

# 纤维束张紧力缠绕复合材料飞轮的预应力分析\*

秦勇<sup>1</sup> 夏源明<sup>2</sup> 毛天祥<sup>3</sup>

(<sup>1</sup> 中国科学技术大学力学与机械工程系,合肥,230027;

<sup>2</sup> 中国科学院中国科学技术大学材料力学行为和设计重点实验室,合肥,230027;

<sup>3</sup> 中国科学院力学研究所,北京,100080)

**摘要** 利用在纤维束缠绕时施加张紧力,使得固化成型后的飞轮内部形成一定的预加径向压应力,这是提高飞轮径向强度的有效方法之一。本文基于过盈配合的思想,建立了计算张紧力缠绕导致的复合材料飞轮内部应力和变形的物理模型和方法,并利用叠加原理获得总体应力和总体变形。通过算例分析发现:恒定张紧力缠绕产生的环向应力在半径方向上先减小后增大,径向压应力不断变小;飞轮设计中仅仅依靠张紧力缠绕是不够的,还必须和固化成型后的厚壁筒之间的过盈套装一起来设计合理的径向预加应力。

**关键词** 飞轮 张紧力 缠绕 过盈配合

## 1 前言

利用高速旋转的飞轮进行能量存储是一种新型无污染的绿色能源技术,近十余年以来,随着新型高强度纤维材料、电磁悬浮轴承和电力电子技术等一系列关键技术的突破,复合材料飞轮储能系统的优越性逐渐显示出来,与钢质飞轮相比,它具有储能密度高、重量轻、寿命长等方面的优势。

纤维束缠绕的飞轮是各向异性的,虽然环向具有很高的强度,其总体强度还受径向强度的制约,通常情况下其径向强度(即单向复合材料的横向强度)往往很低,因此,提高飞轮的径向强度成为飞轮设计制造中的关键问题之一<sup>[1]</sup>。在纤维束缠绕时施加张紧力是提高飞轮径向强度的有效途径之一,其实质是使固化成型后的飞轮内部形成一定的径向压应力;其关键是建立纤维束张紧力与缠绕后复合材料飞轮的预应力场之间的定量关系。Springer<sup>[2]</sup>把纤维束张紧力缠绕以及固化时的热化学和力学行为联系起来,将连续纤维束张紧力缠绕简化为多层复合材料薄壁圆筒外压叠加的计算模型,但是该模型在计算外压叠加的时候,仅考虑了已被缠绕的内层和芯轴的变形,而没有考虑正在缠绕的最外层的变形。Gutowski<sup>[3]</sup>利用外压叠加的计算模型,分析讨论了纤维束变形及其对圆柱复合材料结构的缠绕和固化过程的影响。

本文试图提出一种基于过盈配合<sup>[4]</sup>来计算张紧力与飞轮预应力定量关系的模型和方法,并以此为基础,研究飞轮的总体预应力。为突出该模型和方法的物理思想,避免复杂的数学计算,本文的工作是在平面应力状态假设下进行的。

## 2 基本理论

对于正交各向异性复合材料厚壁圆筒受均匀内压  $Q$ 、外压  $P$  作用,在平面应力状态简化假设下,其应力和径向位移表达式为<sup>[5]</sup>

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\theta} &= \frac{Q\beta^{\lambda+1} - P}{1 - \beta^{2\lambda}} \cdot \lambda \cdot x^{\lambda-1} + \frac{Q - P\beta^{\lambda-1}}{1 - \beta^{2\lambda}} \cdot \lambda \cdot \beta^{\lambda+1} \cdot x^{-\lambda-1} \\ \sigma_r &= \frac{Q\beta^{\lambda+1} - P}{1 - \beta^{2\lambda}} \cdot x^{\lambda-1} - \frac{Q - P\beta^{\lambda-1}}{1 - \beta^{2\lambda}} \cdot \beta^{\lambda+1} \cdot x^{-\lambda-1} \\ u_r &= \frac{R_o}{E_{\theta}(1 - \beta^{2\lambda})} \left[ (Q\beta^{\lambda+1} - P) \cdot (\lambda - \nu_{\theta}) \cdot x^{\lambda} + (Q - P\beta^{\lambda-1}) \cdot (\lambda + \nu_{\theta}) \beta^{\lambda+1} x^{-\lambda} \right] \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

\* 国家自然科学基金资助项目(10172085)。

其中,  $\lambda = \sqrt{E_\theta/E_r}$ ,  $\beta = R_i/R_o$ ,  $\nu_{\theta r}$  为泊松比,  $x = r/R_o$ ,  $R_i$  为内半径,  $R_o$  为外半径。

