

湍流的直接数值模拟及可压缩效应

傅德薰 马延文

(中国科学院力学研究所, LNM)

摘要 针对湍流的直接数值模拟, 分析了正确模拟多尺度湍流流场对空间步长和步长雷诺数的限制条件。讨论了湍流激波束的捕捉问题, 指出, 合适的耗散型差分格式有利于湍流马赫数较高时的数值模拟。文中以可压平面混合流、圆形射流和均匀各向同性湍流的直接数值模拟结果为基础, 分析了可压缩效应对大尺度拟序结构和湍动能的生成及耗散特征的影响。最后讨论了“内在可压缩性”问题。

关键词 湍流激波束 可压缩效应 湍流马赫数 步长雷诺数

1 引言

可压湍流是很多工业实际问题中的典型流动。直接数值模拟方法是研究湍流的发展规律及其流动机理的有效方法。湍流是多尺度非定常复杂流动, 且随着雷诺数和可压缩效应的增加湍流尺度范围增长很快。为正确模拟该类流动, 要求计算方法具有小耗散和小色散误差的特征。因数值解中稍大的耗散误差将破坏湍流的耗散机制, 过大的色散误差将导致流场中非物理拟序结构的产生。为此, 由于计算资源的限制在可压湍流直接数值模拟中需采用高精度, 且对非定常激波具有高分辨能力的计算方法。

可压湍流与不可压湍流相比主要差别有:速度散度不为零;声波以有限特征速度传播;在较高湍流马赫数时流场中存在有非定常激波束结构。认识这些可压缩特征对大尺度拟序结构、流动转换机理和湍动能生成及耗散的影响是湍流直接数值模拟研究的目的。因这是建立大涡模拟方法和工程湍流模型的基础, 也是研究湍流控制的基础。

本文首先分析了湍流数值模拟中的尺度效应。讨论了不同差分格式对步长和步长雷诺数的限制。且基于可压平面混合流、圆形射流和均匀各向同性湍流的直接数值模拟的数据, 分析了可压缩效应对湍流特征的影响。

2 直接数值模拟中的尺度效应

2.1 数值色散与网格尺度

考虑线性 Burgers 方程的半离散化方程^[1], 取初始值为 $u(x_j, 0) = \exp(ikx_j)$, 则其半离散方程的解可写为:

$$u(x_j, t) = \exp\left[\left(-\mu k^2 \frac{k_d}{\alpha^2} - c \frac{k_r}{\Delta x}\right)t\right] \exp\left[ik\left(x_j - c \frac{k_i}{\alpha}t\right)\right] \quad (1)$$

这里, $\alpha = k \Delta x$; k 为物理波数; Δx 为空间步长; $k_r(\alpha)$, $k_i(\alpha)$ 和 $k_d(\alpha)$ 对应于与对流项的数值耗散、色散和黏性项的离散相关的系数。对于 Burgers 微分方程的准确解有:

$$k_i/\alpha = 1, k_r/\alpha = 0 \text{ 和 } k_d(\alpha)/\alpha^2 = 1 \quad (2)$$

对于给定的差分格式, 可求出 k_r , k_i 和 k_d 的分析表达式。参照关系式(2), 可定义数值色散误差为:

$$\sigma(\alpha) = |1 - k_i(\alpha)/\alpha| \quad \alpha = k \Delta x$$

为了正确模拟多尺度复杂流场, 要求数值方法能分辨流场中的最小物理尺度。为此, 要求数值色散误差和耗散误差对于最小物理尺度也是足够小。该最小物理尺度在湍流中是能表征大部分湍流耗散特征的尺度。文献^[2]中指出, 该尺度为 $O(\eta)$ 而不是等于 η , 这里 η 是 Kolmogorov 微尺度。设所感兴趣的最小尺度为 3η , 对应的波数为 $k_0 = 2\pi/3\eta$, $\alpha_0 = k_0 \Delta x$, 则要求

