

一维瓦斯突出破碎阵面的恒稳推进*

郑哲敏** 陈力 丁雁生

(中国科学院力学研究所,北京 100080)

摘要

本文发展了一个解释煤与瓦斯突出一维模拟实验中观察到的破坏阵面恒稳推进的理论。与实验结果的比较表明,这个简化理论基本上是妥当的,从定量预报的工程观点看也是足够精确的。由此发现,有关的几何与材料参数可以组成一个表示煤中瓦斯特征渗流速度的参数 $\frac{\tau_{Mlk}}{A\sigma_0\mu}$ 。

关键词 煤与瓦斯突出、破坏阵面推进

俞善炳^[1]首先提出了计及瓦斯解吸的关于一维煤与瓦斯突出的连续与动量方程,还给出了关于破碎阵面恒稳推进的分析^[2]。丁晓良等^[2]对一维煤与瓦斯突出做了系统的实验室实验,发现在原始孔隙压力 p_0 足够高时发生恒稳推进。他们还观察到一些有趣的现象:(1)随着破碎阵面向煤体推进,在不同位置记录到的瓦斯压降波形保持不变;(2)煤碎片的厚度 Δz 与破碎阵面推进速度 w 之积同差值 $p_0 - \sigma_i$ 存在线性关系。这里 σ_i 为煤的抗拉强度,而差值 $p_0 - \sigma_i$ 实际上近于 p_0 ;(3)在突出实验中瓦斯解吸明显地不起作用;(4)由一个独特的静态单轴实验证实,煤体破碎发生于有效拉应力 $(1 - \epsilon_0)(\sigma - p)$ 超过 σ_i 之时。这里 ϵ_0 是初始孔隙率, p 是孔隙瓦斯压力, σ 是作用于煤的压应力。

本文试图提出一个关于破碎阵面恒稳推进的理论,以便进一步阐明瓦斯突出机理并用于定量的突出预报。文中使用陈力^[3]近期的实验结果及丁晓良等过去的数据检验这个理论,证实本文的简化理论基本是正确的。

1 流动图象

根据前面简述的实验发现,假设流动图象如图 1。

图中, I 区是渗流或扩散区,煤的质点速度可忽略 ($u_s = 0$); II 区称为破碎区,该区煤在 A 线开始破碎,导致两相流逐渐形成。当煤粒速度 u_s 增加到与瓦斯速度 w 相等时,破碎过程

1991-02-07 收稿,1992-07-08 收修改稿。

* 国家自然科学基金资助项目。

** 中国科学院力学研究所非线性连续介质力学开放实验室,北京 100080。

1) 俞善炳,中国科学院力学研究所研究报告,1989。

2) 陈力,中国科学院力学研究所硕士学位论文,1989。

即结束。该位置定义为 B ；III 区为两相流，IV 区为纯瓦斯流，V 区是右行激波后的空气，均处于常值状态。

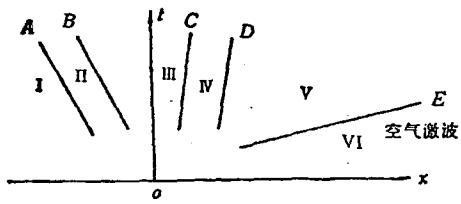


图 1 流动图象

令 III, IV, V 区的质点速度与压力相同，而且满足空气中正激波的压力-质点速度关系。根据文献[2]的实验观测，假设 A 与 B 平行且以速度 w 向未破坏的煤推进； C 与 D 分别表示固、气相前沿互相平行的质点轨迹及不同状态间的界面。

这个图象的确定性取决于是否能找到一个正确的解。下面将指出，在相当简单的假设下即存在这样一个解。

2 基本方程组

单位体积煤吸附的瓦斯量记作 q ，煤的真密度记作 ρ_0 。由于实验证实吸附不起作用， q 又远远小于单位体积中煤的质量 $(1 - \varepsilon_0)\rho_0$ ，在俞善炳提出的连续与动量方程中，含 q 及其偏导数的项均被忽略。于是有以下基本方程组：

