿日期：2009-03-20
基金项目：国家重点基础研究发展计划（973）“汶川地震次生山地灾害形成机理与风险控制”（No.2008CB425802）；中科院三期创新方向性项目（No.KZCX2-YW-302-02）资助。
第一作者简介：张旭辉，男，1982 年生，博士研究生，石家庄铁道学院本科毕业，现从事岩土力学方面的研究。E-mail: zhangxuhui@imech.ac.cn

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

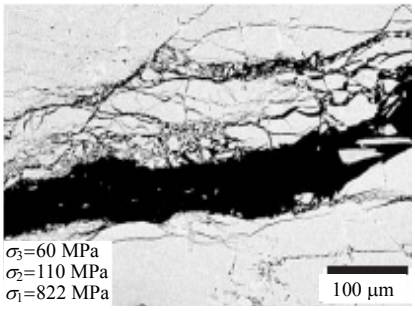


图 1　饱和岩石中 X 光剪切带（literature [11]）
Fig.1　X-ray images of shear bands

如图 2 所示，考察一个长度为 L 的岩石块体，在该试件的边界上及不排水条件下施加常速度变形，初始时该试件均匀，且无应变。在局部剪切前期，惯性和弹性影响均可忽略。由于岩块变形是均匀的，因此剪应力只是时间的函数，即

$$\frac{\partial \tau}{\partial x}=0 \tag{1}$$

孔压变化的速率与塑性功 $\tau\dot{\gamma}$ 呈正比，则孔压的控制方程为

$$C_1E_r\tau\dot{\gamma}=\frac{\partial p}{\partial t}-\frac{E_r}{K}\frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \tag{2}$$

式中：p 为超静孔压；E_r 为岩石骨架的回弹模量，$K=\rho_w g/k$，ρ_w 为水的密度，k 为 Darcy 渗透系数，g 为重力加速度；C_1 为常系数；$\dot{\gamma}$ 为应变率。

本构方程[9]设为

$$\tau=a\gamma^m\dot{\gamma}^n p^\lambda \tag{3}$$

式中：符号意义见文献。

设变形很快而来不及发生排水，则边界条件为

$$\left.\frac{\partial p}{\partial x}\right|_0=\left.\frac{\partial p}{\partial x}\right|_L=0;\quad \int_0^L\dot{\gamma}\mathrm{d}x=V_0 \tag{4}$$

初始条件为

$$t=0,\ \begin{cases}\gamma(x,\ 0)=0\\ \dot{\gamma}(x,\ 0)=\dot{\gamma}_0=V_0/L\\ p(x,\ 0)=p_0\end{cases} \tag{5}$$

为简化分析，采用如下的无量纲数对上述方程和初始、边界条件无量纲化：

$$\bar{x}=x/\Delta;\quad \bar{t}=\dot{\gamma}_0 t;\ \tau=\bar{\tau}\tau_b;\quad \bar{\tau}=\tau/\tau_0;\quad \bar{p}=p/p_0;$$
$$Q=\frac{1}{C_1K\Delta^2\dot{\gamma}_0};\quad R=\frac{1}{E_rC_1};\quad B=\frac{A\gamma_0^m\dot{\gamma}_0^n\theta_0^\nu}{\tau_0};\quad a=L/\Delta \tag{6}$$

式中：Δ 为剪切带的特征宽度；τ_0 为剪切强度；p_0 为初始孔压。

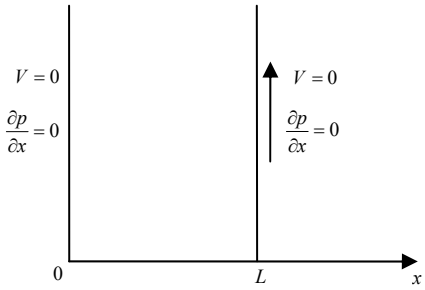


图 2　问题示意
Fig.2　Schematic of the problem

将式（1）～（5）代入式（6）的无量纲量，成为如下形式：

$$\bar{\tau}=\bar{\tau}(t) \tag{7}$$

$$\bar{\tau}\dot{\bar{\gamma}}=R\frac{\partial\bar{p}}{\partial\bar{t}}-Q\frac{\partial^2\bar{p}}{\partial\bar{y}^2} \tag{8}$$

