

非线性波浪作用下海底埋设管道与砂质海床相互作用的数值模拟^{*}

高福平¹ D. S. Jeng²

(¹中国科学院力学研究所, 北京 100080; ²Griffith University, QLD9726, Australia)

摘要 本文建立了非线性波浪载荷作用下海底埋设管道与砂质海床相互作用的有限元算法, 并通过算例初步探讨了海床土性参数对管道周围海床超孔隙水压力分布规律的影响。

关键词 海底管道; 非线性波浪; 管土相互作用; 有限元算法

1 前言

随着海上油气开采业的迅速发展, 建造安装于海床上的海底管道等海洋结构物在海浪等恶劣环境载荷下的稳定性越来越受到人们的关注。在波浪载荷较大的浅水海域, 一般要对海底管道进行挖沟埋设。在波浪的作用下, 海床土体内部有效应力场和超孔隙水压力场随时间和空间位置而变化。如何正确估算波浪引起的海底管道受力和管道周围土体有效应力和孔压分布是值得深入研究的课题。由于波浪载荷、海床土性以及管道结构的复杂性, 埋管与海床的相互作用分析理论至今还远未得到完善。Magda (1996)^[1]采用有限元法分析了线性波浪作用下埋管与均质弹性海床的相互作用问题, 但远离管道的侧向边界处水平位移和水平渗流为零的假定与实际情况不相符。Jeng (2001)^[2]提出的有限元算法, 克服了上述不足。非线性波浪与海床相互作用分析发现, 当波陡较大和水深波长之比较小时, 波浪载荷非线性对海床响应的影响是不可忽略的, 但文中未考虑管道等结构物的影响^[3]。

本文将在 Biot 理论上建立有限元算法, 研究非线性波浪作用下管道与砂质海床的相互作用, 并初步分析海床渗透性和非均匀性对管道周围海床超孔隙水压力分布特性的影响。

2 非线性波浪作用下管土相互作用有限元分析

2.1 平面应变边值问题

本文考虑非线性波浪垂直于海底管道轴线方向传播的情况。海底管道埋设于砂质多孔弹性海床中, 海床下面为不透水的刚性基岩。波浪作用下的管土相互作用问题可以视为二维平面应变边值问题。

2.2 控制方程

假定波浪载荷引起的砂质海床孔隙水渗流为层流运动, 满足达西定律。采用 Biot 固结理论描述波浪引起的多孔弹性海床内超孔隙水压力和土骨架变形^[4]。考虑土层渗透系数随深度变化时, Biot 方程可表示为

^{*} 中国科学院“十五”知识创新工程项目 (KJ971-A1-03)。

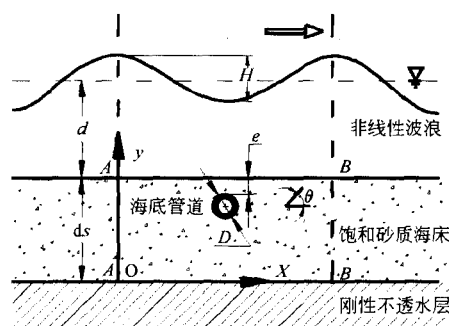


图1 “波浪-管道-海床”相互作用示意图

$$K(y) \nabla^2 p + \frac{dK(y)}{dy} \frac{\partial p}{\partial y} - \gamma_w n \beta \frac{\partial p}{\partial t} = \gamma_w \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{u}_s) \quad (1)$$

其中 $K(y)$ 为随海床深度变化的土层渗透系数; p 为波浪引起的超孔隙压力; γ_w 为孔隙水容重; n 为土的孔隙率; t 表示时间; 在二维情况下 $\mathbf{u}_s = (u_s, w_s)$ 为土层位移矢量; β 孔隙流体的压缩性系数; $\beta = 1/E_w + (1-S)/P_w$; E_w 为水的真实弹性模量 (一般取 2×10^9 Pa); S 为土体饱和度; P_w 为孔隙流体的绝对压力。

忽略土层体积力和惯性力的情况下, 考虑剪切模量随深度变化的弹性海床平衡方程为

$$G(y) \nabla^2 u_s + \frac{G}{1-2\mu} \frac{\partial}{\partial x} (\nabla \cdot \mathbf{u}_s) + \frac{dG}{dy} \left(\frac{\partial u_s}{\partial y} + \frac{\partial w_s}{\partial x} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2)$$

$$G(y) \nabla^2 w_s + \frac{G(y)}{1-2\mu} \frac{\partial}{\partial x} (\nabla \cdot \mathbf{u}_s) + \frac{dG}{dy} \left[\mu \frac{\partial u_s}{\partial x} + (1-\mu) \frac{\partial w_s}{\partial y} \right] = - \frac{\partial p}{\partial y} \quad (3)$$

将管道作为弹性材料处理, 并假定管道与土层骨架位移连续, 根据最小势能原理可得

$$\frac{1}{2} \int_V \sigma_{p,ij} \delta \epsilon_{p,ij} dV = \int_A f_i \delta u_{p,i} dA \quad (4)$$

