

半浮区热毛细对流及其不稳定性机理¹⁾

胡文瑞 唐泽眉

(中国科学院力学研究所, 北京 100080)

摘要 热毛细对流是微重力环境中的一类典型自然对流。本文讨论半浮区模型中热毛细对流及振荡对流的转换过程, 分析了这类对流的实验特征、给出了不稳定性临界参数和理论解释。特别讨论了大Prandtl数液桥中两次分岔的理论和实验结果。

关键词 半浮区, 热毛细对流, 微重力

引言

在地面上, 由地球重力引起的浮力对流是一种基本的自然对流, 形成一类典型的流体力学体系。在微重力环境中, 界面或自由面过程普遍存在, 并往往主导着许多现象。自由面或界面上的温度或浓度分布不均匀, 会产生表面张力梯度驱动对流, 分别称其为热或浓度毛细对流。热毛细对流是微重力环境中的一种基本的自然对流, 也形成了一类典型的流体力学体系。随着空间技术(特别是载人空间活动)的飞速发展, 许多空间工程问题、空间利用问题、以及以空间的流体物理问题都要求研究热毛细对流过程。

50年代以来, 为了在地面上生长高质量的硅单晶而提出了浮区方法。这种方法没有约束熔体的固壁, 但是生长的单晶受重力约束直径不能太大。人们期望在浮力极大减弱和没有容器壁污染的空间微重力环境中, 采用浮区方法能得到大尺寸的, 高质量晶体材料。空间实验的确获得直径比地面大得多的晶体, 但生长晶体的质量并不总是优于地面生长晶体的质量。主要原因是, 在空间微重力环境中存在着表面张力驱动的热毛细对流, 振荡的热毛细对流对应着在晶体生长过程中出现条纹, 从而影响晶体的质量。空间自然对流(毛细力驱动)对晶体生长的影响类似于地面自然对流(浮力驱动)对晶体生长的影响, 但两种自然对流的机理是不同的。自20世纪70年代就开始了浮区热毛细对流研究。这种非引力驱动体系对流的研究不仅具有空间材料生产过程的背景, 并对流体物理基础研究有重要意义, 类似地, 当自由面或界面上存在浓度不均匀时, 也会造成表面张力驱动的对流, 称为浓度毛细对流。当然, 热毛细对流和浓度毛细对流不仅出现在晶体生长过程中, 它们在微重力环境的许多过程中都广泛地存在。

Chang和Wilcox 根据浮区法生长晶体的过程提出了浮区的液桥模型, 并研究了液桥中的热毛细对流的流体物理过程^[1]。为了研究液桥中的热毛细对流, Chun & Wuest^[2] 和Schwabe等^[3]提出了半浮区模型如图1所示。半浮区模型更有利于进行实验, 以及进行热毛细对流的机理研究。它已成为流体物理中的典型模型。我国于1987年开始, 通过地面实验、落井实验、线性稳定性分析和直接数值模拟研究半浮区热毛细对流。

1) 国家自然科学基金重点项目(19789201)和科学技术部95-yu-34资助项目

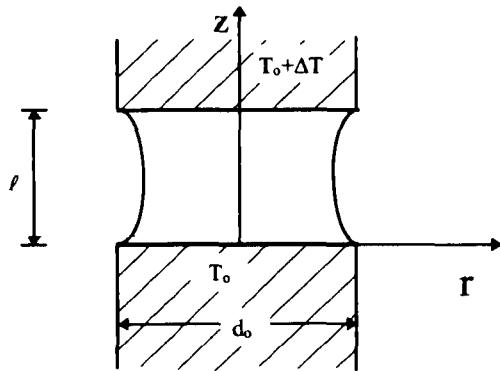


图1 半浮区对流示意图，当温度差 ΔT 随时间增加时，表面张力梯度驱动流体对流

1 实验特征

在半浮区液桥中，表面张力将实验液体悬浮在上、下圆柱之间。由于上、下圆柱的温度不同，造成自由面上的表面张力梯度，从而驱动热毛细对流。实验发现，当温差 ΔT 比较小时，热毛细对流是轴对称的层流；而当 ΔT 超过一个临界值以后，将出现热毛细振荡对流。热毛细对流的研究主要围绕着振荡对流的产生，以及振荡的机理。微重力环境为研究热毛细对流提供了极好的条件。由于空间实验周期长，价格昂贵，人们充分利用地面小尺度液桥实验来模拟空间微重力条件，进行空间实验的预研，地面模拟实验的尺度一般小于5mm。观测有一定难度，需要发展新的测试和诊断方法。