### 3 预加张紧力缠绕的简化模型

复合材料筒体是由多层连续的树脂浸渍过的纤维束构成的,如图1所示,通过由树脂浸渍的纤维束在预加张紧力  $F$  作用下,缠绕到一个旋转的芯轴上,固化制成层合的筒形纤维复合材料构件。预加张紧力缠绕层间受力描述见图2所示。

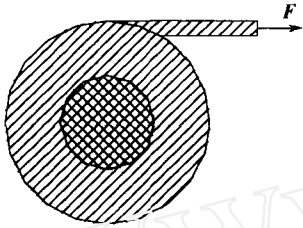


图1 复合材料飞轮张紧力缠绕

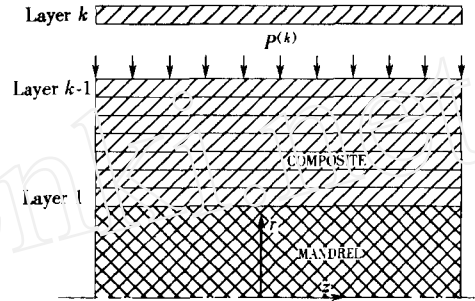


图2 预加张紧力缠绕层间受力描述

根据这一工艺过程,本文提出基于过盈配合的思想来计算张紧力与预应力分布关系的模型和方法,基本简化和假设为:

(1)正在缠绕的纤维层的平均环向应力与张紧力满足

$$\sigma_\theta = \bar{\sigma}_\theta = \frac{1}{t} \cdot \int \sigma_\theta(r) dr = \frac{F}{A} \quad (2)$$

其中,  $A = A_f/V_f$ ,  $A_f$  为纤维束的截面积,  $V_f$  为纤维体积百分比,  $t$  为纤维束的厚度;

(2)缠绕第一层时,将金属芯轴和第一缠绕层之间看成有一定过盈量的配合,利用过盈配合界面处的几何连续条件和式(1)、式(2)来确定过盈量和预应力场;缠绕第  $k$  层时,将金属芯轴和前  $k-1$  层纤维组成的复合芯轴看成预应力为零的初始状态,通过和第  $k$  层纤维的过盈配合,同理可以确定缠绕第  $k$  层时张紧力产生的应力分布,然后再叠加上前  $k-1$  层的结果,即为缠绕  $k$  层后的总体预应力分布。

## 4 计算方法

### 4.1 缠绕第一层

缠绕第一层时,设过盈量为  $\delta^{(1)}$ ,尺寸如图3所示。金属芯轴受均匀外压  $P_1$  作用,径向位移为

$$u_r |_{r=R_m} = -\frac{1-\nu}{E} P_1 \cdot R_m$$

第一层纤维层受均匀内压  $P_1$  作用,内壁的径向位移为

$$u_r |_{r=R_m - \delta^{(1)}} = \frac{R_m - \delta^{(1)}}{E_\theta} \cdot \left( \frac{1 + \beta_1^{2\lambda}}{1 - \beta_1^{2\lambda}} \cdot \lambda + \nu_{\theta r} \right) \cdot P_1$$

其中

$$\beta_1 = \frac{R_m - \delta^{(1)}}{R_m - \delta^{(1)} + t}$$

由过盈配合界面处的变形几何条件

$$-u_r |_{r=R_m} + u_r |_{r=R_m - \delta^{(1)}} = \delta^{(1)}$$

得到

$$P_1 = \frac{\delta^{(1)}}{\frac{1-\nu}{E}R_m + \frac{R_m - \delta^{(1)}}{E_\theta} \left( \frac{1 + \beta_1^{2\lambda}}{1 - \beta_1^{2\lambda}} \cdot \lambda + \nu_{\theta r} \right)} \quad (3)$$

由假设(1)得到

$$\delta^{(1)}(R_m - \delta^{(1)}) \cdot A - \frac{1-\nu}{E}F \cdot t \cdot R_m - \frac{F}{E_\theta} \cdot t \cdot (R_m - \delta^{(1)}) \cdot \left( \frac{1 + \beta_1^{2\lambda}}{1 - \beta_1^{2\lambda}} \cdot \lambda + \nu_{\theta r} \right) = 0 \quad (4)$$

利用 fzero 函数即可求解方程(4)在 0 附近的根,进而依据式(1)和式(3)得到  $P_1$ 、应力分布、径向变形以及缠绕第一层后的芯轴半径和缠绕层的外径。

金属芯轴半径为

$$R_m^{(1)} = R_m - \frac{1-\nu}{E}P_1 R_m \quad (5)$$

第一缠绕层外径为

$$R_o^{(1)} = (R_m - \delta^{(1)} + t) + \frac{R_m - \delta^{(1)} + t}{E_\theta} \cdot \frac{2\beta_1^{\lambda+1}}{1 - \beta_1^{2\lambda}} \cdot \lambda \cdot P_1 \quad (6)$$