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon\rho) + \frac{\partial}{\partial x}(\varepsilon\rho u) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(1 - \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x}[(1 - \varepsilon)u] = 0 \quad (\rho_0 = \text{const}), \quad (2)$$

$$\varepsilon\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \varepsilon\frac{\partial p}{\partial x} = -H, \quad (3)$$

$$(1 - \varepsilon)\rho_0\left(\frac{\partial u_0}{\partial t} + u_0\frac{\partial u_0}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial x}[(1 - \varepsilon)\sigma] + \tau\frac{\partial s}{\partial x} = H - \frac{\tau l}{A}. \quad (4)$$

后两动量方程相加，得

$$\begin{aligned} \varepsilon\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x}\right) + (1 - \varepsilon)\rho_0\left(\frac{\partial u_0}{\partial t} + u_0\frac{\partial u_0}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial x}[(1 - \varepsilon)\sigma] + \frac{\partial ps}{\partial x} \\ = -\frac{\tau l}{A}, \end{aligned} \quad (5)$$

这里 H 是一项待定的体积力，表示瓦斯与煤间的相互作用； τ 是管壁摩擦力； $\frac{A}{l}$ 表示水力学半径。

我们将把上述方程组应用于 I 与 II 区。

设坐标系 ξ 以速度 w 相对于 x 或实验室坐标系向左运动，亦即

$$\xi = x + wt, \quad (6)$$

其原点在 A 处。本文只考虑相对于惯性坐标系 ξ 的定常流动。在 ξ 坐标系，方程(1)–(5)化作

$$\varepsilon\rho(w + u) = \varepsilon_0\rho_0w = \dot{m}, \quad (7)$$

$$(1 - \varepsilon)\rho_0(w + u_0) = (1 - \varepsilon_0)\rho_0w = \dot{m}_0, \quad (8)$$

$$\varepsilon\rho(w + u)\frac{du}{d\xi} + \varepsilon\frac{dp}{d\xi} = -H, \quad (9)$$

第4期

郑哲敏等：一维瓦斯突出破碎阵面的恒稳推进

379

$$(1-\varepsilon)\rho_i(w+u_i)\frac{du_i}{d\xi} + \frac{d}{d\xi}[(1-\varepsilon)\sigma] + p\frac{d\varepsilon}{d\xi} = H - \frac{\tau l}{A}, \quad (10)$$

$$\varepsilon\rho(w+u)\frac{du}{d\xi} + (1-\varepsilon)\rho_i(w+u_i)\frac{du_i}{d\xi} + \frac{d}{d\xi}[(1-\varepsilon)\sigma] + \frac{dp\varepsilon}{d\xi} = -\frac{\tau l}{A}. \quad (11)$$

3 I 区的渗流及恒稳推进条件

在 I 区, 有

$$\varepsilon = \varepsilon_0, u_i = 0, p = a^2\rho,$$

$$a^2 = \text{const} \text{ (等温假设)}, H = \frac{e_0^2 \mu}{k} u \text{ (Darcy 定律)}, \quad (12)$$

其边界条件为

$$\xi = 0, p = p_1,$$

$$\xi = -\infty, p \rightarrow p_0,$$

于是, (7)式化为

$$\frac{p}{p_0} = \frac{1}{1 + \frac{u}{w}}. \quad (13)$$

由于 $w \ll a$, $p \approx p_0$, (11) 式化为

$$\frac{d\sigma'}{d\xi} + \frac{dp}{d\xi} = -\frac{\tau l}{A}, \quad (14)$$

式中 $\sigma' = (1 - \varepsilon_0)(\sigma - p)$ 是有效应力, 代换了(11)式中骨架的应力 σ .

俞善炳的模型把煤视作刚体, 于是 τ 既可当作极限剪应力, 也可当作干摩擦力. 不管是那一种, 只要“运动”正好要起动, 总可以认为 $\tau = \pm \tau_M (= \text{const})$. 从物理上看, 在接近 $\xi = 0$ 处, 运动刚开始且朝 $\xi > 0$ 方向, 应有 $\tau = \tau_M$. 远离 $\xi = 0$ 处, 亦即 $\xi \ll 0$, τ 必定为零. 因此, 积分(14)式时, 我们取 $\tau = \tau_M$, 并且预料仅当 $\sigma' < 0$ 时 ($\xi = 0$ 除外, 那儿 $\sigma = 0$) 有正确的解. 于是,

$$\sigma' = -\frac{\tau_M l}{A}\xi + (p_1 - p), \quad (15)$$

σ' 随 ξ 变化趋势如图 2 所示. 由图可见 $\frac{\tau_M l}{A}$ 实上

际上是阻力梯度. 值得注意的是图中的 T 点.