$$|1 - k_i(\alpha)/\alpha| \leq \epsilon \quad (3)$$

由以上可得:

$$\Delta x = \alpha_0 \eta, \quad \alpha_0 = 3\alpha_0/2\pi$$

系数 α_0 可定义为可允许的最大网格尺度因子。对于给定的差分格式可针对线性模型方程求出 $k_i(\alpha_0)$ 的分析表达式, 由(3)式求出 α_0 。在表 1 和表 2 中针对 $\epsilon = 0.02$ 和 0.05 给出了对应于不同中心型差分格式和迎风型差分格式的 α_0 。

表 1 中心型差分格式的 α_0

ϵ	CDS2	CDS6	SCFD4	SCFD6	SSCFD6
0.05	0.26	0.71	0.77	0.95	1.01
0.02	0.17	0.60	0.63	0.84	0.90

表 2 迎风型差分格式的 α_0

ϵ	UDS2	UDS5	UCFD3	UCFD5	
0.05	0.19	0.71	1.20	0.96	
0.02	0.12	0.60	0.77	0.82	

这里 CDS2 和 CDS6, SCFD4 和 SCFD6, SSCFD6 对应于 2 阶和 6 阶精度的中心型差分格式^[3], 4 阶和 6 阶精度的对称型紧致格式, 6 阶精度的超紧致格式^[4]; UDS2 和 UDS5, UCFD3 和 UCFD5 对应于 2 阶和 5 阶精度的迎风格式^[5], 3 阶和 5 阶精度迎风型紧致格式^[1]。

2.2 数值耗散与网格雷诺数

为正确模拟湍流的物理耗散特征, 要求对于最小物理尺度, 数值耗散要小于物理耗散以保证物理耗散不被污染。利用式(1)可得限制式:

$$\frac{Ck_r(\alpha_0)}{\Delta x} / \mu k_0^2 \leq \epsilon$$

由上式可得对步长雷诺数的限制条件:

$$Re_{\Delta x} = \frac{C \Delta x}{\mu \Delta x} < \epsilon \alpha_0^2 / k_r(\alpha_0) \quad (4)$$

令

$$g(\alpha_0) = \epsilon \alpha_0^2 / k_r(\alpha_0)$$

取 $\epsilon = 0.05$, 表 3 中针对迎风型差分格式给出了步长雷诺数限制。

表 3 迎风型差分格式的 $g(\alpha_0)$

格式	UCDs2	UDS5	UCFD5
$g(\alpha_0)$	1.29	123	597

从以上可以看出, 高阶精度差分格式可放松对步长雷诺数的限制。在同阶精度的条件下, 迎风紧致型格式优于一般迎风型格式。

2.3 湍流激波的捕捉

当湍流马赫数 $Ma_t (Ma_t = u_{rms}/\bar{a}, u_{rms} — 搅动速度的均方根; \bar{a} — 平均声速)$ 较大时, 湍流流场中会出现非定常激波束。对于超声速来流, 当雷诺数稍大时, 该激波尺度远小于 Kolmogorov 微尺度。对于黏性流动当采用中心型差分格式时, 单靠增加网格点正确模拟激波, 要求激波尺度范围内有 6~10 个网格点^[3]。由此可见, 对于可压湍流的数值模拟, 改进激波捕捉技术仍是很重要的。采用一般激波捕捉的差分方法直接数值模拟湍流, 则数值耗散偏大。我们利用 5 阶迎风紧致型格式(UCFD5)和 5 阶 WENO 格式计算了相同条件下衰减湍流中的激波问题。初始湍流马赫数 $Ma_t(0) = 0.5$, 雷诺数(以 Taylor 尺度及均方根速度定义) $Re_\lambda = 72$, 计算网格点为 128^3 。在图 1 中给出了利用该两种格式所得的湍动能随时间的变化。为了比较, 图中还给出了利用 10 阶精度的对称紧致格式所得的结果^[6]。

