

# 尾迹型流动中的旋涡位错研究

凌国灿

(中国科学院力学研究所 LNM, 北京 100080)

**摘要** 三维 N-S 方程数值解表明尾迹型流动时 - 空发展由于展向非均匀性在下游产生旋涡位错。描述了它的基本特征与动力学过程。研究表明，旋涡位错是一个连续的涡旋动力学过程，它不是突然的现象和事件。这个过程是运动中展向涡量向流向及垂向显著转变的过程。涡核是不会断裂的，旋涡位错是流场中展向涡量在某些条件下的重新分布和转移。讨论了旋涡位错的一般定义和发生机制。

**关键词** 旋涡位错，尾迹型流动，涡量场，N-S 方程

## 引言

许多前人实验研究表明旋涡位错是钝体尾迹三维性的一个基本特征，对应于不同的三维流动条件旋涡位错将呈现出不同的类型，其对应的变化十分敏感，如“旋涡撕裂与再联”(splitting and reconnection)，旋涡“打结”(kinks)，出现“空洞”(holes)，大尺度图斑状旋涡位错(spot-like vortex dislocation)等等，这些可在柱径有变化的尾迹，或台阶柱，或有柱体端部影响的流动中观察到。详细情况可参考前人的实验研究和评述，如 Gerrard<sup>[1]</sup>, Bearman<sup>[2]</sup>, Lewis & Gharib<sup>[3]</sup>, Eisenlohr & Eckelmann<sup>[4]</sup>, Williamson<sup>[5,6]</sup>, Papangelou<sup>[7]</sup> 等等。也有表现出一种原来是连续性主涡卷脊的断裂(local break of continuity appearing on the spinal column of a main vortex row)，这种现象是在均匀柱绕流随机出现的自然旋涡位错<sup>[8]</sup>；又或者有旋涡分叉与相交(branching interaction)，它们可以在混合剪切层三维演化流场中观察到<sup>[9]</sup>。由于旋涡位错的发生与破裂紧密地关联到湍流的发生，是流动转换的一种新机制，同时，它也与柱体受力的变化紧密相关。因此旋涡位错问题受到广泛的关注。但旋涡位错是高度三维的，有复杂的拓扑结构。实验图象显示难以提供旋涡位错详细的的动力学过程和内部的实际结构，也因此对动力学特征的认识和了解还很少。过去的研究也很少涉及这个问题。此外，对旋涡位错形成的机制的理论解释，过去都是建立在无粘旋涡动力学理论框架上的，难以解释发生在粘性不能忽略的真实流动的涡旋位错。因此进一步理解和认识旋涡位错的机制和动力学是有意义的、必要的。

本文对一个尾迹型流动的时 - 空发展，即它的不稳定性、非线性发展和空间非均匀演化作直接数值模拟。我们特别追踪和分析尾迹中涡量场从展向向流向及垂向的显著转移，结合其它流动关键物理量的时 - 空变化，清楚地描述旋涡位错的成形细节，说明旋涡位错形成动力学。通过研究对什么是旋涡位错(包括它的定义)以及尾迹是如何通过旋涡位错协调了流动中旋涡脱落单元间具有不同频率、强度和相位的差异有一个较为透彻的了解。我们也研究了不同展向的不均匀性对旋涡位错的影响及流动转换特征的计算和分析。由于本论文篇幅的限制这儿主要是报导上述内容。

本文研究的是尾迹型剪切流动的演化而不是一个实际柱体的绕流流动, 参考文献 [10] 的研究, 在柱体近尾迹最不稳定处, 以尾迹的时均流向速度剖面作来流, 它的时空发展可以在性质上再现绕柱流动的特征。这样可以大大减少真实柱体三维绕流的大量计算工作, 但它仍然没有失去对旋涡位错原理的一般性认识。

## 1 数值计算

本文计算中来流速度剖面取为  $U(y, z) = 1.0 - a(z)(2.0 - \cosh(by)^2)e^{-(cy)^2}$ 。它表示在圆柱近尾迹中最不稳定点处流向速度时均分布。参数  $a(z) = 1.1 + 0.4e^{-z^2}$ , 引入  $a(z)$  表示来流速度动量亏损上的展向变化, 它随展向距离指数衰减, 剖面中  $b = 1.1$ ,  $c = 1.2$ , 参数是参考文献 [10] 的 DNS 解和文献 [11] 的实验给出。这种速度不均匀分布, 可以大体上比拟为柱径具有局部扰动的绕流尾迹情况。它虽不是真实绕流的模拟, 但与其具有相似性。该流动的时-空演化是通过三维 N-S 方程高精度解直接数值计算实现的, 所用的是紧致有限差分与 Fourier 谱结合的方法 [12,13]。在该方法中, 假设流动在展向具有周期性的, 因此第  $m$  阶 N-S 方程的 Fourier 分量方程为

$$\frac{\partial \mathbf{u}_m}{\partial t} + F_m[(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}] = -\nabla_m p_m + \frac{1}{R} \nabla_m^2 \mathbf{u}_m \quad (1)$$