破碎阵面的恒稳推进要求在 T 点满足

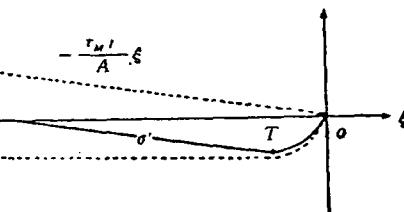


图 2 有效应力 σ' 分布示意图

$$\sigma' = -\sigma_t, \frac{d\sigma'}{d\xi} = 0.$$

因此,

$$p_T = \frac{1}{1 + \eta}, \quad (16)$$

$$\frac{\tau_M l}{A p_0} \xi_T = s - p_T + p_1, \quad (17)$$

这里 $\rho_T = \frac{\rho_T}{\rho_0}$, $s = \frac{a_T}{\rho_0}$, $\eta = \frac{\tau_M l k}{A \epsilon_0 \mu w}$. 由此, 积分(9)式, 采用与处理(14)式同样的近似可推出

$$\frac{1 - \rho_1}{1 - \rho_T} = \ln \frac{1 - \rho_1}{1 - \rho_T} = 1 + \frac{s}{\eta}. \quad (18)$$

比较 η 的定义与(13)及(16)式, 我们发现

$$\eta = \frac{u_T}{w}. \quad (19)$$

因此, η 实际上是在拉断点 T 处渗流速度与推进速度的比值, 而渗流速度 u_T 与煤的材料性质及煤层几何参数间有简明的关系, 即

$$u_T = \frac{\tau_M l k}{A \epsilon_0 \mu}. \quad (20)$$

通常由(18)式得不到 ρ_1 的解析表达式, 但是, 可用叠代法算出 ρ_1 .

4 恒 稳 推 进

在这一节, 我们将计算推进速度 w 和其他有关的量. 为此, 我们必须寻找 II 区的一个解. 由 A 开始到 B 结束的破碎过程是极复杂的. 实质上, 煤与瓦斯间相互作用借助 H 表达仍是空的. 在这个区域, 还没有一个能较好地描述 H 的提法. 下面我们将仅仅用(11)式那样的动量方程, 而且除 I 区外令 $\tau = 0$. 这样, 只考虑包含 II 区两端点流动量的积分关系就可以了(图 3). 需指出, 在 II 区任一端均可设 $\sigma = \rho$.

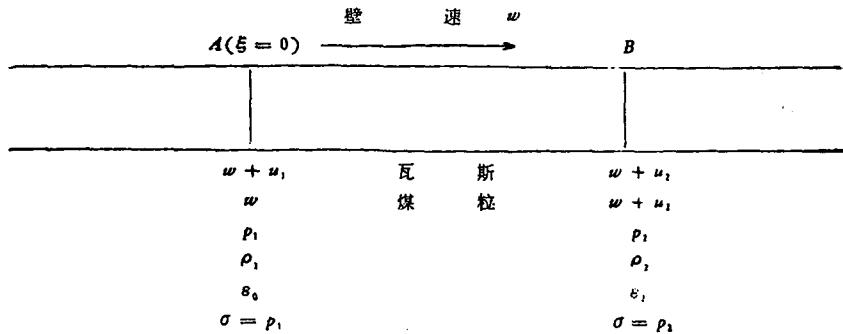


图 3 II 区两端点物理量示意图

取 $\tau = 0$, 积分(11)式, 忽略小量得

$$\rho_2 = \rho_1 - (1 - \epsilon_0) \rho_1 w u_{10}. \quad (21)$$

由(8)式得

$$\epsilon_2 = \frac{\frac{u_2}{w} + \epsilon_0}{\frac{u_1}{w} + 1}, \quad (22)$$