$$\bar{\tau}=B\bar{\gamma}^m\dot{\bar{\gamma}}^n\bar{p}^\nu \tag{9}$$

$$\left.\begin{aligned}&\left.\frac{\partial\bar{p}}{\partial\bar{x}}\right|_0=\left.\frac{\partial\bar{p}}{\partial\bar{x}}\right|_a=0;\ \frac{1}{a}\int_0^a\dot{\gamma}(\bar{x},\ \bar{t})\mathrm{d}x=1;\\ &\gamma(x,\ 0)=0;\ \dot{\gamma}(x,\ 0)=1;\ \bar{p}(x,\ 0)=1\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

为简化，在后面叙述中将上述公式中的上标去掉，后文孔隙压力和时间均为无量纲数。

2.2　数值模拟

在第Ⅰ阶段 $(0<t<t_s)$：设试件变形和孔压均匀发展，γ、$\dot{\gamma}$、p、τ 可以被解析求出。当 $t=t_s$ 时，施加几个有限幅的扰动。每个扰动沿边界呈 Gauss 分布，由位置、半宽和扰动能量区分。

在第Ⅱ阶段 $(t_s<t<t_e)$：用数值模拟的方法分析在几个有限幅扰动作用下剪切带的演化过程[11]，详细过程叙述如下：

当 $0<t<t_s$ 时，整个试件中应变、应变率和孔压均匀发展，即 3 个量的梯度保持相等：

$$\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{\partial\gamma}{\partial x}=\frac{\partial\dot{\gamma}}{\partial x} \tag{11}$$

则由上述方程可得

$$p=\left[\frac{1-\nu}{1+n}cat^{n+1}+p_0^{1-\nu}\right]^{1/(1-\nu)} \tag{12}$$

当 $t=t_s$ 时，将有限幅扰动加入到孔压分布中，见图 3。

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

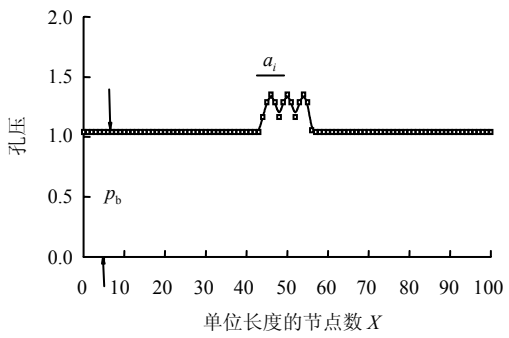


图 3 加入扰动后的孔压分布

Fig.3 Distributions of pore pressures after disturbance

加入扰动后孔压分布为

$$p(x,\ t_s^+)=p_b+\sum_{i=1}^{N}a_i f_i(x) \tag{13}$$

式中：N 为扰动数；a_i 为第 i 个扰动的幅值；$f_i(x)$ 为按高斯分布的扰动函数，即

$$f_i(x)=\exp\left[-\frac{(x-x_i)^2}{\Delta x_i^2}\right] \tag{14}$$

式中：Δx_i 为扰动分布的特征半宽；x_i 为第 i 个扰动的中心位置。假设 $2\Delta x_i << a$，即扰动是短波，则有

$$\int_0^a f_i(x)\,\mathrm{d}x=\int_{-\infty}^{+\infty}\exp\left[-\frac{(x-x_i)^2}{\Delta x_i^2}\right]\mathrm{d}x=\sqrt{\pi}\Delta x_i \tag{15}$$

如果从 t_s^- 到 t_s^+ 的间隔足够短，就有扰动前后的应变状态不变；总孔隙压力不变；总应变率不变；两边界处孔压增长率相等，因此如下关系成立：

$$\left.\begin{aligned}&\gamma(x,\ t_s^-)=\gamma(x,\ t_s^+),\ \int_0^a p(x,\ t_s^-)\,\mathrm{d}x=\int_0^a p(x,\ t_s^+)\,\mathrm{d}x;\\&\int_0^a \dot{\gamma}(x,\ t_s^-)\,\mathrm{d}x=\int_0^a \dot{\gamma}(x,\ t_s^+)\,\mathrm{d}x,\ \left.\frac{\partial p}{\partial t}\right|_0=\left.\frac{\partial p}{\partial t}\right|_a=0;\\&\tau=A\dot{\gamma}^m\gamma^n p^v\end{aligned}\right\} \tag{16}$$