式中 $\sigma_{p,ij}$ 为管道壁内应力; $\epsilon_{p,ij}$ 为管道壁内部应变; f_i 为作用于管道上的外力; $u_{p,i}$ 为管道壁的形变; V 表示管道壁体积; A 表示管道壁外表面积。

2.3 边界条件及其处理方法

(1) 海床表面边界条件

不考虑波浪诱导的海底振荡流边界层摩阻力的影响, 此时海床表面的剪切应力和垂向正应力视为零, 即 $\tau_{xy} = \sigma'_y = 0$ 。

本文研究非线性波浪引起的海床与管道相互作用。采用 Stokes 三阶波理论, 计算非线性波浪引起的海床表层超孔隙水压力, 即

$$p = p_0 + p_1 \operatorname{Re}\{(\cos kx + i \sin kx) e^{-i\omega t}\} + p_2 \operatorname{Re}\{(\cos 2kx + i \sin 2kx) e^{-2i\omega t}\} + p_3 \operatorname{Re}\{(\cos 3kx + i \sin 3kx) e^{-3i\omega t}\} \quad \text{在 } y = d_s \text{ 处} \quad (5)$$

其中 $k (=2\pi/L)$ 为波数; L 为波长; $\omega (=2\pi/T)$ 为波浪角频率; T 为波浪周期; 参数 p_0 、 p_1 、 p_2 和 p_3 的计算公式参见文献 [5]。对于线性波浪载荷

$$p = p_a \operatorname{Re}\{(\cos kx + i \sin kx) e^{-i\omega t}\}, \quad (6)$$

式中 $p_a = \frac{\gamma_w H}{2 \cos h(kd)}$; H 为波高。

(2) 海床底部边界条件

当砂质海床底部为不透水刚性岩体时, 其边界条件可表示为

$$u_s = w_s = \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad \text{在 } y = 0 \text{ 处} \quad (7)$$

(3) 管道壁面边界条件

海底管道一般为有混凝土防护层的钢管, 为不透水材料, 因此管道壁面无渗流, 即

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad \text{在 } \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2} = D/2 \text{ 处} \quad (8)$$

式中 n 代表管道外表面法线方向; x_0 、 y_0 分别为管道中心横纵坐标; D 为管道外径。

(4) 侧向边界条件

为求解周期性波浪载荷作用下的无限长海床的响应, 利用可重复边界的处理方法。在 AA 和 BB 截面 (见图 1), 波浪引起的土体超孔隙水压力 p 和土骨架位移 u_s 、 w_s 相等。

2.4 有限元算法

鉴于三阶波浪载荷具有倍频周期变化的特点, 见式 (6), 波浪引起的海床超孔隙水压力、土体位移和有效应力可表示为

$$Q_j(x, y, t) = Q_{j0r}(x, y, t) + [Q_{j1r}(x, y, t) + iQ_{j1c}(x, y, t)]e^{-i\omega t} + [Q_{j2r}(x, y, t) + iQ_{j2c}(x, y, t)]e^{-2i\omega t} + [Q_{j3r}(x, y, t) + iQ_{j3c}(x, y, t)]e^{-3i\omega t} \quad (9)$$

式中 Q_j ($j=1, \dots, 6$) 分别代表 p 、 u_s 、 w_s 、 σ'_x 、 σ'_y 和 τ_{xy} 。管道的响应也有类似形式。将式 (9) 代入式 (1)、(2) 和 (3), 应用 Galerkin 法^[6]即可建立有限元程式。

3 数值计算结果及讨论

下面通过算例, 初步分析非线性波浪作用下海床特性对管道周围土层超孔隙水压力分布的影响。波浪参数取为, 水深 $d=20$ m, 周期 $T=10.0$ s, 波长为 $L=121.2$ m, 波高 $H=8$ m。海床参数取为, 厚度 $d_s=20$ m, 泊松比 $\mu=0.25$, 孔隙率 $n=0.4$, 饱和度 $S=1.0$, 剪切模量: a) 均质海床: $G(x, y) = G_0 = 3.6 \times 10^7$ Pa; b) Gibson 海床: $G(x, y) = G_0 [1 + 9.0(1 - y/d_s)]$; 对于以上两种海床分别考虑细砂和粗砂情况, 其渗透系数分别为 $K = 1.0 \times 10^{-3} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ 和 $K = 1.0 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ 。管道参数取为, 弹性模量 $E_p = 3.0 \times 10^{10}$ Pa, 外径 $D = 1.0$ m, 内径 $D_i = 0.8$ m, 泊松比 $\mu_p = 0.2$, 上覆土层厚度 $e = 1.0$ m。

当管道处于非线性波浪波腹正下方时, 埋设于不同特性海床的管道附近土体超孔隙水压力 (p/p_a) 分布情况如图 2 所示 (负号代表负超孔隙水压力)。从图 2 可以看出, 尽管管道埋设深度不大 (本例中 $e/D=1.0$), 但无论对于均质海床还是 Gibson 海床, 土体的渗透性对管道周围超孔隙水压力分布特性影响均非常显著。另外, 管道在 Gibson 海床中, 其周围超孔隙水压力要高于均质海床的情况 (见图 3)。

