

# 波浪作用下水平柱体水动力系数研究\*

李勇 林緬

(中国科学院力学研究所, 北京, 100190)

**摘要:** 本研究通过建立数值波浪水槽, 对波浪作用下的水平柱体的受力进行了计算, 并利用最小二乘法计算得到水动力系数。通过与实验数据的比较验证了模型及其计算方法的正确性, 探讨了线性波和非线性波对 $C_D$ 以及 $C_M$ 的影响。

**关键词:** 水平柱体; 波浪力; 水动力系数; 数值计算

## 1 引言

水平柱体是海洋油气资源开发过程中经常被用到的构件之一。柱体所受的水动力是工程设计中必须考虑的主要问题之一。近年来随着海洋油气开采的迅速发展, 人们越来越重视对这类构件承载力的研究。

关于水下柱体水动力系数的实验研究非常多。Bearman<sup>[1]</sup>和Tanaka<sup>[2]</sup>在U型振荡流水槽中对长(正)方形、圆形和菱形等截面形状柱体的试验发现, 不同形状柱体的 $C_M$ 随着 $KC$ 的变化表现出不同的变化趋势。然而Ikeda等人<sup>[3]</sup>在波浪水槽中也做了类似的实验, 发现 $KC$ 比较小时波浪槽中测得的 $C_D$ 和 $C_M$ 值比U型水槽中测得的值要低。这说明应该重新认识波浪的垂向特征, 特别是在水表面附近。本研究将通过数值实验的方法研究波浪作用下水平圆柱体的水动力系数 $C_D$ 以及 $C_M$ 值。

## 2 数学模型

控制方程为不可压缩流体的N-S方程和连续性方程:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j u_i) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu_e \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \right] + \rho g_i \quad (2)$$

其中,  $x_j$  ( $j = 1, 2$ )表示坐标分量,  $u_j$  ( $j = 1, 2$ )表示时均流速分量,  $p$ 为压强,  $\rho$ 为水的

\*国家科技部“863”项目(2006AA09Z301)和国家自然科学基金项目(10532070)资助。

密度,  $g$  为重力加速度,  $\mu_e = \mu + \mu_f$  为有效黏性系数,  $\mu$  为水的分子黏性系数,  $\mu_f$  为紊动黏性系数, 根据标准的  $k$ - $\varepsilon$  模型给定, 即  $\mu_f = C_\mu \rho k^2 / \varepsilon$ ,  $k$  是紊动动能,  $\varepsilon$  是紊动耗散率, 分别满足以下方程:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_f}{\delta_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \rho \varepsilon \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_f}{\delta_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_1 P_k \frac{\varepsilon}{k} - \rho_f C_2 \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (4)$$

其中,  $\delta_k$  和  $\delta_\varepsilon$  分别为紊动动能和紊动耗散率的紊流 Schmidt 数,  $P_k$  为紊动生成项。关于柱体水动力系数, 李玉成等人<sup>[4]</sup>进行了详细的系统分类和介绍。对于小尺度构件, 目前工程上大多采用推广后的 Morison 公式进行水平柱体结构受力分析。即, 将数值计算所得的瞬时波浪力、速度以及加速度反代入式 (5) 和式 (6), 采用最小二乘法就能求解出柱体的各水动力系数。本研究采用推广后的 Morison 方程, 作用在单位长度柱体上的正向和垂向波浪力分别为:

$$F_x = \frac{1}{2} \rho C_{Dx} D u \sqrt{(u^2 + w^2)} + \rho C_{Mx} A \dot{u} \quad (5)$$

$$F_y = \frac{1}{2} \rho C_{Dy} B w \sqrt{(u^2 + w^2)} + \rho C_{My} A \dot{w} \quad (6)$$