第 i 个扰动的能量 E_i 定义为第 i 个扰动的能量与总能量的比值，即

$$E_i=a_i\int_0^a f_i(x)\,\mathrm{d}x\Big/\int_0^a p(x,t_s)\,\mathrm{d}x \tag{17}$$

由式（16）可得

$$a_i=\left[E_i\int_0^a p(x,\ t_s^-)\,\mathrm{d}x\right]\Big/(\sqrt{\pi}\Delta x_i) \tag{18}$$

$$p(x,\ t_s^+)=p_b+\sum_{i=1}^{N}a_i f_i(x) \tag{19}$$

$$p(x,\ t_s^+)=p_b+\sum_{i=1}^{N}a_i f_i(x) \tag{20}$$

$$\gamma(x,\ t_s^+)=\gamma(x,\ t_s^-) \tag{21}$$

$$\dot{\gamma}=\left[\frac{\tau}{A\gamma^n p^v}\right]^{1/m}\Bigg|_{t=t_s^+} \tag{22}$$

显然，对于给定的 N、E_i、x_i 和 Δx_i，可以根据式（18）～（22），求得 $p(x,\ t_s^+)$、$\dot{\gamma}(x,\ t_s^+)$、$\gamma(x,\ t_s^+)$ 和 $\tau(t_s^+)$。

2.3 数值模拟及分析

在本节中，对时间段 $t_s<t<t_e$ 内的情况用差分法进行数值计算。参照文献[9，11]，将计算中的材料参数[13]取为：$R=2.5\times10^{-3}$，$Q=2.5\times10^{-6}$；$R=2.5\times10^{-3}$，$Q=2.5\times10^{-6}$，$B=1.1\times10^{-5}$，$m=0.5$，$n=0.5$，$v=-2$，$p_0=1.0$。

图 4 为剪切带中心的应力-应变-应变率间的关系。由图可以看出，到达屈服点后剪切带内的应力降低，应变率则急剧增加。当施加 3 个扰动时，能量分别从 0.1 %到 3 %变化时，所有结果都显示最后只出现一个剪切带。图 5 为其中一个代表性结果（图中 x 为单位长度的节点数）。3 个扰动最后在 $\gamma=\gamma_1=0.2$ 处（γ_1 为应力开始下降点的应变）逐渐向一个集中的局部化区域合并。该过程中应变率和孔压急剧增加，剪切带收缩，最后形成一个稳定的剪切带。剪切带的宽度不依赖于初始施加的扰动参数而变 化。当发展到第 2 阶段（$\gamma>\gamma_1$），显著的局部化产生了，此时剪切带发展到了最后的形式（图 6）。在这一阶段，剪切带内应力快速降低，应变率快速上升（图 4）。因此，第 1 阶段可以视为合并阶段，第 2 阶段可视为局部化阶段。

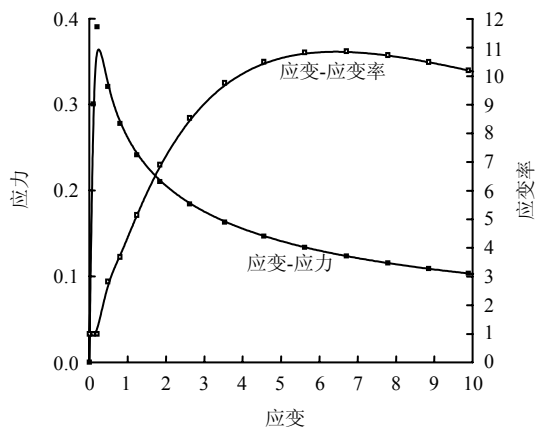
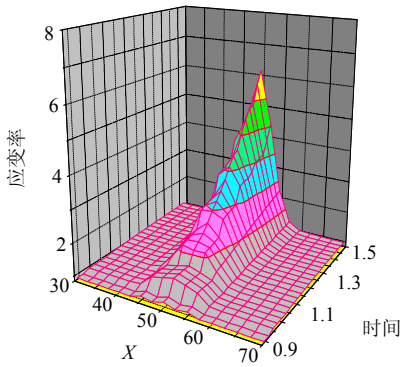