由(7)式得

$$\rho_2 = \frac{\epsilon_0 \rho_0}{\frac{u_2}{w} + \epsilon_0}. \quad (23)$$

下面将运用包含 A 与 B 两端状态的能量方程。对于 $\tau=0$ 与定常流动，考虑近似条件 $\frac{p}{\rho} \approx O(a^2)$ 与 $\left(\frac{w+u}{a}\right)^2 \ll 1$ ，它可以写作

$$\begin{aligned} \frac{\epsilon_0 - \rho_0}{1 - \epsilon_0} \frac{\rho_0}{\rho_2} \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left(\frac{p_2}{\rho_2} - a^2 \right) + \frac{1}{\rho_2} (p_2 - p_1) \\ + \frac{1}{2} (w + u_2)^2 - \frac{1}{2} w^2 + C(T_2 - T_1) = 0, \end{aligned} \quad (24)$$

式中 T 表示煤的温度， C 为单位体积煤的比热。按照图 1 描述的流动图象，整个 III, IV, V 区的压力和质点速度都必须分别等于 E 处的 p 和 u 。如此， p_2 与 u_2 满足 E 处的激波条件。由于超压 $p_2 - p_0$ 很小，可用声波近似

$$p_2 = p_0 + \rho_0 c_s u_2, \quad (25)$$

式中 p_0 是环境气压， ρ_0 是环境空气密度， c_s 是空气声速。倘若 $C(T_2 - T_1)$ 已知，则可由方程(18), (21), (23), (24)与(25)求解 p_2 , ρ_2 , u_2 , p_1 和 w 。

由于不知道 $C(T_2 - T_1)$ ，在下面的数值计算中设 $C(T_2 - T_1) = 0$ 。现场经验表明，突出时气温略有下降。由于突出过程快，煤与瓦斯之间来不及换热，而且煤体热容量大，在分析破碎阵面传播时忽略煤温变化是不失一般性的。应当指出，煤颗粒是个大热源或散热体，温度有一点小变化就可能导致计算结果发生显著改变。气温与煤温变化对突出的影响，在以后更精细的研究中宜予考查。

5 理论结果与实验的比较

这里的实验数据引自丁晓良等的文章^[2]，增补的数据取自陈力近期的实验¹⁾。后者不仅包括作为原始孔隙压力 p_0 函数的推进速度 w ，还有质点速度 u_2 的测量。

图 4 是 $w-p_0$ 实验测点，数据取自于丁和陈的工作。当实验用有机玻璃管做，试样用不同颜色做标记时，陈力成功地用高速摄影仪测量了 u_2 （图 5）。

理论计算中选用以下参数： $\gamma_c = 1.4$, $\gamma = 1.3$, $c_s = 350 \text{ m/s}$, $a = 285 \text{ m/s}$, $\rho_0 = 1.6 \text{ t/m}^3$, $u_T = 0.10 \text{ m/s}$, $\sigma_t = 0.02 \text{ MPa}$, $p_0 = 0.1 \text{ MPa}$, $T_2 - T_1 = 0$, $p_0 = 0.2-1.0 \text{ MPa}$, ϵ_0 取自丁与陈的实验，分别为 0.25 与 0.75。

根据丁晓良的实验数据及本文的理论模型推算， $\tau_M \sim 0.16 \text{ MPa}$ ，与实测壁面摩擦力的值相当。

对应于 $u_T = 0.1 \text{ m/s}$, w 与 u_2 的理论值随 p_0 的变化，以及实验结果分别绘于图 4 与图 5。尽管总体的一致性是显然的，但定量看拟合得还不够满意。根据现象的复杂性和我们理论探讨的初步性，这些结果还是可以接受的。从工程观点看，这样的理论是可用的。