通常的浮区对流实验采用热电偶测温，用示踪粒子法(PIV)观测一个截面中的流场。让外加温差 ΔT 随时间缓慢增加，当温差超过一个临界值 $(\Delta T)_{cr}$ 时，液桥内的温度和流场出现振荡，由此从实验上确定分岔点。由于液桥的尺寸很小，直接插入热电偶测温的方法，会干扰液桥的内场，并影响确定临界振荡温度差的准确。近年来，利用不接触的光学诊断方法研究浮区对流获得成功，不仅更准确地测定了临界温差^[4]，还可以进一步测量表面振荡和表面波^[5~7]。这些实验结果表明，振荡热毛细对流的幅度量级为液桥直径 d_0 的 10^{-3} ，表面波的振荡频率与热点偶测量的温度振荡频率相同。表面波的传播特征与液桥的体积比密切相关。

在柱坐标系(r, θ, z)中可以将液桥中的温度 T ，速度 v ，和自由面表示为

$$T = T_0(r, z) + T'(t, r, \theta, z), \quad v = v_0(r, z) + v'(t, r, \theta, z), \quad r = R_0(z) + R'(t, \theta, z) \quad (1.1)$$

其中的下标0代表平均值部分，上标“'”代表随时间变化部分。实验结果表明，当外加温差小于临界值时，时间变化部分皆为零，即

$$T' = 0, \quad v' = 0, \quad R' = 0; \quad \text{如果 } \Delta T < (\Delta T)_{cr} \quad (1.2)$$

而实验给出振荡对流的量级关系为

$$\left| \frac{T'}{T_0} \right| = O(10^{-1} \sim 10^{-2}), \quad \left| \frac{v'}{v} \right| = O(10^0), \quad \left| \frac{R'}{R_0} \right| = O(10^{-3}); \quad \text{当 } \Delta T \geq (\Delta T)_{cr} \quad (1.3)$$

关系(1.3)表明，振荡对流的温度和自由面随时间变化的部分相对于平均值都满足小扰动的条件，但是，速度场的时间变化部分与平均部分有相同的量级。这个实验结果意味着，热毛细对流的振荡过程原则上是一种非线性过程。利用线性稳定性的分析可以获得临界状态的许多信息，这些结果不一定适用于非线性过程。

利用地面模拟实验结果可以估计各种能量的量级，

$$O(\rho C_p T) = 10^8 \sim 10^9 \text{ g/cm} \cdot \text{s}^2, \quad O(\rho C_p T') = 10^6 \sim 10^8 \text{ g/cm} \cdot \text{s}^2$$

$$O(\rho v^2 / 2) = 10^2 \text{ g/cm} \cdot \text{s}^2, \quad O(\rho |v v'|) = 10^2 \text{ g/cm} \cdot \text{s}^2 \quad (1.4)$$

这些量级关系表明，在热毛细振荡对流中热能起着主导作用。即使扰动的焓值也远大于运动的动能。表面张力不均匀是驱动热毛细对流的源，由于自由面振荡的幅度也非常小，自由面变形不会是激发振荡流的主要因素。

2 临界参数

2.1 临界物理参数

发生振荡对流时的临界温度差 $(\Delta T)_{cr}$ 对应有一定的临界 Marangoni 数 $(Ma)_{cr}$ 其中 Marangoni 数定义为

$$Ma = |\sigma'_T| L \Delta T / \rho v \kappa \quad (2.1)$$

其中 σ, v, κ 分别为表面张力系数、运动学黏性、热扩散系数。Marangoni 数是最经常考虑到的一个临界物理参数。另一个重要的临界物理参数是 Prandtl 数， $Pr = v/\kappa$ 。显然，Reynolds 数可以给出

$$Re = v_o l / v = Ma / Pr$$

其中特征速度 v_o 定义为 $v_o = |\sigma'_T| \Delta T / \rho \kappa$ 。透明介质(例如，硅油，硝酸钠等)便于实验观测，其 Pr 数都大于 1。非透明介质(如金属、合金、和半导体材料的熔体)黏性较小，热扩散系数较大，其 Pr 数都远小于 1。不透明低 Pr 数流体实验很难观测，仅有的几个小 Pr 数热毛细对流的地面实验结果也不相同^[8,9]。采用线性稳定性分析和直接数值模拟方法研究小 Pr 数液桥对流和稳定性的工作十分活跃^[10~14]，这些结果都给出了不同 Pr 数时的临界 Marangoni 数。