其中:  $B$  为柱体特征长度,  $A$  为柱体截面积。

计算区域的左侧边界为造波板边界, 用无反射数值造波技术进行处理<sup>[5]</sup>; 右侧边界采用海绵层消波加辐射条件的处理方法, 即在开边界前设置 2 倍波长的人工阻尼区使波浪衰减, 然后再利用 Sommerfeld 辐射条件使波浪通过边界向外透射; 底边界设为可滑移边界, 对近壁网格节点采用壁函数方法处理; 自由表面利用 VOF 法进行追踪模拟, 表面上压力满足动力学边界条件。

### 3 计算结果及其讨论

首先验证计算模型。本研究选用 Ikeda 等人<sup>[2]</sup>以及 Vengatesan 等人<sup>[6]</sup>的实测数据进行验证, 这两个实验均给出了水动力系数  $C_D$  与  $C_M$  随  $KC$  数的变化规律。数值模拟计算域长取为 24.0 m, 高 2.48 m, 其中方柱中心距造波边界 12.0 m。水深为 2.2 m, 波浪自左边传入, 柱体为截面长度为 0.04 m, 高度为 0.04 m 的方柱, 柱体中心距离水面高度为 0.48 m。

波浪周期为 1.6 s, 波高分别为 0.05 m、0.075 m、0.1 m、0.125 m 和 0.15 m。计算得到的水动力系数  $C_{Dx}$  以及  $C_{Mx}$  结果与实验数据的比较如图 1 所示, 从图 1 中对比可以看出, 计算结果和实验值吻合较好, 据此验证了数学模型以及计算方法的合理性与正确性。

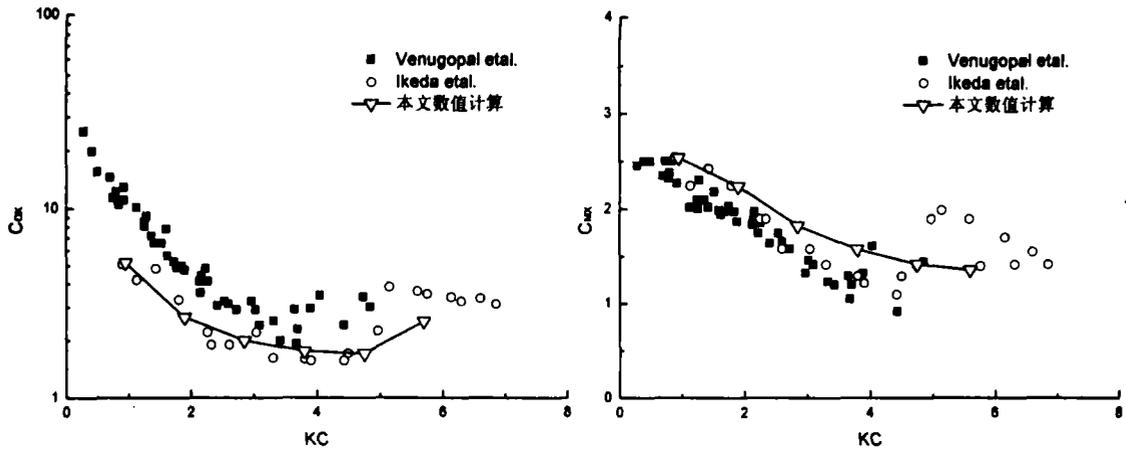


图 1a  $C_{DK}$  计算结果与实测数据的比较图

图 1b  $C_{MK}$  计算结果与实测数据的比较

为了考察波浪非线性对柱体水动力系数的影响,计算参数取为:柱体直径 0.1m,波高 0.6m,波周期 2.5s,水深 2.2m。将柱体搁置在距水面 0.48m 处,造波分别采用了微幅波和五阶 Stokes 波理论。图 2 是柱体的水平和垂直方向波浪力的时程曲线。可以看出五阶 Stokes 波计算得到的结果更稳定,能更好的体现出波浪非线性对水下柱体受力的影响。