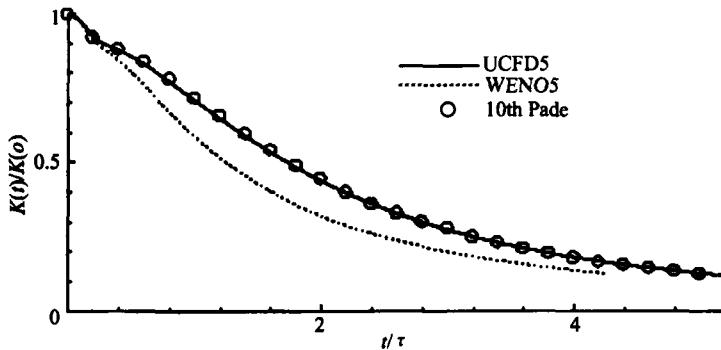
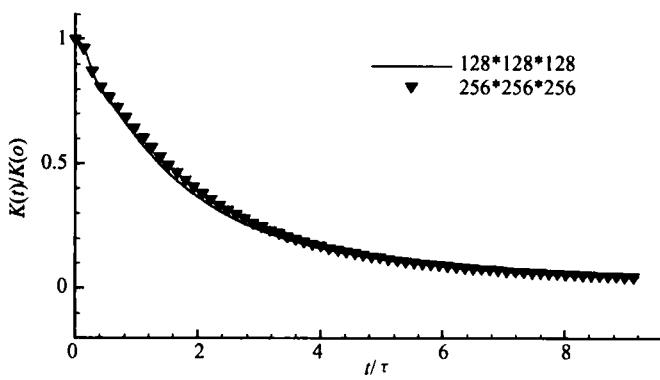


图 1 规整化后湍动能随时间的变化 ($Re_\lambda = 72, Ma_t(0) = 0.5$)

从图 1 可以看出, WENO 格式用于湍流的直接数值模拟有着过大的数值耗散。5 阶精度的迎风紧致格式能给出更为精确的解。然而利用 10 阶对称紧致格式模拟同一问题, 由于“start-up”问题, 仅能得到 $Ma_t(0) \leq 0.5$ 的结果^[6]。利用 UCFD5 格式能得到 $Ma_t \leq 0.7$ 的结果。为了数值模拟更高 $Ma_t(0)$ 的衰减湍流, 文献[7]中构造了 8 阶精度的迎风型群速度控制格式——GVC8。利用该格式得到了 $Ma_t(0) \leq 0.95, Re_\lambda = 72$ 衰减湍流的结果。在图 2 中给出了网格点为 128^3 和 256^3 的两组湍动能随时间变化的计算结果。证实了方法的有效性。这表明群速度控制方法^[1]是湍流激波捕捉的较好方法之一。

图 2 规整化湍动能随时间的变化($Ma_1(0) = 0.95, Re_\lambda = 72$)

3 可压缩效应

这里以可压时间发展平面混合流,圆形射流和均匀各向同性湍流的直接数值模拟的数据为依据,分析可压缩效应对湍流特征的影响。

3.1 对大尺度拟序结构的影响

针对可压平面混合流的线性理论分析^[8]可知,随着对流马赫数 Ma_c 的增加,平面混合流失稳的初始阶段最不稳定波由二维 K-H 波转为三维扰动波,且使最不稳定扰动的增长率减小。 $Ma_c = 0.2, 0.8, 1.2, 1.4$ 的直接数值模拟结果^[9]证实了以上结论。直接数值模拟结果的分析表明 $Ma_c \leq 0.6$ 时,流动初始发展阶段最不稳定波为二维扰动波。混合层的增长率由大尺度涡的对并所主导。流动的转换是从初始失稳经过二次失稳(涡的对并)发展到湍流的。当 $Ma_c > 0.6$ 时,流动的初始发展阶段最不稳定模态为三维模态。混合层的增长率由三维拟序结构的变形所主导。证实了流动的转换是从初始失稳直接转换到湍流的^[10]。流动的发展过程中没有涡对并的现象出现。当 $Ma_c > 0.8$ 时,三维流场中出现了非定常激波束。在高 Ma_c 时,初始发展阶段三维特征是混合层增长率下降的主要原因。且可以看出,可压缩效应改变了流动的转换机制。以上结果从圆形射流的直接数值模拟中得到了证实^[11]。在图 3 中给出