2.2 临界几何参数

液桥的几何尺度比 A ($A = l/2r_o$) 和液桥体积比 V/V_o 是两个敏感的临界几何参数。几何尺度比对振荡状态有明显的影响，这个结论已有许多论述。体积效应反映了自由面的位形，它对转换过程的影响是近年来由中国学者提出并进行系统论证的。

体积比 V/V_o 指液桥的充液体积 V 与 l 和 $2r_o$ 圆柱体体积之比。地面环境中由于重力的作用，液桥的自由表面总是弯曲的。在重力为零的特殊条件下，也只在充液体积等于两圆棒之间圆柱的体积时，液桥的自由面才为圆柱形。液桥的几何位形与充液体积密切相关。在等温液桥的稳定性分析中，液桥的体积比是一个临界参数，等温液桥是温差液桥的极限情况，可以估计，液桥热毛细对流振荡的临界 Marangoni 数也与体积比密切相关。

采用不接触光学测量和CCD监测自由面变化的方法，地面实验得出，发生振荡的临界温度差随体积比的变化曲线分为两支：瘦桥分支和胖桥分支。在两分支之间，外加温度差高到液桥维持不住，也没有观测到振荡热毛细对流。对固定的尺度比A，不同体积比液桥的临界Marangoni数也很不相同。典型的半浮区液桥热毛细对流的稳定区域如图2所示^[15]。进一步研究表明，在较小尺度比的情况下，两分支可能相交，间隙消失^[16]，Sakurai^[17]对 $d_o = 5\text{ mm}$ 和 $A = 0.32$ 的液桥进行了落井实验，得到与地面类似的结果。三维非定常直接数值模拟得到了与地面小尺度液桥实验一致的结果^[18]。这些结果表明，液桥的尺度比和体积比是热毛细振荡对流发生的重要临界参数。

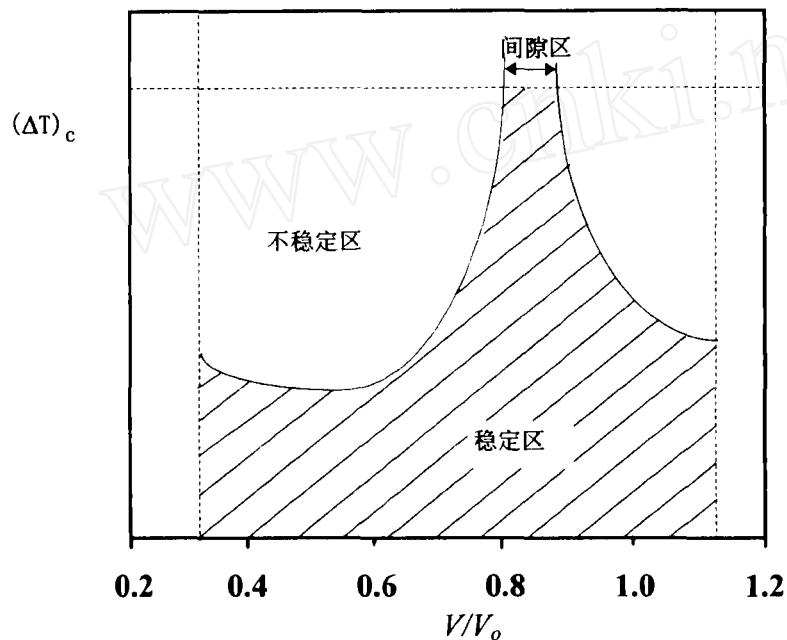


图2 典型浮半区对流的临界振荡温度差与体积比的关系曲线

2.3 临界传热参数

与浮力对流不同，热毛细对流是一种非引力驱动的对流体系。液桥自由面上的温度分布不均匀而形成表面张力梯度驱动对流。显然，液桥介质及其环境的导热能力明显地影响液桥内部及自由面上的温度分布。影响热毛细对流的驱动力，影响热毛细振荡流发生的临界温度值。Biot数表征液桥自由面上的辐射散热条件。Biot数越大，液桥自由面处的散热、能量损失也大，需在相对高的外加温度差作用下，热毛细对流才会发生振荡。Biot数越大，临界温度差越高。

