

高孔隙岩石中压实带的产生与演化

鲁晓兵¹ 王淑云¹ 王义华¹ 崔鹏²

(¹ 中国科学院力学研究所, 北京, 1000802) (² 中国科学院成都山地灾害与环境研究所, 成都, 610041)

摘要 最近的现场调查和实验研究表明, 薄的平直的纯压实变形区(压实带)会出现于岩石中。由于压实带内孔隙减小而成为水库、蓄水层或油田油气的渗流障碍, 压实带有重要的应用价值。对岩石中压实带的产生和演化进行了研究。结果表明, 热效应使得压实带扩张, 应变硬化效应使压实带缩小。

关键词 轴向载荷, 压实带, 小扰动方法

分类号

文献标识码

文章编号

THE FORMATION AND EVOLUTION OF COMPACTION BAND IN HIGH POROUS ROCKS

Lu Xiaobing¹ Wang Shuyun¹ Wang Yihua¹ Cui Peng²

(¹ Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing, 100080)

(² Institute of Mountain Hazard and Environment, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, 610041)

Abstract By site investigation and experimental study, it is shown that thin and straight pure compaction band may occur in high porosity rocks. The compaction band may become the obstacle of underground water or oil and gas in rocks because of the decrease of porosity in compaction band. Therefore, it is important to study the compaction band for oil and gas exploration and the construction of reservoir and tunnel. The evolution of compaction band is theoretically analyzed. It is shown that the strength of rock makes the band shrink while the temperature makes the band extension.

Key words high porosity rocks, axial compress loading, compaction band

1 引言

最近, Mollema 和 Antonelli^[1] 的研究表明, 高孔隙岩石中会产生局部化的压实带。这些压实纯压实性的薄的扁平区域, 特征是孔隙减小(从20%~25%减小到百分之几)。由于孔隙减小, 压实带可以挡住烃类(如石油或天然气)的运动而使其聚集或成为岩石中流体流动的障碍。Olsson 等^[2,3,4]用 Rudnicki 和 Rice^[5]的方法对压实带产生条件进行了简要分析和实验研究。

$$[(1-n)\rho_s + n\rho_w]c_v \frac{\partial \theta}{\partial t} - \lambda \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = C_1 E_r \sigma_e \frac{\partial \epsilon}{\partial t} \quad (1)$$

其中 n 是孔隙率, ρ_s , ρ_w 分别为固相和水的密度, θ 是温度, σ_e 是有效应力, ϵ 是轴向应变, λ 是热传导系数, c_v 是等容比热, E_r 是卸载模量, C_1 是常数。

2 控制方程

在本文中, 我们将主要分析热力耦合作用下压实带产生的条件, 用文献 Lu^[4]的方法。

考虑岩体受轴对称压实应力, x 轴沿垂向, y 轴沿水平方向。热功方程为^[6]:

$$\rho \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \sigma_e}{\partial x^2} = \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} \quad (2)$$

该项目得到国家自然科学杰出青年基金(No. 40025103)和国家自然科学基金(No. 10202024)的资助。
作者 鲁晓兵 简介: 男, 1968年出生, 副研究员, 主要从事岩土力学、海洋工程和灾害防治工作。

其中 $\rho = (1-n)\rho_s$, X, Y 分别为 x 和 y 方向的体积力, X 是常数(等于重力), 这样方程(2) 成为:

$$\rho \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \sigma_e}{\partial x^2} = 0 \quad (3)$$

故本问题的控制方程为:

$$\begin{cases} [(1-n)\rho_s + n\rho_w]c_v \frac{\partial \theta}{\partial t} - \lambda \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = C_1 E_r \sigma_e \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \\ \rho \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \sigma_e}{\partial x^2} \end{cases} \quad (4)$$

其中 C_1, E_r 均为 p 的函数。

下面给出控制方程(4)的无量纲形式^[7]:

$$\begin{cases} \frac{E_r \dot{\varepsilon}_k \rho}{\sigma_{e_k} K} \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial t} = \frac{\partial^2 \bar{\sigma}_e}{\partial x^2} \\ \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} - \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial x^2} = \frac{\sigma_e \dot{\varepsilon}}{2} \end{cases} \quad (5)$$