方程的时间离散, 用三阶混合显式-隐式方法, 方程分解为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\mathbf{u}'_m - \sum_{q=0}^{J_i-1} \alpha_q \mathbf{u}_m^{n-q}}{\Delta t} &= - \sum_{q=0}^{J_e-1} \beta_q F_m[(\mathbf{u}^{n-q} \cdot \nabla) \mathbf{u}^{n-q}] \\ \frac{\mathbf{u}''_m - \mathbf{u}'_m}{\Delta t} &= -\nabla_m p_m^{n+1} \\ \frac{\gamma_0 \mathbf{u}_m^{n+1} - \mathbf{u}''_m}{\Delta t} &= \frac{1}{Re} \nabla_m^2 \mathbf{u}_m^{n+1} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中  $\mathbf{u}'_m, \mathbf{u}''_m$  为速度中间计算值,  $J_i, J_e$  为计算参数,  $\alpha_q, \beta_q, \gamma_0$  是选择的权重系数。

对于上述方程中的非线性项, 用伪谱方法, 及 5 阶迎风紧致差分格式计算。求解压力和速度的 Helmholtz 方程。用 9 点 4 阶精度的紧致格式计算, 非均匀项用 6 阶中心差分格式计算, 详细情况可以参考文献 [13]。本文给出半离散的压力边界条件以及推广的无反射出口速度边界条件 [12]。雷诺数  $Re = \frac{U_0 D}{\nu} = 200$ 。 $U_0, D$  分别是远方的均匀流速及流动特征长度。计算域在流向、横向与展向分别为 100, 30, 30( $D$ )。Fourier 模数为  $N = 64$ , 在  $x, y$  平面内网格格点为  $202 \times 62$ 。为了验证上述方法, 本文计算了一个展向均匀的尾迹型剖面流动, 所得的  $St = 0.189$  与前人数值计算解 ( $St = 0.195$ <sup>[10]</sup> 及 DNS 数值解  $St = 0.179$ <sup>[14]</sup>) 都比较接近。

## 2 数值结果

长时间数值模拟结果表明在流动的中下游出现一系列对称扭曲缠绕的旋涡位错, 如图 1 所示。图上也可以看出有流向和垂向涡与大尺度扭曲展向涡联接。我们用等涡量面, 速度脉动分布等描述旋涡位错的生成与特征, 但其中的涡联 (linkages) 以及具有相反符号的涡是如何联结的

仍然不能从等涡面上看清楚。为了弄清旋涡真实的空间联结以及动力学过程, 我们研究一系列从涡卷不同位置上发出的涡线, 追踪它们在下游不同位置上的变化以及空间走向, 典型例子可见图 2。结果表明, 在上游, 涡线开始沿展向扭曲, 沿下游的一定距离, 它以有了较强的扭曲 (见图 2(a))。在中下游, 我们可以看到有一组涡线从一端出发在展向中心经历很大的扭曲变化而达

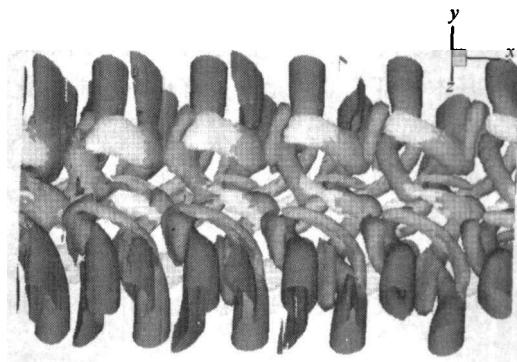


图 1 尾迹中下游处等涡量面  $t = 300.0$ ,  $\omega_z = \pm 0.12$ ,  $\omega_x = \pm 0.1$ ,  $\omega_y = \pm 0.06$