3 转捩过程的机理

由于流体物理基础研究的意义和材料生产的需求，热毛细对流的振荡机理是微重力

流体研究的热点课题之一。自80年代以来，提出了几种产生热毛细振荡对流的机理，其中以热流体波不稳定性最有影响。

3.1 热流体波不稳定性机理

Smith and Davis 对平面液体层热毛细对流基态进行稳定性分析，提出了热流体波不稳定性^[19]，这种热毛细对流的振荡由热扩散 效应和热对流效应耦合产生，与自由面的变形无关。对线性基态得到两种不稳定性解，一种是 $\omega_i = 0$ 的定常解，另一种是 $\omega_r = 0$ 的振荡解。对于这种振荡解的不稳定性称为热流体波不稳定性。对回流基态只得到了振荡的热流体波不稳定性。并指出 Biot 数为零总是最危险的情况。将上述结果推广到无限长，表面不变形的轴对称圆柱液体桥，得到的结论与平面情形的结果定性一致^[20]。进一步，对于有限高度圆柱形液桥进行了线性不稳定分析，以证实热流体不稳定性机理的正确性^[21]。

3.2 流体力学不稳定性机理

Levenstam 和 Amberg 用数值的方法计算了小Prandtl 数半浮区液桥的转换过程，得到了两次分岔现象^[12]，对于 $Pr = 0.01$ 的圆柱形液桥，当外加温差达到第一个分岔点(对应于临界雷诺数 $Re_{cr} = 2000$)时，流动由定常轴对称转变为定常非轴对称，当外加温差继续增大而达到第二分岔点(对应于临界雷诺数 $Re_{c2} = 6250$)时，流动由定常非轴对称转变为振荡流。两次分岔的结果显然不满足热流体波的特性，作者们进行了许多分析，认为这是一种流体力学不稳定性。这个结果表明，至少对于小Prandtl数流体，产生热毛细振荡对流的原因不是热流体波不稳定性。

3.3 大 Pr 数流体的两次分岔

地面实验、线性稳定性分析和三维数值模拟研究了大 Pr 数流体液桥的起振过程和振荡特征。我们的研究结果表明，当逐渐增加的外加温度差超过临界值时，在瘦桥中，定常、轴对称热毛细对流直接转变为振荡热毛细对流；而在胖液桥中，有两次分岔，定常、轴对称热毛细对流经过三维、定常流动状态转变为振荡对流^[22]。这种大 Pr 数液桥两次分岔的结果不满足热流体波的特性。热毛细对流产生振荡的原因值得进一步探讨。

3.4 其它机理模型

Smith 和 Davis 还提出了一种表面波不稳定性。这时，自由面的变形对热毛细对流的产生 起着至关重要的作用，分析限制在二维变形自由面模型。认为速度、温度场和自由面变形的耦合激发热毛细对流的振荡^[23]。

Ostrach 和 Kamotani^[24]认为与热毛细对流的驱动力直接相关的液桥自由面上的S形温度分布是激发热毛细振荡对流的关键因素。分析了液桥自由面角区的自由面变形和温度变化发展的时间尺度的量级，得到了表面变形相对于表面温度变化的滞后时间 L_T ；另一方面，量级分析给出了角区速度场时间尺度对温度变化时间尺度之比 T_v ，他们认为表面变形的滞后与速度对温度变化的慢响应的组合将激发热毛细对流的振荡。