1) 陈力，中国科学院力学研究所硕士学位论文，1989。

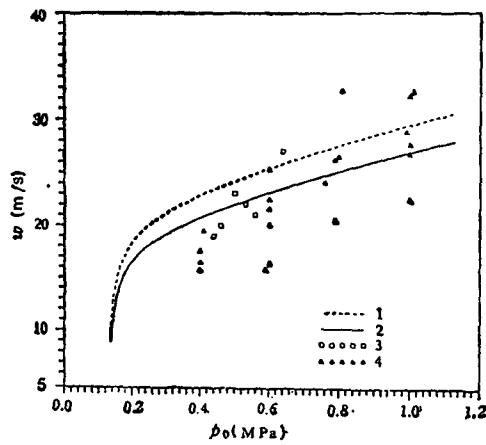


图4 推进速度 w 的理论结果与实验结果的对比
1—理论曲线, $\sigma_0 = 0.25, u_T = 0.1\text{m/s}$; 2—理论曲线,
 $u_T = 0.1\text{m/s}$; 3—陈力实验点 $\sigma_0 = 0.35$,
4—丁晓良实验点, $\sigma_0 = 0.25$

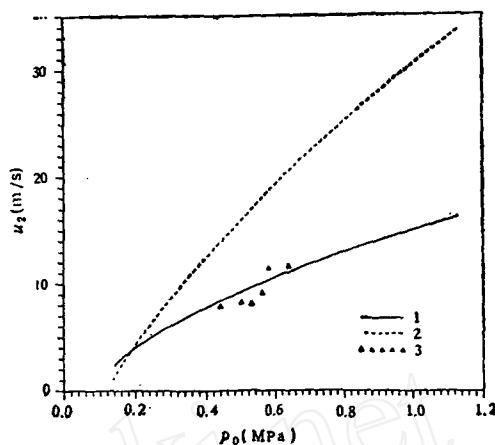


图5 推进速度 u_2 的理论结果与实验结果的对比
1—(27)式理论结果, $\omega = 0.25$; 2—理论曲
线, $\sigma_0 = 0.35, u_T = 0.1\text{m/s}$; 3—陈力实验点,
 $\sigma_0 = 0.35$

6 讨 论

首先讨论一个有启发性的想法——不援引恒稳推进条件, 借助一个半经验公式确定 u_2 。假定含在单位体积煤内突出时可用来驱动煤的动能, 可以等于孔隙瓦斯由原始压力 p_0 等膨胀到环境压力 p_a 所做的功。于是

$$E = \frac{\varepsilon_0 p_0}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{p_a}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]. \quad (26)$$

现在, 假设只有某个固定份数 ω 的能量可以转变成煤的动能。这样, 我们有

$$\frac{\omega \varepsilon_0 p_0}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{p_a}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] = \frac{1 - \varepsilon_0}{2} \rho_s u_2^2,$$

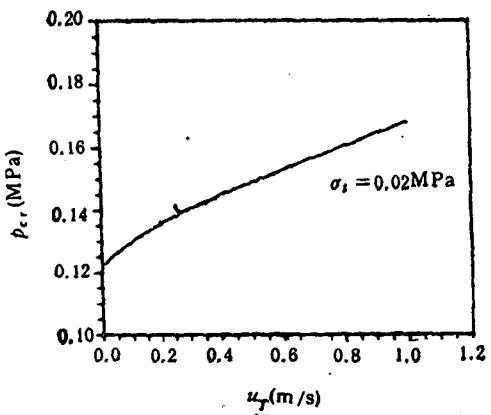


图6 p_{cr} 随 u_T 变化的数值实验结果

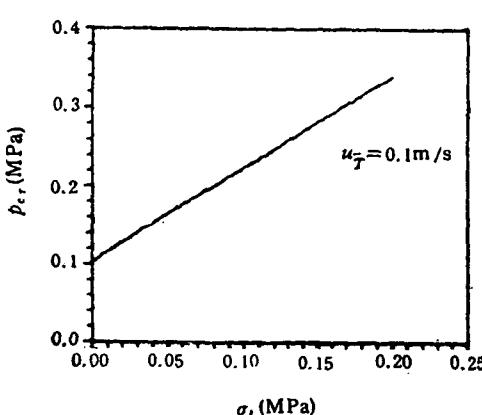


图7 p_{cr} 随 σ_t 变化的数值实验结果

由此可得

$$u_2 = \omega^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{1 - \varepsilon_0} \frac{1}{\gamma - 1} \frac{2p_0}{\rho_s} \left[1 - \left(\frac{p_0}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}. \quad (27)$$