其中 $\bar{\theta} = \theta/\theta_0$, $\bar{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_k$, $\bar{\sigma}_e = \sigma_e/\sigma_{e_0}$, $t = t/t_k$, $\bar{y} = y/\delta_k$ 两个材料参数 δ_k^2 和 t_k 设为 $\lambda\theta_0/2C_1 E_r \dot{\varepsilon}_k$ 和 $[(1-n)\rho_s + n\rho_w]c_v \delta_k^2/\lambda$ 。因为 $\rho_s \sim 10^3 \text{ kg/m}^3$, $\sigma_{e_k} \sim 10^8 \text{ Pa}$, $n \sim 10$, $\dot{\varepsilon}_k \sim 10^{-1-2} \text{ /s}$, $K \sim 10^{10-12} \text{ kg/m}^3 \text{ s}$, 小量 $E_r \dot{\varepsilon}_k \rho / (\sigma_{e_k} K)$ 可以使方程(5)简化为方程(6)的形式。

以下将省略掉字符顶表示无量纲的符号“-”。

因此, 可以得到压实带的简化的控制方程:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \sigma_e}{\partial x^2} = 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} - \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = \frac{\sigma_e \dot{\varepsilon}}{2} \end{cases} \quad (6)$$

$$y=0, \frac{\partial \theta}{\partial y}=0 \quad (6a)$$

$$y=\delta(t)\theta_{\delta_-}=\theta_{\delta_+} \quad (6b)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial y}|_{\delta_-}=\frac{\partial \theta}{\partial y}|_{\delta_+} \quad (6c)$$

$$v|_{\delta_-}=RV(t) \quad (6d)$$

$$t=0, \theta=\theta_0(y) \quad (6e)$$

其中 $R=v_0/\delta_k \dot{\varepsilon}_k$, $\theta_0(y)$ 和 v_0 是温度和速度的初始扰动值, $V(t)$ 是 $V=1$ 且 $t=0$ 时的无量纲边界速度。 δ_- , δ_+ 分别表示压实带边界内外, 方程(6b) 和 (6c) 表示温度和温度梯度在边界上是连续的。方程(6d) 给出了压实带边界上的速度。方程(6e) 给出了初始温度扰动。

这里假设本构方程为温度和应变率依赖的, 即

$$\sigma_e = \sigma_e(\dot{\varepsilon}, \theta) \quad (7)$$

压实带之外, 假设材料是刚性的。因此有:

$$\theta(0, y) = B \quad (8)$$

其中 B 是均匀的初始温度。

3 解析解

在本节中, 在几个假设的前提下, 给出问题的解析解。一个简化是假设本构为线性的:

$$\sigma_e = \dot{\varepsilon} + 1 - \theta \quad (9)$$

方程(9)中的 θ 反映温度软化效应, $\dot{\varepsilon}$ 反映应变率硬化效应。

将式(9)带入式(6)可以得到关于 θ 的一个非均匀解:

$$\theta = \exp(H(t)) \left[p_1 + \int_0^t e^{-H(t)} \sigma_e \frac{\sigma_e - 1}{2} dt \right] \quad (10)$$

其中 $H(t) = \int_0^t \frac{\sigma_e}{2} d\eta$, η 是积分变量。因为假设压实带之外无应变, 故有:

$$\sigma_e(t) = 1 - p_\delta(t) \quad (11)$$

其中 $\theta_\delta(t)$ 压实带边界上的温度。

温度 θ_1 满足下面的方程

$$\frac{\partial p_1}{\partial t} - \frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2} = \frac{\sigma_e p_1}{2} \quad (12)$$