胡文瑞、唐泽眉建议，浮力不稳定性可能激发热毛细振荡对流。在分析了有关热毛细振荡流的数值，地面及空间实验结果之后提出，即使在空间低重力环境中，如果材料或流体过

程的尺度较大，重力水平虽极大地减少，残余重力的影响也仍然存在。如果半浮区液桥的外加温度差足够大，浮力不稳定性可能被激发^[25]。

4 转捩到湍流

如果外加温度差在高于起振临界温度差后继续增加，振荡温度和流速的振幅逐渐加大，振荡热毛细对流会向湍流转变。湍流是地面自然界中常见的一种非线性行为，对浮力对流的情况已进行了较深入的研究。对流如何转变到湍流是一个典型的流体力学问题。Feigenbaum的理论预言了倍周期分岔过程的规律^[26]。Maurer和Libchaber^[27]，Libchaber, Laroche和Fauve^[28]进行了水银实验，验证了Feigenbaum普适定率。Collum和Benson^[29]对Pr数为2.5~5的水平流体层进行实验，发现了四种从层流转捩到湍流的转捩过程。

热毛细对流不同于浮力驱动对流，它由自由面上的表面张力梯度驱动。浮力对流和表面张力驱动对流是两种不同的流动体系。自70年代末发现热毛细振荡对流现象以来，大量的小尺度液桥地面实验和线性稳定性分析仅关心热毛细对流的临界振荡问题。热毛细对流转捩到湍流的过程还研究得很少，它与浮力对流转捩过程的异同是流体力学基础研究有兴趣的课题之一。

三维轴对称，非定常熔体硅浮区模型被用于零重力条件下小Pr数流体热毛细对流的分岔行为研究（Kazarrinoff^[30]），得到了从定常流通过小振幅周期振荡，非对称，大振幅三倍周期振荡，非周期振荡到湍流的转捩过程，Kazarrinoff并给出了熔体硅浮区发生振荡的临界温度差。非定常、二维数值模拟研究了地面，小尺度，大Pr数硅油二维液桥从定常流动到湍流的转捩过程（Tang和Hu^[31]）。计算结果与地面小尺度液桥实验定性一致^[32]，对计算结果进行谱分析后发现，定常、轴对称热毛细对流通过 $f_0/2^n$ ($n=1, 2, 3, 4$)次谐波分岔转变为非周期对流，最后，过渡为湍流，其中 f_0 指主频。发生 $f_0/4$, $f_0/8$ 和 $f_0/16$ 分岔时的温度差给出 $\delta_4=4.583$ ，与Feigenbaum对无限次分岔分析得到的普适常数4.664 2016十分接近。

参 考 文 献

- 1 Chang C E & Wilcox W R. Inhomogeneities due to thermocapillary flow in floating zone melting. *J Crystal Growth*, 1975, 28: 8
- 2 Chun C H & Wuest W. Experiments on the transition from the steady to the oscillatory Marangoni-convection of a floating zone under reduced gravity effect. *Acta Astronautica*, 1979, 6: 1073
- 3 Schwabe D, Schärmann A, Preisser F & Oeder R. Experiments on surface tension driven flow in floating zone melting. *J Crystal Growth*, 1978, 43: 305
- 4 Cao Z H, Xie J C, Tang Z M and Hu W R. The influence of buoyancy on the onset of oscillatory convection in a half-flooding zone. *Adv Space Res*, 1991, 11 (7): 163
- 5 Hu W R, You H T and Cao Z H. Free surface oscillation of thermocapillary convection in liquid bridge of half floating-zone. *Science in China (Series A)*, 1992, 35 (9): 1101
- 6 Yao Y L, Shu J Z, Xie J C, Liu F and Hu W R. Transition of oscillatory floating half zone convection from Earth's gravity to microgravity. *Int J Heat Mass Transfer*, 1997, 40 (11): 2517
- 7 Yao Y L, Liu F and Hu W R. How to determine critical Marangoni number in half floating zone convection. *Int J Heat Mass Transfer*, 1996, 39 (12): 2539
- 8 Han J H, Sun Z W, Dai L R, Xie J C and Hu W R. Experiment on the thermocapillary convection of a mercury liquid bridge in a floating half zone. *J Crystal Growth*, 1996, 169: 129
- 9 Rupp R, Müller G & Neumann G. Three-dimensional time dependent modeling of the Marangoni convection in zone melting configurations for gas. *J Crystal Growth*, 1989, 97: 34