当 ω 取适当常值时,(27)式给出的理论结果与实验大体一致(见图 5, $\omega = 0.2$)。

由分析和计算看到,对于给定的几何参数与材料常数,瓦斯压力 p_0 存在最小值 p_{cr} , 低于它恒稳推进就不可能再发生。单单改变 u_T 而保持别的参数不变, p_{cr} 随 u_T 变化的趋势见图 6. 类似地, p_{cr} 随 σ_i 变化的趋势见图 7. 在这两种情况下 p_{cr} 随 u_T 和 σ_i 增加, 意即当其他因素相同, 对应于管壁阻力较大(或者, 对应于孔隙瓦斯较易渗透)和煤强度较大的情况, 为了维持恒稳推进, 就需要较高的原始孔隙压力。由(16),(17),(21),(25)式和条件 $p_0 = p_{cr}$ 推得

$$p_{cr} - p_0 - \sigma_i = [(1 - \varepsilon_0)\rho_s w_{cr} + \rho_a c_a] u_{cr} - \frac{\tau_M l}{A} \xi_{T,cr} + \frac{u_T}{w_{cr}} p_T, \quad (28)$$

该式右端项可视为 u_T , σ_i 的函数。由数值模拟给出以下经验公式:

$$p_{cr} - p_0 - \sigma_i = (25.5\sigma_i^{0.71} + 1.73 \times 10^4)u_T^{\frac{1}{2}}, \quad (29)$$

式中 p_{cr} , p_0 与 σ_i 的单位为 Pa, u_T 为 m/s。

另外, 考虑一个反映地应力 σ_{tcc} 与强度 σ_i 的粗略近似关系

$$\sigma_i = \sigma_i^0 - \beta \sigma_{tcc}, \quad (30)$$

同样可以用数值模拟方法给出 p_{cr} 与地应力的关系。(30)式中 σ_i^0 与 β 为常数。 p_{cr} 应当随 σ_{tcc} 加大而减小, 恒稳推进的可能性随 σ_{tcc} 增加而增加, 这是可以预料的。数值实验结果见图 8. 当 $u_T = 0.1$ m/s, $\beta = 0.1$, $\sigma_i^0 = 0.02$ MPa 时,

$$p_{cr} = 0.13(10^6 - \sigma_{tcc}), \quad (31)$$

式中 p_{cr} 与 σ_{tcc} 的单位为 Pa。

最后, 我们将 ξ_T 与 p_0 的关系绘于图 9. 有意思的是对于给定的 u_T 存在最小拉断厚度。为解释这个现象按另一个样式重画图 9 与图 10. 图中通过原点的倾斜直线表示壁面阻力 $\frac{\tau_M l}{A}(-\xi)$, 标有 p_0 值的曲线表示压差 $p - p_0 - \sigma_i$, p 为 ξ 处的瓦斯压力。这两条线的切点