为处理动边界 $\delta(t)$, 我们考虑初始和边界条件为:

$$x=0, \frac{\partial p_1}{\partial x}=0 \quad (13a)$$

$$x=\delta_s, \frac{\partial \theta_1}{\partial x}=S(t) \quad (13b)$$

$$t=0, \theta_1=\theta_0(x) \quad (13c)$$

其中 δ_s 假想的稍大于 $\delta(t)$ 的固定边界, $S(t)$

是满足匹配条件式(6c)和(6d)的任意函数。

满足边界条件(13b)的 θ 的解为:

$$\begin{aligned} \theta &= e^{H(t)} \frac{1}{\delta_s} \\ &\times \left\{ C_0 + \int_0^t S(\eta) e^{-H(\eta)} d\eta - \delta_s \int_0^t \sigma_e \frac{1-\sigma_e}{2} e^{-H(t)} d\eta \right\} \\ &+ \frac{2}{\delta_s} \sum_{n=1}^{\infty} \exp(H(t) - \alpha_n^2 t) \\ &\times \left\{ C_n + (-1)^n \int_0^t S(\eta) \exp(\alpha_n^2 \eta - H(\eta)) d\eta \right\} \cos \alpha_n x \end{aligned} \quad (14)$$

其中 $\alpha_n = n\pi/\delta_s$, $0 < x < \delta_s$, C_n 是由初始条件式(13c)确定的常系数:

$$C_n = \int_0^{\delta_s} \theta_0(\xi) \cos(\alpha_n \xi) d\xi \quad (15)$$

其中 ξ 是积分变量, 式(6d) 要求:

$$\begin{aligned} RV(t) &= v|_{\delta_s} = \int_0^{\delta_s} dx = \frac{2}{\delta_s} \\ &\sum_1^{\infty} \exp(H(t) - \alpha_n^2 t) \left\{ C_n + (-1)^n \int_0^{\delta_s} S(\eta) \exp(\alpha_n^2 \eta - H(\eta)) d\eta \right\} \\ &\frac{\delta_s}{n\pi} \left\{ \sin \frac{\alpha_n \delta(t)}{\delta_s} - \frac{\alpha_n \delta(t)}{\delta_s} \cos \frac{\alpha_n \delta(t)}{\delta_s} \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

可以容易地得到压实带之外的解为:

$$\theta = \int_0^t [\theta^*(t-\eta) - B] \frac{x}{2\sqrt{\pi\eta^3}} \exp\left(-\frac{x^2}{4\pi}\right) d\eta \quad (17)$$

其中 $\theta^*(t)$ 是假想的边界 $y=0$ 处的温度。

故有四个未知函数 $\theta^*(t), S(t), \delta(t)$ 和 $\sigma_e(t)$ 。他们可以由式(12)(14)(16)和(17)同时求解得到。

4 压实带产生的机制

式(14)三个因素控制了压实带的非均匀场的发展和演化: $S(t)$, $H(t)$ 和 $\alpha_n^2 t$ 。第一项与温度扩散有关, 第二项代表岩石强度的累积效应, 第三项表示压实带内温度扩散的衰化模式。第二、三项均为指数形式, 故比第一项更重要。

在两个假设 $S(t)=0$ 和 $c_n=0$ ($n \neq 1$) 下, 即忽略温度扩散和最简单的情况, 式(14)成为:

$$\begin{cases} \sin(\alpha_1 \delta(t)) - L = \alpha_1 \delta(t) \cos(\alpha_1 \delta(t)) \\ L = \frac{\pi RV}{2C_1} \exp(\alpha_1^2 t - H(t)) \end{cases} \quad (18)$$

假设 $\delta_0 = \delta_s$ 切边界速度为常数。从式(18)可以看出压实带的缩小要求减小的 L 值, 即

$$\frac{d}{dt} (H(t) - \alpha_1^2 t) > 0 \quad (19)$$

或

$$\sigma_e(t)/2 > (\pi/\delta(0))^2 \quad (20)$$

因此压实带的减小受到强度 σ_e 的影响。

当材料不依赖于温度时, 本构关系为 $\sigma_e = \sigma_e(\dot{\epsilon})$, 式(6)的解为:

$$\theta = \theta_3(t, x) + \int_0^t \frac{\sigma_e \dot{\epsilon}}{2} d\eta \quad (21)$$

$$\frac{\partial \theta_3}{\partial t} - \frac{\partial^2 \theta_3}{\partial x^2} = 0 \quad (22)$$

与解(11)相比, 这个解表明强度 σ_e 与非均匀的压实带有关。这种情况与简单的温度扩散相关, $\sigma_e = \sigma_e(\theta)$ 将得到小值解。因此, 只有在应变率和温度控制的本构关系的岩石中可以出现收缩的压实带, 岩石强度起相反的作用。