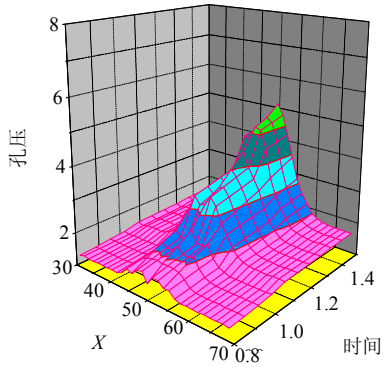
图 4 应力-应变-应变率的关系

Fig.4 Relations among stress, strain and strain rate

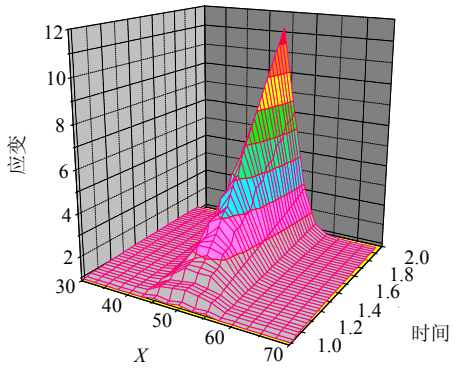
© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net



（a）应变率发展



（b）孔压发展



（c）应变发展

图 5　3 个扰动时剪切带的演化

Fig.5　Evolution of one shear band from three FADs

图 7 为扰动能量 E 对局部化起始点应变 γ_1 的影响，随着扰动能量 E 的增加，起始局部化点应变 γ_1 增加。高扰动能量（1.5 %）比低能量（3.0 %）时 γ_1 降低更快，表明分析短波长、高扰动能量情况对剪切带形成的影响非常重要。对扰动分布剪切带位置和起始时间的分析表明，剪切带的最后位置与扰动的总体分布有关，但不与其中任何单个扰动有关。从图 8 可见，施加总能量为 1 %的 3 个扰动时，施加扰动时应变 $\gamma_s = 0.2$，形成最后剪切带是的应变 $\gamma = 0.5$，最后位置不在任一单个的扰动位置。