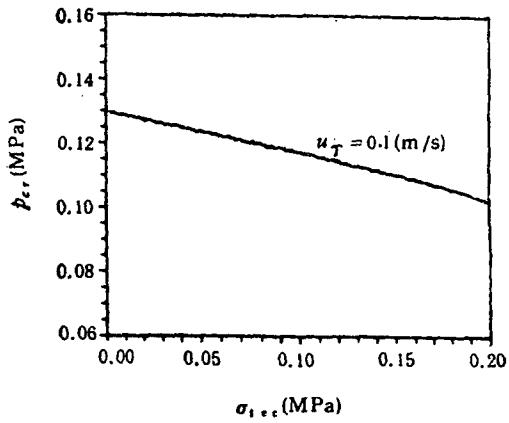


图 8 p_{cr} 随 σ_{tcc} 变化的数值实验结果

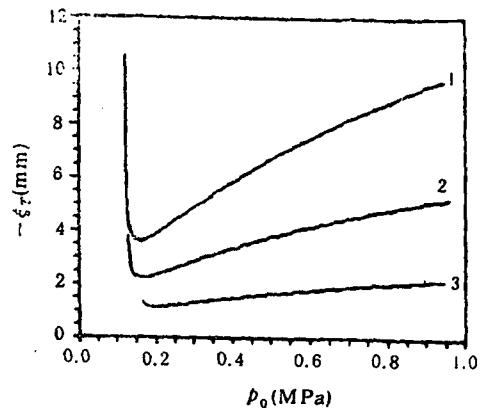
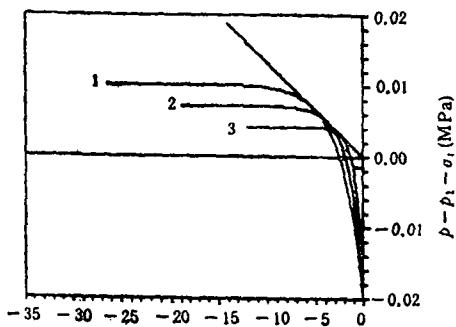


图 9 ξ_T 与 p_0 的关系

1— $u_T = 0.01$ m/s, 2— $u_T = 0.1$ m/s,
3— $u_T = 1$ m/s

图 10 ξ_r 与压差的关系曲线

1— $p_0 = 1 \text{ MPa}$, 2— $p_0 = 0.13 \text{ MPa}$,
3— $p_0 = 0.14 \text{ MPa}$

就是使方程(17)能成立的 T 点。 σ_t 在 T 点达到极值这一现象通过这两条线相切反映出来了。很清楚, T 的横坐标即 $-\xi_{T^*}$ 。

图 10 告诉我们, $|\xi_{T^*}|$ 的大小与 $\xi = 0$ 处的压力梯度 $\frac{dp}{d\xi}$ 有关, 意即 $|\xi_{T^*}|$ 的较大值对应于 $\left| \left(\frac{dp}{d\xi} \right)_{\xi=0} \right|$ 的较小值, 反之亦然。

由(7),(9),(12)式得到

$$-\frac{dp}{d\xi} \Big|_{\xi=0} = \frac{\varepsilon_0 \mu}{k} w \left(\frac{1}{p_1} - 1 \right).$$

令 $G = -\frac{dp}{d\xi} \Big|_{\xi=0}$, 则

$$\frac{k}{\varepsilon_0 \mu} \frac{dG}{dp_0} = \left(\frac{1}{p_1} - 1 \right) \frac{dw}{dp_0} + w \frac{d \left(\frac{1}{p_1} - 1 \right)}{dp_0}.$$

注意到该式右端第一项总是正的, 而第二项总是负的。我们发现 p_0 大时第二项小, 以致 $\frac{dG}{dp_0} > 0$; p_0 小时, 由于 $\frac{1}{p_1} - 1$ 的导数负得很大, 第二项起主要作用, 以致 $\frac{dG}{dp_0} < 0$ 。这样就可以解释 $|\xi_{T^*}|$ 有极值了。

7 结语

基于丁晓良等与陈力的实验工作以及俞善炳的理论工作, 本文提出了一个考虑到实验现象的简化理论。在推进速度、抛掷速度和碎煤的特征厚度方面理论和实验达到令人满意的—致, 这意味着该理论至少在实验室条件下是有用的。对激波超压及临界压力的预计有待检验。本文在一个较宽的参数范围内进行了数值模拟, 其中包括发现: (1) 存在一个临界原始瓦斯压力, 低于它破碎阵面的恒稳推进就不可能了; (2) 存在一个恰与临界压力对应的最大破碎厚度。地应力的影响也作了简略讨论。

为了应用于煤矿的实际情况, 还有许多工作要做。其中包括重力与构造应力对 τ_M 与 σ_t 的影响必须较仔细地考虑。

破碎阵面的恒稳推进是瓦斯突出的一种理想运动形态。现场条件下, 各种参数不均匀, 运动又不限于一维, 突出阵面的推进规律尚待研究, 可能不恒稳。尽管如此, 对理想运动形态的研究仍有很重要的理论与应用价值。

参 考 文 献

- [1] 俞善炳, 力学学报, 1988, 20(2): 128—137.
- [2] 丁晓良等, 中国科学, A 辑, 1989, (6): 600—607.