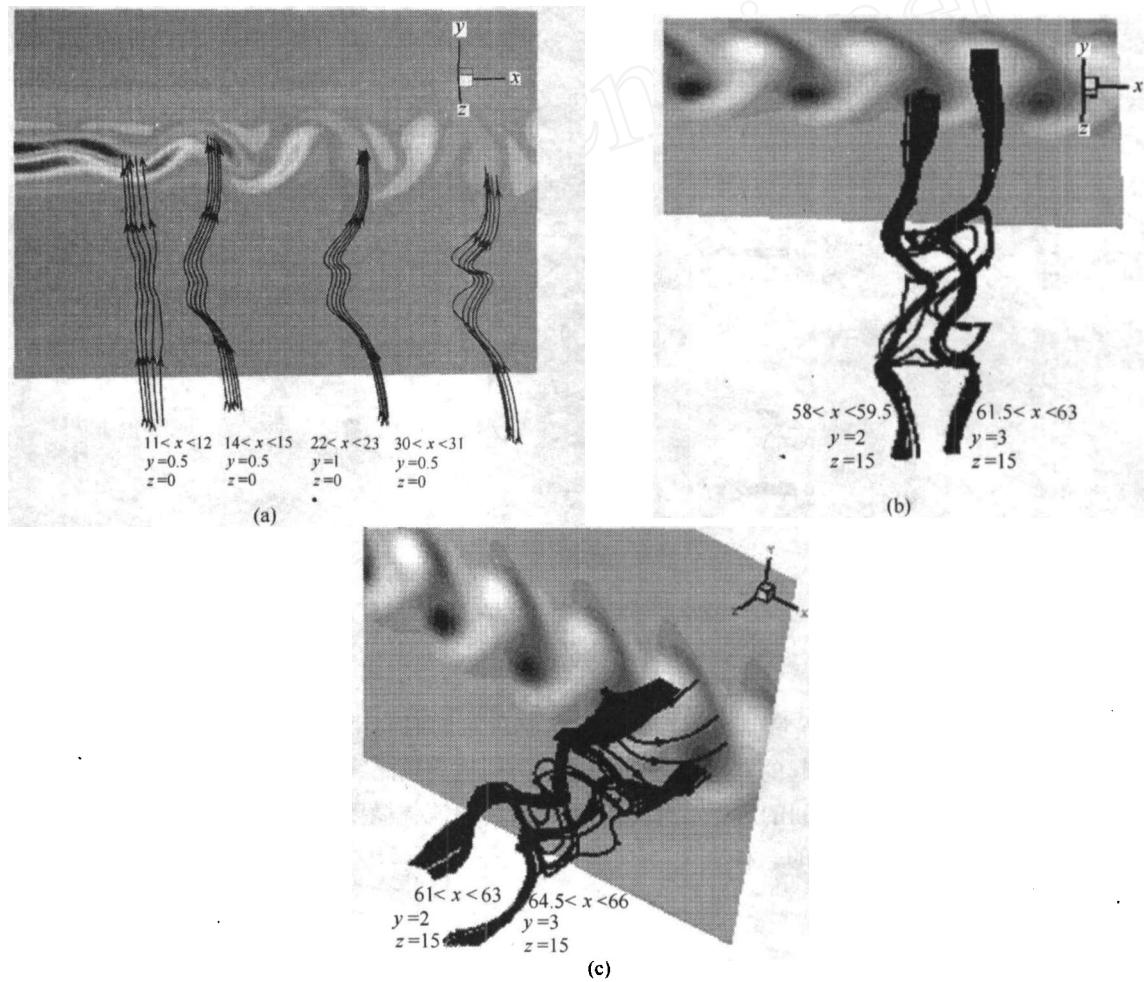


图 2 由不同起始点或展向另一端画出端点的涡线, 背景图为在  $z = -15$  位置上的  $\omega_z$  涡图

到展向另一端，而另一组往上游经过  $180^\circ$  的拐弯走进了上游紧邻的涡卷（见图 2(b)）。从同一涡不同垂向位置上另一部分涡线是弯向下游而加入紧邻的展向涡，这表明一个正涡的部分与紧邻的负涡相接的真实情况，恰似它们从正涡中“撕裂”出来。这种“撕裂”、“再接”的实际是涡量场在方向和数量上的显著转换。一个正涡与负涡的连接是一种跨涡街的模式。很显然，这种展向涡的扭曲，以及跨涡街再连现象伴随着有流向涡与垂向涡的生成。图 2c 是旋涡位错内和它与临近涡之间涡线的变化，从涡线的空间变化性态可以概括出发展了的旋涡位错的基本特征，也即旋涡位错内旋涡联接的基本特征，即它是：具有重大扭曲变化的展向涡；跨涡街联结的流向与垂向涡；以及与非紧邻展向涡的缠绕。图 3 是旋涡位错初期发展的等涡量面，它清楚说明了由于来流局部非均匀性使流动不稳定性的发展，对应形成的涡街沿展向的不同步。它们脱落的相位及强度沿展向改变，同时由于这种空间的不均匀演化而导致旋涡位错出现。我们从脱落涡初相位计算及旋涡强度计算中找到了变化率最大的空间位置，而正是在这些位置上出现了流向涡及垂向涡分量，从而使我们认识到旋涡位错出现的机制。