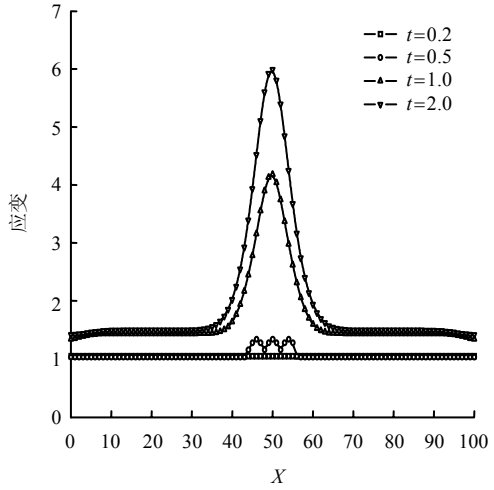


图 6　不同时刻的应变分布

Fig.6　Strain distributions under different times

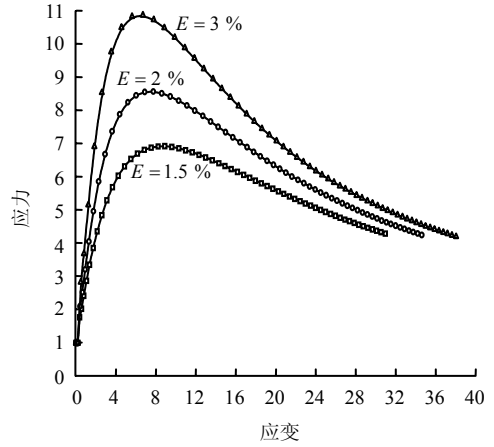


图 7　扰动能量 E 对 γ_1 的影响

Fig.7　The effect of disturbance energy E on γ_1

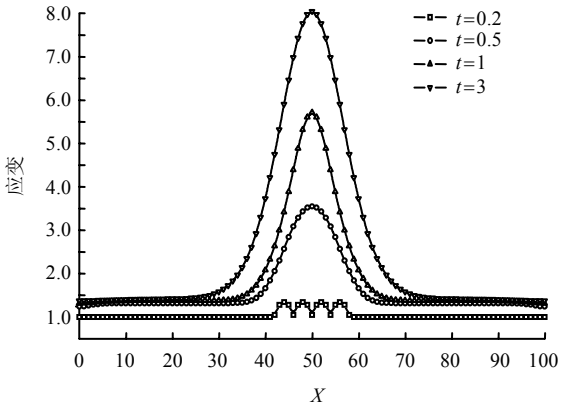


图 8　施加 3 个扰动时剪切带的演化过程

Fig.8　Evolution process of shear band from three FADs

3　结　语

针对饱和岩石剪切过程中施加有限幅扰动后剪

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

切带形成过程进行了分析。结果表明，当扰动能量低时，即使应变足够大，也不会有剪切带产生。剪切带演化过程可以由应变γ_1（起始局部化点应变）分成两个阶段：在第 1 阶段，（$\gamma < \gamma_1$），有限幅扰动逐渐合并，应力近似均匀发展；第 2 阶段，（$\gamma > \gamma_1$），剪切带逐渐收缩到最后的单一形式，剪切带内的应力急剧下降，应变率快速上升。

对扰动参数变化的影响进行了分析。结果表明，越接近屈服点应变γ_c施加扰动时，且施加的扰动能量越大，波长越短时局部化起始点的应变γ_1越小。剪切带的最后位置与扰动的总体分布有关，但不由其中任何单个扰动决定。扰动分布对γ_1有明显影响，扰动越容易合并，应变γ_1越小，局部化出现越早。

参 考 文 献

[1] RICE J R. On the stability of dilatant hardening for saturated rock masses[J]. **J. Geophy. Res.**, 1975, 80(11): 1531－1536.

[2] OTTOSEN N S, RUNESSON K. Properties of bifurcation solutions in elasto-plasticity[J]. **Int. J. Solids and Structures**, 1991, 27: 401－421.

[3] RUNESSON K, PERIC D, STURE S. Effect of pore-fluid compressibility on localization in elastic-plastic porous solids under undrained conditions[J]. **Int. J. Solids and Structures**, 1996, 33(10): 1501－1518.

[4] RICE J R, CLEARY M P. Some basic stress diffusion solutions for fluid-saturated elastic porous media with compressible contents[J]. **Rev. Geophys. Space Phys.**, 1976, 14: 227－241.

[5] TEJCHMAN J, WU W. Numerical simulation of shear band formation with a hypoplastic constitutive model[J]. **Computers and Geotechnics**, 1996, 18(1): 71－84.

[6] BAUER E, HUANG W X, WU W. Investigations of shear banding in an anisotropic hypoplastic material[J]. **International Journal of Solids and Structures**, 2004, 41(21): 5903－5919.

[7] VARDOULAKIS I. Dynamic stability analysis of undrained simple shear on water-saturated soils[J]. **Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech.**, 1986, 10: 177－190.

[8] LORET B, PROVEST J H. Dynamic strain localization in fluid-saturated porous media[J]. **J. Engrg. Mech., ASCE,** 1991, 117: 907－922.

[9] AIFANTIS E C. The physics of plastic deformation[J]. **Int. J. Plasticity**, 1987, 3: 211－248.

[10] XIN D, BAI Y L, CHENG C M, et al. On post-instability processes in adiabatic shear in hot rolled steel[J]. **J. Mech. Phys. Solids**, 1991, 39(8): 1017－1042.

[11] CHANG C, HAIMSON B. Non-dilatant deformation and failure mechanism in two Long Valley Caldera rocks under true triaxial compression[J]. **Int. J. Rock Mech. & Mining Sciences**, 2005, 42: 402－414.

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net