- 10 Chen G, Lizze A & Roux B. Bifurcation analysis of the thermocapillary convection in cylindrical liquid bridge. *J Crystal Growth*, 1997, 180: 638
- 11 Wanschura M, Shevtsova V M, Kuhlmann H C & Rath H. Convective instability mechanisms in thermocapillary liquid bridges. *J Phys Fluids*, 1995, 7 (5): 912
- 12 Levenstam M & Amberg G. Hydrodynamical instabilities of thermocapillary flow in a half-zone. *J Fluid Mech*, 1995, 297: 357
- 13 Savino R & Monti R. Oscillatory Marangoni convection in cylindrical liquid bridge. *Phys Fluids*, 1996, 8: 2906
- 14 Chen Q S, Wu W R and Prasad V. Effect of liquid bridge volume on the instability in small-Prandtl-number half zone. *J Crystal Growth*, 1998, 203: 261
- 15 Hu W R, Shu J Z, Zhou R & Tang Z M. Influence of liquid bridge volume on the onset of oscillation in floating zone convection, I. Experiment. *J Crystal Growth*, 1994, 142: 379
- 16 Han J H, Ar Y, Zhou R and Hu W R. Investigation on simulation model of floating half zone convection——II. Experiment. *Int J Mass Heat Transfer*, 1997, 40: 2671
- 17 Sakurai M, Ohishi N and Hirata A. Effect of liquid bridge from on oscillatory thermocapillary convection under normal gravity and microgravity conditions——Dorp shaft experiment. IAF-96-J.4.06
- 18 Tang Z M & Hu W R. Influence of liquid bridge volume on the onset of oscillation in floating half-zone convection III. Three-dimensional model. *J Crystal Growth*, 1999, 207: 239
- 19 Smith M K & Davis S H. Instabilities of dynamic thermocapillary liquid layers, Part I. Convective instabilities. *J Fluid Mech*, 1983, 132: 119
- 20 Xu J J & Davis S H. Convective thermocapillary instability in liquid bridges. *Phys Fluid*, 1984, 27 (5): 1102
- 21 Chen Q S & Hu W R. Effect of liquid bridge volume on instability of floating half zone convection. *International J Heat and Mass Transfer*, 1998, 42: 825
- 22 Tang Z M, Hu W R and Imaishi N. Two bifurcation transition of the floating half zone convection in a fat liquid bridge of large Pr number. accepted by *Int J Heat Mass Transfer*
- 23 Smith M K and Davis S H. Instabilities of dynamic thermocapillary liquid layers, Part. 2. Surface - wave instabilities. *J Fluid Mech*, 1983, 132: 145
- 24 Ostrach S, Kamotani Y & Lai C L. Oscillatory thermocapillary flows, *PCH Physicochem. Hydrodynam.*, 1985, 6: 585
- 25 Hu W R and Tang Z M. Excitation mechanism of thermocapillary oscillatory convection. *Scientia Sinica*, 1990, 33: 69 (in Chinese), 1990, 33: 934 (in English)
- 26 Fegenbaum M J. The onset spectrum of turbulence. *J Phys Lett*, 1979, 74A: 375
- 27 Maurer A & Libchaber A. Rayleigh - Benard experiment in liquid helium: frequency locking and the onset of turbulence. *J Phys Lett*, 1979, 40: L-419
- 28 Libehaber A, Laroche C & Fauve S. Period doubling cascade in mercury, a quantitative measurement. *J Phys Lett*, 1982, 43: L-211
- 29 Gollub J P & Benson S V. Many routes to turbulent convection. *J Fluid Mech*, 1980, 100, part 3: 449
- 30 Kazarinoff N D. Bifurcations of numerically simulated thermocapillary flows in axially symmetric float zone. *Phys Fluids*, 1990, A2 (10): 1797
- 31 Tang Z M & Hu W R. Fractal features of oscillatory convection in the half - floating zone. *Int J Heat Mass Transfer*, 1995, 38(17): 3295
- 32 Tang Z M, Hu W R, Xie J C & Zhou R. Transition from steady to oscillatory convection with chaotic feature in thermocapillary convection. *Adv Space Res*, 1995, 16(7): 67