4 结论

本文在 Biot 理论上, 建立了非线性波浪载荷作用下海底埋设管道和海床相互作用有限元算法。通过算例, 初步分析了海床土性参数对管道周围土体超孔隙水压力分布的影响。Gibson 海床和均匀海床的对比分析发现, 土体渗透性与埋管周围土体超孔隙水压力分布特性关系密切, 剪切模量等土性参数纵向非均匀性对超孔压分布的影响也是不可忽视的。

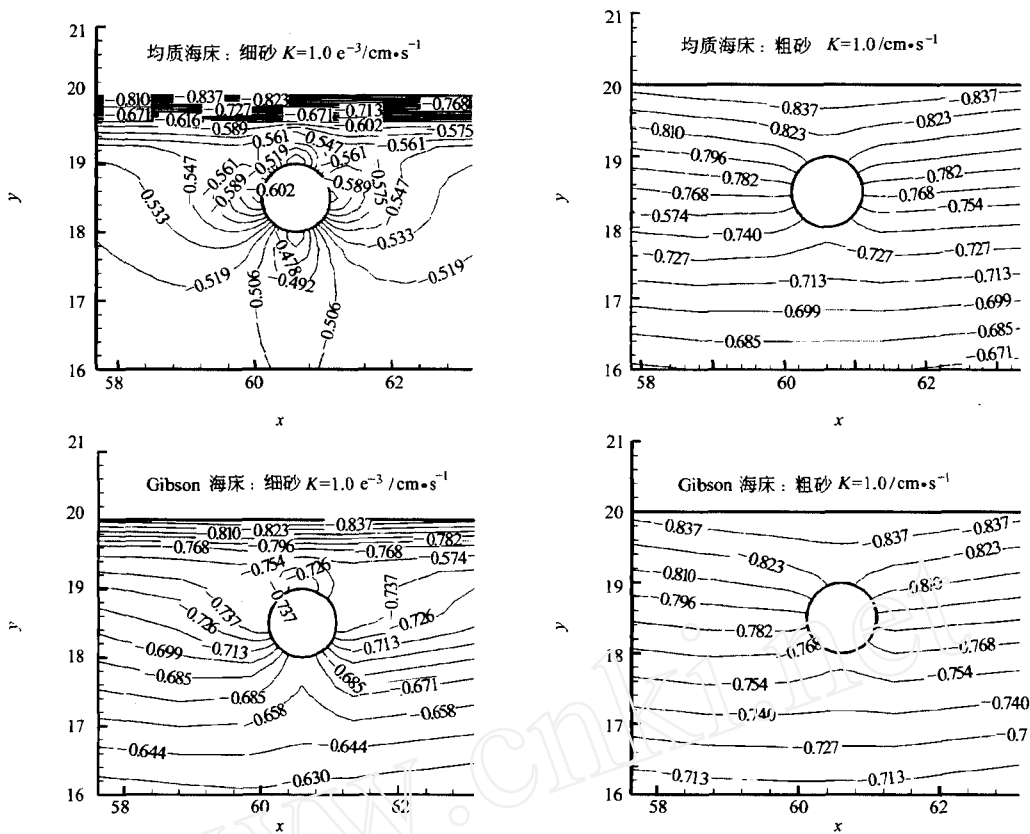


图2 非线性波浪作用下管道周围海床超孔隙水压力 (p/p_a) 等值线图

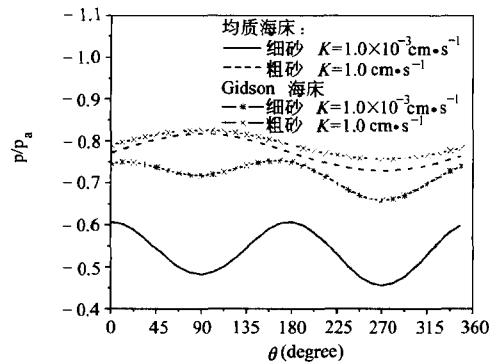


图3 不同特性海床中管道周围超孔隙水压力比较

参考文献

- [1] Magda W. Wave-induced uplift force acting on a submarine buried pipeline in a compressible seabed. *Ocean Engineering*, 1997, 24: 551~576
- [2] Jeng D S. Numerical modeling for wave-seabed-pipe interaction in a non-homogeneous porous seabed. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2001, 21: 699~712
- [3] Jeng D S, Lin Y S. Non-linear wave-induced response of porous seabed: a finite element analysis. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geotechnics*, 1997, 21: 15~42
- [4] Biot M A. General theory of three-dimensional consolidation. *Journal of Applied Physics*, 1941, 12: 115~29
- [5] Hsu J R C, Tsuchiya Y and Silvester H. Third-order approximation to short-crested waves. *Journal of Fluid Mechanics*, 1979, 90: 179~196
- [6] Zienkiewicz O C, Taylor R L. *The Finite Element Method* (4th ed). London: McGraw-Hill Press, 1989