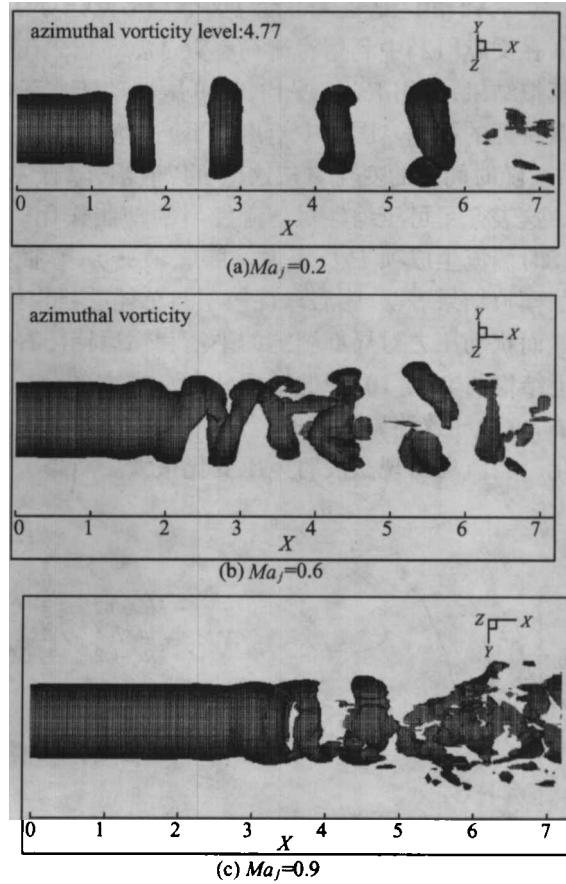


图 3 射流周向涡量等值面

了不同射流出口马赫数 Ma_j 的周向等涡量线。这里可看出, 可压缩效应改变了大尺度拟序结构的形态和流动转换的机制。图 4 中给出了射流中不同出口马赫数的涡量厚度增长比随时间的变化。可以看出, 随 Ma_j 的增加, 增长比下降。且在初始阶段更加明显。