从式(20)看出, 因为式(20)的右边项是正常的, 随着 $\sigma_e(t)$ 的降低, 狹窄的压实带将转化为宽的带。

图1是根据不等式(19)绘出的, 可以看出, 长波将更容易导致压实带收缩。

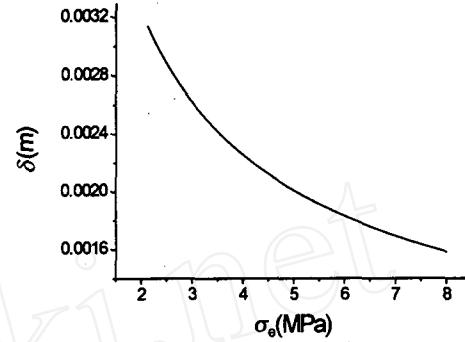


图1 压实带宽 δ/δ_0 随载荷 σ_e/σ_{e0} 的变化

Fig. 1 Compaction band δ/δ_0 versus loading ratio σ_e/σ_{e0}

利用式(11)和条件 $\dot{\epsilon}|_{y=\delta}=0$, 由式(14)可以得到:

$$RV = \int_0^{\delta} (\theta - \theta_\delta(t)) dx \quad (23)$$

将式(23)对时间 t 在常速度边界条件下进行微分, 可以得到:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t}|_{\delta} \delta(t) \frac{\partial \delta}{\partial t} = \frac{RV}{2} + \frac{\partial \theta}{\partial x}|_{\delta} - \delta(t) \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (24)$$

对条件 $\partial \theta / \partial y \neq 0$ 和 $\delta(t) \neq 0$, 由式(24)得到压实带发展的表达式:

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} = \left\{ \frac{\sigma_e \bar{\epsilon}(t)}{2} + \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial x^2} - \frac{\partial \theta}{\partial t}|_{\delta} \right\} / \frac{\partial \theta}{\partial x}|_{\delta} \quad (25)$$

当在压实带内 $\dot{\epsilon} > 0$ 时, $\partial \theta / \partial y|_{\delta}$ 必定为负值, 且因 $\partial \theta / \partial t|_{\delta} = \partial^2 \theta / \partial x^2|_{\delta}$, 故式(25)成为:

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} = \left\{ \frac{\sigma_e \bar{\epsilon}}{2} + \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}|_{\delta} \right\} / \frac{\partial \theta}{\partial y}|_{\delta} \quad (26)$$

显然, $\sigma_e \bar{\epsilon}/2$ 总是正值, 即控制压实带的收缩。但是, 常有单调下降的温度分布, 即:

$$\frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}|_{\delta} < 0 \quad (27)$$

故温度扩散使压实带扩展。

5 结语

本文得到了压实带演化的解析解，可以帮助我们理解岩石中压实带的演化。结果表明，压实带的发展受到温度扩散和岩石强度的影响，前者使压实带扩展而后者使压实带缩小。

参 考 文 献

- 1 Mollema, P. N., Antonelli, M. A., Compaction bands: a structural analog for anti-mode I cracks in aeolian sandstone[J]. Tectonophysics, 1996, 267, 209-228.
- 2 Olsson, W. A., Theoretical and experimental investigation of compaction bands[J], J. Geophys. Res., 1999, 104, 7219-7228.
- 3 Besuelle, P., Compacting and dilating shear bands in porous rock: theoretical and experimental conditions[J]. J. Geophy. Res., 2001, 106(B7), 13435-13442.
- 4 Issen, K. A., Rudnicki J. W., Conditions for compaction bands in porous rock[J]. J. Geophys. Res., 2000, 105, 21529-21536.
- 5 Rudnicki, J. W., Rice, J. R., Conditions for the localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials[J]. J. Mech. Phys. Solids, 1975, 23, 371-394.
- 6 Lu Xiaobing, Yang Zhengsheng, Zhang Jiahua, The thermo-visco-plastic instability in saturated soils. Int. J. Nonlinear-Mech.[J], 1999, 3(4), 270-273.
- 7 Lu Xiaobing, Yang Zhengsheng, Zhang Jiahua, The evolution of shear bands of saturated soil[J]. Int. J. Nonlinear-Mechanics, 2000, 35, 21.