

应用剪滞理论研究纳米结构生物材料力学行为

左树春 魏悦广

(中国科学院力学研究所, 北京 100080)

摘要: 在 Gao 等拉剪链模型的基础上, 进一步考虑矿物板变形所引起的剪应力沿板长度方向的变化。推导了一个简单的剪滞模型, 得到了矿物板中正应力和蛋白质中剪应力的分布以及有效弹性模量的表达式。得到得结果与有限元结果符合的很好。进一步的比较显示在长细比叫较大时矿物板变形会引起蛋白质中剪应力分布的显著变化并最终影响宏观性质。

关键词: 剪滞模型, 生物材料, 纳米结构。

贝壳、骨骼、牙齿等生物材料是由在纳米尺度的板状矿物质和蛋白质组成的生物复合材料。就组成成分与材料的宏观性质而言, 这类材料具有非常优异的力学性质。贝壳由大约 95% 六边形的板状矿物质 5% 有机质(主要是蛋白质)粘和在一起(见图 1a)却比单纯的矿物质的断裂功高 3000 倍^[1]。目前人造的材料远没有达到这一水平^[2]。为此人们进行了大量的研究提出了各种增强机制。在前人研究的基础上 Gao 等提出了拉剪链模型。这一模型假设矿物质的小板只承受拉力, 而蛋白质只承受剪力并且剪力沿矿物板均匀分布, 力沿矿物板(拉) - 蛋白质(剪) - 矿物板(拉)的路径传递。Bao Hua Ji 等比较了拉剪链模型同 Mori-Tanaka 方法以及有限元结果, 对于纳米结构生物材料拉剪链模型比广泛应用的 Mori-Tanaka 方法更有效^[3]。但是剪应力均匀分布假设的合理性还需要进一步的讨论, 文在此模型的基础上放弃了剪应力均匀分布的假设, 利用剪滞分析得到了一个简单的模型并推导了应力分布和有效模量表达式。通过有限元计算证明了这个新模型的有效性。

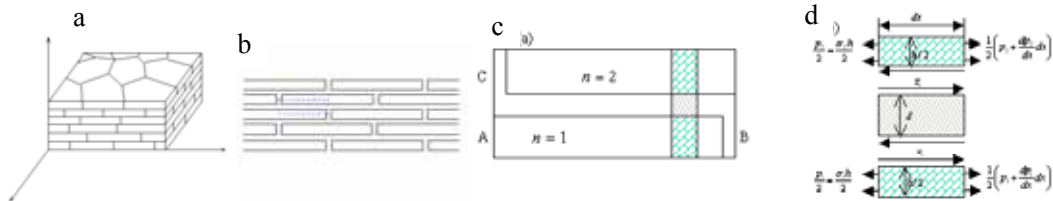


图 1 贝壳的结构及简化的二维模型

一、问题的描述

仍然假设矿物质只承受拉力, 蛋白质只承受剪力, 但是不做剪应力分布假设。取图 1b 中虚线表出的区域作为研究对象(即代表性单元)。在图 1c 中取出微段进行受力分析。由微段(图 1d)受力平衡得平衡方程。

$$\frac{1}{2} \frac{dp_1(x)}{dx} + \tau_1(x) = 0, \quad \frac{1}{2} \frac{dp_2(x)}{dx} - \tau_1(x) = 0$$

以及线弹性本构关系

$$p_n(x) = E_m h \frac{du_n(x)}{dx} \quad n=1,2, \quad \tau_1(x) = \frac{\mu p}{d} [u_2(x) - u_1(x)]$$

取边界条件: A 点 $p_1(0) = 2P_{\max}$; B 点 $p_1(0) = 0$; C 点 $p_2(0) = 0$ 。由上述定解问题可得矿物质中正应力, 蛋白质中剪应力, 以及有效弹性模量分别为:

$$p_1(x) = p_{\max} \left(1 + \frac{1+e^{-\frac{\lambda\rho}{2}}}{e^{-\frac{\lambda\rho}{2}} - e^{\frac{\lambda\rho}{2}}} e^{\lambda\xi} - \frac{1+e^{\frac{\lambda\rho}{2}}}{e^{-\frac{\lambda\rho}{2}} - e^{\frac{\lambda\rho}{2}}} e^{-\lambda\xi} \right)$$

$$\frac{1}{E_{\text{eff}}} = \frac{1}{E_m \Phi} + \frac{4 \left(\frac{\lambda\rho}{2+e^{\frac{\lambda\rho}{2}}} + \frac{\lambda\rho}{2+e^{-\frac{\lambda\rho}{2}}} \right)}{E_m \rho \Phi \lambda \left(e^{\frac{\lambda\rho}{2}} - e^{-\frac{\lambda\rho}{2}} \right)}$$

$$\tau_1 = -\frac{2d}{\mu_p} \left(\frac{1+e^{-\frac{\lambda\rho}{2}}}{e^{-\frac{\lambda\rho}{2}} - e^{\frac{\lambda\rho}{2}}} e^{\lambda\xi} + \frac{1+e^{\frac{\lambda\rho}{2}}}{e^{-\frac{\lambda\rho}{2}} - e^{\frac{\lambda\rho}{2}}} e^{-\lambda\xi} \right)$$

二、结论

在长细比很大范围内剪滞模型都能很好的预测剪应力在蛋白质中的分布，拉剪链模型所作的均匀剪应力假设在长细比较小时才近似成立。当长细比较大时剪应力明显偏离这一假设。下面是两种模型对有效弹性模量的预测，可以看到在长细比较小时由于剪应力趋向均匀分布两模型在这一区域基本重合，随着长细比的增加剪应力分布不再趋向均匀分布，剪滞模型仍然能够正确预测有效弹性模量，拉剪链模型却与有限元结果有相当大的差别。

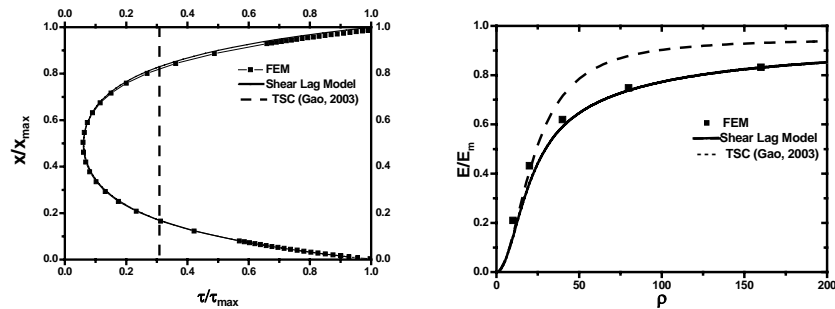


图2 剪滞模型，拉剪链模型和有限元结果比较

参 考 文 献

- 1 Curry JD. Mechanical properties of mother of pearl in tension. Proc R Soc. London B, 1977, 196:443~463
- 2 Almqvist N, Thomson NH, Smith BL, Stucky GD, Morse DE, Hansma PK. Methods for fabricating and characterizing a new generation of biomimetic materials. Mater Sci Eng C 1999;7: 37-43
- 3 Baohua Ji, Huajian Gao. Mechanical properties of nanostructure of biological materials. J. Mech. Phys. Solids. 2004; 52 (9) :1963~1990