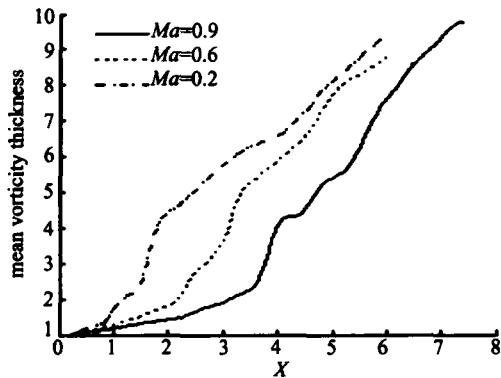


图 4 射流平均涡量厚度

3.2 对湍动能的生成和耗散特征的影响

在文献[12]中利用对流马赫数 $Ma_c = 0.2, 0.8, 1.0, 1.2$ 的时间发展平面混合层的直接数值模拟结果, 采用 Favre 平均, 从可压湍动能方程出发, 分析了可压缩效应对湍动能的生成和耗散特征的影响。图 5 中给出了不同对流马赫数 Ma_c 条件下, 湍动能方程中积分型湍流生成项 P_{kk} 随时间 t 的变化。从这里可以看出, 随着 Ma_c 的上升(可压缩效应增强), 湍流生成项减小。这表征了可压缩性对湍流发展的抑制作用。在图 6 中给出了 $Ma_c = 1.2, Re = 200, t = 91.8$ 时湍流生成项 P_{kk} , 压力-膨胀项 π_{kk2} , 膨胀-耗散项 ϵ_d 和螺旋耗散项 ϵ_s 随 y 的变化。数值模拟结果表明, 膨胀-耗散项与总耗散项相比总是小量, 甚至流场中存在有激波时也是这样。而扰动压力对局部湍能的平衡和输运特征有较大影响, 但对湍能的生成和耗散影响不大。以上结论与文献[10]中的结论一致。本文的分析还指出随着 Ma_c 的增长压力-速度相关项增加, 由此导致湍流噪声的产生。在图 7 中给出了 $Ma_c = 1.4, t = 61 \sim 109$ 声压随时间 t 的变化。当流场出现激波时声压变化很大。

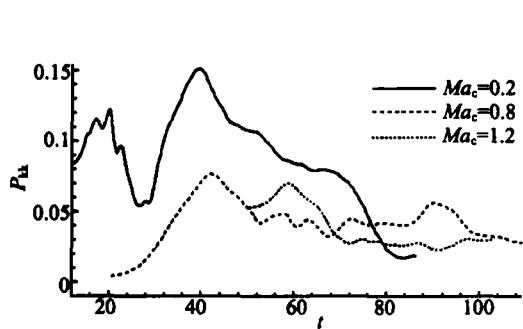


图 5 平面混合流湍流生成项随时间 t 的变化

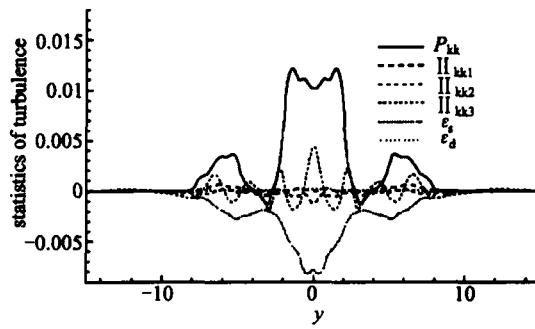
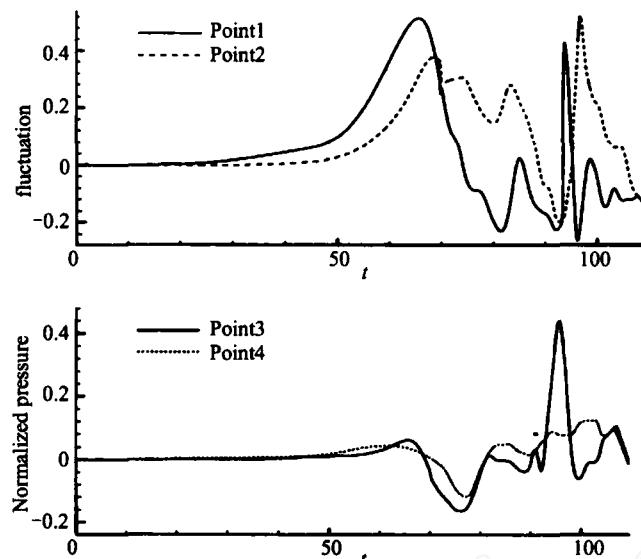


图 6 平面混合流 $P_{kk}, II_{kk1}, II_{kk2}, \epsilon_d, \epsilon_s$ 随 y 的分布

图 7 平面混合流声压随时间 t 的变化

3.3 内在压缩性效应 (Intrinsic compressibility effect)

内在压缩性效应是指湍流脉动所导致的压缩效应。Morkovin 假设认为当湍流马赫数 Ma_t 较小时, 可压缩效应主要反映在对平均流动的影响上。这种影响可通过某些变换(如 Favre 平均)将平均密度变化的影响考虑进去, 所得可压湍流的统计特征与不可压湍流相似。从上面的分析可以看出, 虽然可压缩效应在 Favre 平均下对湍流生成项和螺旋耗散项有明显的影响, 然而膨胀 - 耗散项和压力 - 膨胀项对湍能生成和耗散影响不大。大量的数值模拟结果证实了当 $Ma_t \leq 0.5$ 时可压缩效应主要反映在对统计平均流的影响上。