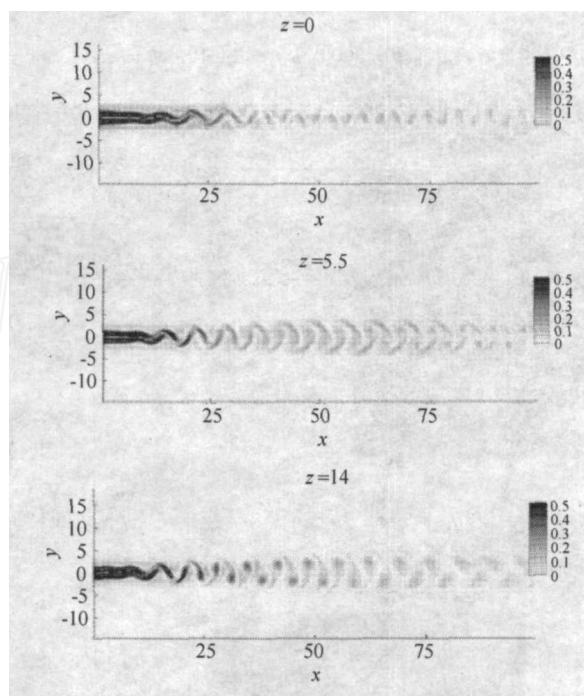


图 3 不同展向上的展向涡量分布  $t = 260$

本文的 DNS 解获得了涡量、速度等流场关键物理量的时-空分布和频谱特征以及子波分析结果。得到了旋涡位错引起的流动的转换特征。特别地，从涡线特征可以看到空间点上涡量存在着无序变化的。这种空间的无序变化表明实际流场中流体微团旋转在方向和大小上的无序变化，是流动发生局部湍流的一种表征。

### 3 结 论

本研究表明在三维旋涡脱落流动中相邻涡旋在相位、频率或强度的突变时出现展向涡量向

流向及垂向的显著转变并破坏原有基本的对称性，形成大尺度三维复杂涡连结构。这种现象称为旋涡位错。基本对称性的破坏是指基本流动动力学量形成的广义相空间中的图象的缺损。旋涡位错是一个连续的涡旋动力学过程，它不是突然的现象和事件。这个过程是运动中存在展向涡量向流向及垂向显著转变的过程。涡核是不会断裂的，旋涡位错是流场中展向涡量在某些条件下的重新分布和转移。

**致谢** 本项研究受国家基础研究重大项目 G1999032801，自然科学基金 No.10272104 及中国科学院创新项目支持。参加本工作的还有赵红亮、牛家玉。

## 参 考 文 献

- 1 Gerrard J H. The three-dimensional structure of the wake of a circular cylinder cylinder. *J Fluid Mech*, 1996, 25: 143
- 2 Bearman P W. Vortex shedding from slender cones at low Reynolds numbers. *Bluff-Body Wakes, Dynamics and Instabilities*, IUTAM Symposium Göttingen, Germany, 1992
- 3 Lewis C G, Gharib M. An exploration of wake three-dimensionalities caused by a local discontinuity in cylinder diameter. *Phys Fluids*, 1992, A4: 104~117
- 4 Eisenlohr H, Eckelmann H. Vortex splitting and its consequences in vortex street wake of cylinders at low Reynolds number. *Phys Fluid*, 1989, A1: 189
- 5 Williamson C H K. The natural and forced formation of spot-like vortex dislocations in the transition of a wake. *J Fluid Mech*, 1992, 243: 393~441
- 6 Williamson C H K. Vortex dynamics in the cylinder wake. *Annu Rev Mech*, 1996, 28: 477~539
- 7 Papangelou A. Vortex shedding from slender cones at low Reynolds numbers. *Bluff-Body Wakes, Dynamics and Instabilities*, IUTAM Symposium Göttingen, Germany, 1992
- 8 Braza M, Faghani D, Persillson H. Successive stages and the role of natural vortex dislocation in three-dimensional wake transition. *J Fluid Mech*, 2001, 439: 1~41
- 9 Dallard T, Browand F K. The growth of large scales at defect sites in the plane mixing layer. *J Fluid Mech*, 1993, 247: 339~368
- 10 Karniadakis G E, Triantafyllou G S. Three-dimensional dynamics and transition to turbulence in the wake of bluff objects. *J Fluid Mech*, 1992, 238: 1~30
- 11 Nishioka M, Sato H. Measurements of velocity distributions in the wake of a circular cylinder at low Reynolds numbers. *J Fluid Mech*, 1974, 65: 97~112
- 12 Xiong Z M, Ling G C. Compact finite difference-fourier spectral method for three-dimensional incompressible Navier-Stokes equation. *ACTA Mechanica Sinica*, 1996, 12(4): 296~306
- 13 Ling G C, Xiong Z M. Generation of large-scale vortex dislocations in a three-dimensional wake-type flow. *Science in China (series A)*, 2001, 44(12): 1585~1595
- 14 Triantafyllou G S, Karniadakis G E. Computational reducibility of unsteady viscous flow. *Phys Fluids A*, 1990, 2: 653~658