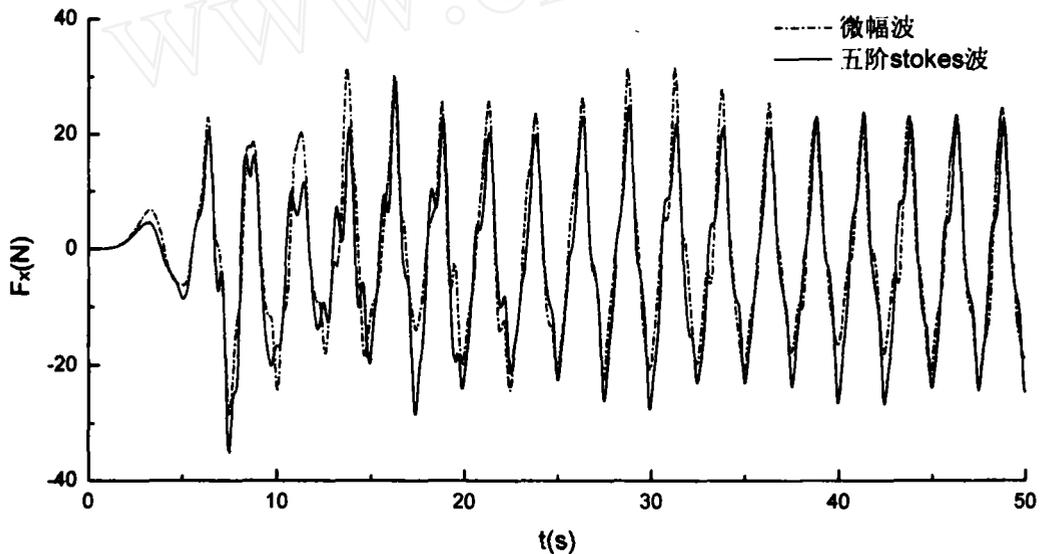


图 2a 圆柱体所受时变横向波浪力

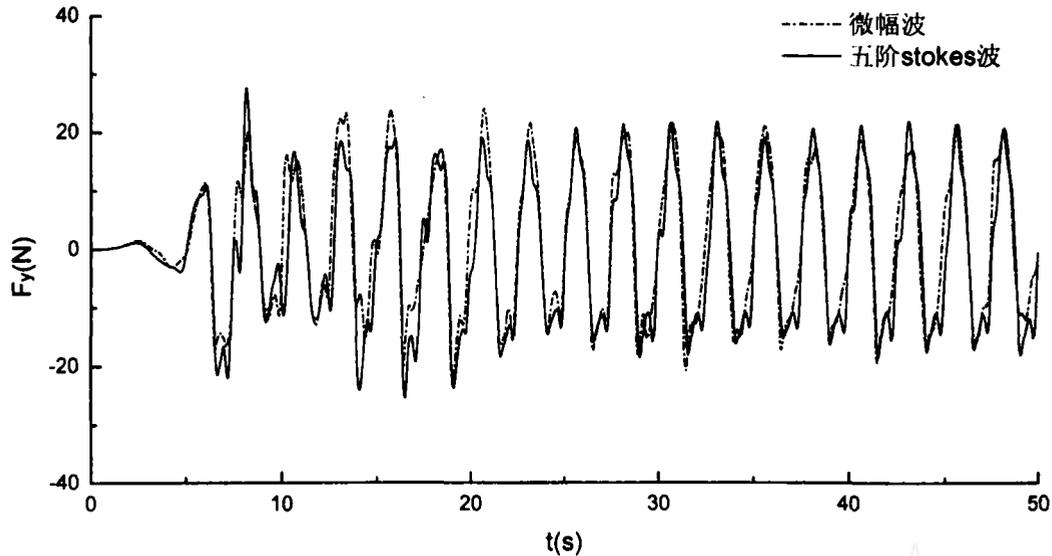


图 2b 圆柱体所受时变纵向波浪力

表 1 分别给出了微幅波和非线性波作用下靠近自由面处柱体水动力系数。很明显,在这种波要素下水表面附近五阶 Stokes 波的计算结果更接近于实测值。

为了考察柱体水动力系数沿深度变化情况,我们又将柱体搁置在距水表面 0.88m 和 1.28m 处。表 2 和表 3 对比了距床面不同位置处的水平柱体的水动力系数,从计算结果可以看出波浪的垂向特征对  $C_D$  与  $C_M$  的影响较大,越接近自由面,  $C_{DX}$ 、 $C_{DY}$  以及  $C_{MX}$  均有所减小,而  $C_{MY}$  则表现出较明显的增大趋势。