当 $Ma_t > 0.5$, 特别是 $Ma_t > 1.0$ 时, 可压缩效应还很不清楚。内压缩效应是人们关心的问题。J. P. Dussquige^[13]的分析指出, 膨胀耗散 ϵ_d 是与 Ma_t^4 成正比的, 压力 - 膨胀是与 Ma_t^2 成正比的。另外, 在主要提供湍能的含能尺度 - 积分尺度 Λ 范围内, 对应的特征时间尺度为 $T_t = \Lambda / k$, 这里, k 为扰动速度的均方根 ($k = [\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2]^{1/2}$)。在该尺度范围内, 声扰动的特征时间为压力波沿 Λ 的传播时间: $T_a = \Lambda / \bar{a}$, 这里 \bar{a} 为平均声速。这两个时间尺度之比为湍流马赫数 $T_a / T_t = k / \bar{a} = Ma_t$ 。由以上分析可知当 $Ma_t > 1$ 时, 湍流中声扰动将直接影响湍能的生成及耗散特征, 膨胀耗散项和压力膨胀项将不是小量, 这时内在压缩性效应是必须考虑的。

为了认识内在压缩性效应对湍流特征的影响, 要求给出 $Ma_t > 1.0$ 的直接数值模拟结果, 以提供流动机理分析的基础。为此需研究较高雷诺数和 $Ma_t > 1.0$ 时的直接数值模拟结果。这里湍流激波束的捕捉问题是主要问题之一。

参 考 文 献

- 1 D. X. Fu, Y. W. Ma, A high order accurate difference scheme for complex flow field, JCP, 134: 1~

- 15, 1997
- 2 P. Moin and K. Mahesh, Direct Numerical Simulation: A tool in Turbulence Research, Annu. Rev. Fluid Mech. 30: 539~578, 1998
 - 3 S. K. Lele, Compact finite difference with spectral-like resolution, JCP, 103: 6~42, 1992
 - 4 Ma Yanwen, Fu Dexun, Super Compact finite difference Method (SCFDM) with arbitrary high accuracy, CFD J., 5: 259~276, 1995
 - 5 M. M. Rai and P. Moin, Direct simulation of turbulent flow using finite-difference scheme, JCP, 96: 15 ~53, 1991
 - 6 R. Samtaney and D. J. Pullin, Direct numerical simulation of decaying compressible turbulence and shocklet statistics, Phys. Fluids, 13(5): 1415~1430, 2001
 - 7 李新亮, 傅德薰, 马延文. 可压均匀各向同性湍流的直接数值模拟. 中国科学(A), 32(8): 716~724, 2002
 - 8 王强, 傅德薰, 马延文. 可压平面混合层稳定性数值计算, 空气动力学学报, 17(3): 292~298, 1999
 - 9 傅德薰, 马延文, 张林波. 可压混合层流动转换到湍流的直接数值模拟, 中国科学(A), 30(2): 161~164, 2000
 - 10 A. W. Verman, N. D. Sandham and K. H. Luo, Compressible mixing layer growth rate and turbulence characteristic, J. Fluid Mech. , 320: 235~258, 1996
 - 11 刘明宇, 马延文, 傅德薰. 可压缩轴对称射流三维脉序结构的演化. 中国科学(A), 33(1): 15~21, 2003
 - 12 傅德薰, 马延文. 剪切湍流的数值模拟及可压缩性效应. 全国湍流会议, 上海, 2001
 - 13 J. P. Dušsage, Compressible turbulence and energetic scale: What is known from experiments in supersonic flow, Flow, Turbulence and Combustion, 66: 373~391, 2001