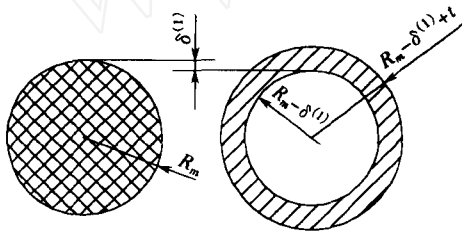


图3 张紧力缠绕第一层示意图

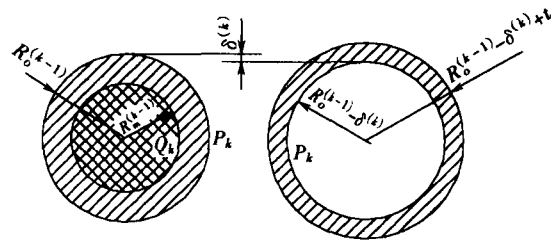


图4 张紧力缠绕第 k 层示意图

## 4.2 缠绕第 k 层

缠绕第  $k$  层时,过盈量为  $\delta^{(k)}$ ,尺寸如图 4 所示。利用前一节的方法可以得到与式(4)基本形式类同的方程,求解其在 0 附近的根,可以得到  $\delta^{(k)}$ ,进而得到  $P_k$ 、每一层的应力分布  $\sigma_{r(j)}^{(k)}$ 、 $\sigma_{\theta(j)}^{(k)}$ 。

金属芯轴半径为

$$R_m^{(k)} = R_m^{(k-1)} - \frac{1-\nu}{E}Q_k \cdot R_m^{(k-1)} \quad (7)$$

缠绕后的复合芯轴外径为

$$R_o^{(k)} = (R_o^{(k-1)} - \delta^{(k)} + t) + \frac{R_o^{(k-1)} - \delta^{(k)} + t}{E_\theta} \cdot \frac{2\beta_k^{\lambda+1}}{1 - \beta_k^{2\lambda}} \cdot \lambda \cdot P_k \quad (8)$$

其中

$$\beta_k = \frac{R_o^{(k-1)} - \delta^{(k)}}{R_o^{(k-1)} - \delta^{(k)} + t}$$

最后再加上  $k-1$  层原有的初始应力即可以求出第  $k$  层缠绕完成后任意层的总体应力分布和变形

$$\sigma_{r(j)} = \sum_{i=j}^k \sigma_{r(j)}^{(i)}, \sigma_{\theta(j)} = \sum_{i=j}^k \sigma_{\theta(j)}^{(i)} \quad (9)$$

## 5 算例与分析

利用前述的缠绕简化模型,本文针对以下的材料和尺寸参数,进行了算例分析。金属心轴为各向同性材料,其材料参数为  $E_m = 202 \text{ GPa}$ ,  $\nu_m = 0.3$ ;纤维复合材料参数<sup>[6]</sup>为  $E_\theta = 181 \text{ GPa}$ ,  $E_r =$

10.3 GPa,  $\nu_{gr} = 0.28$ ; 金属芯轴半径为  $R_m = 30$  mm, 纤维束尺寸  $A_f = 0.079$  mm<sup>2</sup>,  $t = 0.158$  mm,  $V_f = 0.5$ 。