表 1 线性和非线性波作用下的圆柱体的水动力系数

波浪理论	$C_{DX}$	$C_{MX}$	$C_{DY}$	$C_{MY}$
微幅波	1.293	1.036	1.378	1.298
五阶 Stokes 波	1.097	1.244	1.323	1.554

表 2 距床面不同位置处柱体的水动力系数  $C_D$

距离床面/m	$C_{DX}$	$\Delta C_{DX}$	$C_{DY}$	$\Delta C_{DY}$
0.92	1.346	0.081	2.217	-0.838
1.32	1.427	-0.33	1.379	-0.056
1.72	1.097	0.0	1.323	0.0

表3 距床面不同位置处柱体的水动力系数  $C_M$

距离床面/m	$C_{MX}$	$\Delta C_{MX}$	$C_{MY}$	$\Delta C_{MY}$
0.92	1.754	-0.361	0.681	0.059
1.32	1.393	-0.149	0.740	0.814
1.72	1.244	0.0	1.554	0.0

#### 4 结论

本研究建立数值波浪水槽,对波浪作用下的水平柱体的受力进行了计算,并利用最小二乘法计算得到水动力系数。计算结果与实验数据吻合较好,验证了数学模型及其计算方法的合理性和正确性。通过比较发现采用五阶 Stokes 波理论相比微幅波理论计算得到的结果更稳定,能更好地体现出波浪非线性对水平柱体受力的影响,而且在水表面附近由五阶 Stokes 波计算得到的水动力学系数更接近于实测值。此外,从计算结果还可以看出波浪的垂向特征对  $C_D$  与  $C_M$  的影响较大。

#### 参考文献

- 1 Bearman P W, Graham J M R, Singh S. Forces on cylinders in harmonically oscillating flow. In: Proceedings of the Symposium on Mechanics of Wave Induced Forces on Cylinders, Bristol, UK, 1979. 437-449.
- 2 Tanaka N, Ikeda Y, Nishino K. Hydrodynamic viscous force acting on oscillating cylinders with various shapes. In: Proceedings of Sixth Symposium on Marine Technology, Society of the Naval Architects of Japan, 1982.
- 3 Ikeda Y, Otsuka K, Tanaka N. Wave forces acting on horizontally submerged cylinders in regular waves at low KC number. Report No. 00410, Report of Department of Naval Architecture, University of Osaka Prefecture, Japan, 1988.
- 4 李玉成, 王凤龙, 何明. 方柱水动力系数确定方法的探讨. 海洋通报, 1994, 4:62-79.
- 5 王永学. 无反射造波数值波浪水槽. 水动力学研究与进展:A 辑, 1994, 2: 205-213.
- 6 Vengatesan V, Varyani K S, Barltrop N D P. Wave force coefficients for horizontally submerged rectangular cylinders. Ocean Engineering, 2006, 33: 1669-1704.

## Study on hydrodynamic coefficients of horizontal cylinder under waves

LI Yong, LIN Mian

( Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190)

**Abstract:** Numerical wave tank is established to calculate the wave force on submarine horizontal cylinder in this paper. Hydrodynamic coefficients are obtained by using the least square approach. The model and the computation methods are verified by comparing the result of calculation with the experimental data. And then, the influence of linear wave and nonlinear wave to hydrodynamic coefficients is discussed.

**Key words:** Horizontal cylinder, wave forces, hydrodynamic coefficients, numerical calculation

www.cnki.net