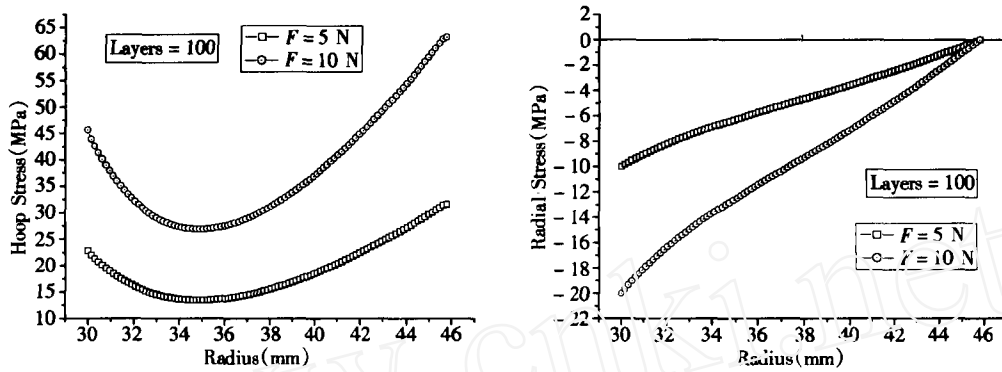


图5 预应力分布曲线

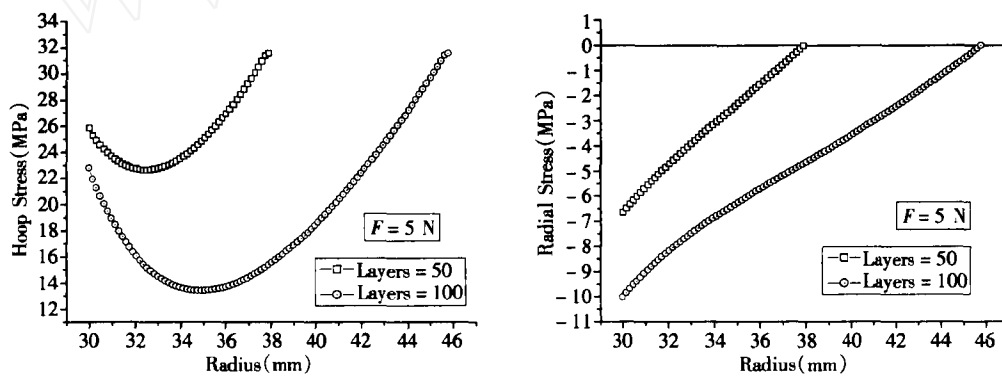


图6 预应力分布曲线

图5给出了缠绕层数为100,缠绕张力分别为5 N、10 N时的预应力分布曲线,环向应力在径向先减小后增大,最小值出现在半径中间某点;径向应力始终处于压应力状态,在半径方向上总体不断减小至表面位置零。径向压应力最大值出现在最里层,而外层虽然也存在径向压应力,但数值很小,边缘处已经趋近于零,这与飞轮旋转时离心径向应力的分布曲线<sup>[4]</sup>不呈反对称关系。考虑到离心应力最大值出现在中间位置,所以在飞轮设计中,仅仅依靠张紧力缠绕是不够的,还需要和厚壁筒的过盈套装结合起来,设计合理的预加径向压应力。另外,当缠绕层数一定时,缠绕张力越大,形成的环向应力越大,径向压应力也越大。图6给出了缠绕张力在缠绕层数分别为50和100时的预应力分布曲线。

## 6 主要结论

(1)本文提出的基于过盈配合方法来计算张紧力和飞轮预加初应力关系的模型和方法是有效的。

(2)在恒定缠绕张紧力作用下,总体环向应力在半径方向上先减小后增大,总体径向应力不断减小至零。

(3)在实际飞轮设计中,要综合使用张紧力缠绕和厚壁筒的过盈套装,使形成更加合理的预加径向压应力。

## 参考文献

- 1 宫能平,夏源明,毛天祥. 复合材料飞轮的三维应力分析. 复合材料学报, 2002, 19(1): 113 ~ 116
- 2 Lee S Y, G S Springer. Filament winding cylinders-part I: process model. Journal of composite materials, 1990, 24(12): 1270 ~ 1298
- 3 Z Cai, T Gutowski. Winding and consolidation analysis for cylindrical composite structures. Journal of composite materials. 1992, 26(9): 1374 ~ 1399
- 4 秦勇,夏源明,毛天祥. 复合材料空心飞轮多环套装整体变形及应力分析. 复合材料学报(已投稿)
- 5 N Tutuncu. Effect of anisotropy on stresses in rotating discs. International Journal of Mechanical Science. 1995, 37(8): 873 ~ 881
- 6 Sung K Ha. Optimum design of thick-walled composite rings for an energy storage system. Journal of composite materials, 1998, 32(9): 851 ~ 873

## STRESS ANALYSIS OF COMPOSITE FLYWHEEL IN TENSION WINDING

Qin Yong<sup>1</sup> Xia Yuanming<sup>2</sup> Mao Tianxiang<sup>3</sup>

(<sup>1</sup>Dept. of Mechanical Engineering, University of Science and Technology of China

Key Laboratory of Mechanical Behavior and Design of Materials, USTC, ASC, Hefei, 230027;

<sup>3</sup>Institute of Mechanics, Academy of Science of China, Beijing, 100080)

**ABSTRACT** The method of tension winding about fiber bundle is an effect way to improve the radial strength of flywheel. An approach of calculating the stress and deformation in tension winding according to misfit is advanced, and the total result can be obtained based on the the theory of stack. The result showed that hoop stress firstly decrease and then increase while radial press-stress decrease all the while. Only using tension winding is not enough in flywheel design, so the tension winding and process of pressfit should used together to design the rational initial radial press stress.

**KEYWORDS** flywheel, tension, winding, misfit