

岩石中残余应力的形成机理及确定方法

韩贝传

(中国科学院地质研究所 北京 100029)

章根德

(中国科学院力学研究所 北京 100080)

摘要 回顾了残余应力理论研究的历史,指出了岩石中残余应力研究工作的重要意义,在残余应力基本方程的基础上,研究了岩石中残余应力的形成机理,提出了确定物体中残余应力的方法,通过几个算例验证了该方法的正确性与可行性。

关键词 残余应力, 岩石, 加载卸载

分类号 TV223.1

讨。

1 前言

材料在不受外载的条件下内部存在的应力称为残余应力,岩石形成以后在漫长的后期改造中或通过人类的工程活动可能会产生残余应力。另一方面,岩石类材料是一种非均匀介质,组成岩石的微观颗粒在力学性质及热传导性能方面都存在有差异,特别是在压力温度变化的作用下,会产生局部的塑性变形,造成部分应力被封闭其中,称为“封闭应力”,也是残余应力中的一种^[1]。

关于残余应力的工作是从研究材料内部的初始应力开始的。较早的工作可以追溯到文[2~4]等的研究中。文[5, 6]首先系统地建立了残余应力的理论基础。应用声弹性理论发展残余应力的测量技术主要见于文[7~9]。以上的工作多限于对金属材料的研究,到目前为止还未见过有关岩石类材料残余应力系统研究工作的报道,但其重要性则是不言自明的,本文将在这方面作一些初步探

2 残余应力的基本方程

应用理性力学理论,残余应力定义为在不受载荷的参考构形中存在的应力,它满足平衡方程和零反力边界条件。

考虑一个物体B,在给定的构形k中存在应力T。应力T满足平衡方程

$$\operatorname{div} T + \rho b = 0 \quad (1)$$

式中:b为单位质量的体力,ρ为在参考构形k中的密度。如果b=0且T满足边界条件:

$$Tn|_{\partial k} = 0 \quad (2)$$

则称T为残余应力;式中∂k为构形k的边界。对于弹性小变形,在参考构形中的本构关系可写为

$$S(H) = T + C[H] =$$

$$T + L[E] + WT + \frac{1}{2}(ET - TE) \quad (3)$$

式中:S为克希霍夫应力张量;E为(增量)格林应变张量;W为(增量)旋转张量;H=

1998年5月3日收到来稿。

作者 韩贝传 简介:男,52岁,博士,1968年毕业于清华大学工程力学系固体力学专业,现任副研究员,主要从事岩石力学的理论与数值分析方面的研究工作。

$E + W$ 表示(增量)位移梯度; T 为用柯西应力表示的残余应力; $L[\cdot]$ 为一线性对称张量, 仅和位移梯度 H 的对称部分 E 有关; 而 $C[H] = L[E] + \frac{1}{2}(ET - TE)$ 为弹性张量。

3 残余应力的确定方法

从式(1)和式(2)可见, 残余应力必须满足无体力的平衡方程和零反力边界条件, 实质上是反映了材料在卸荷以后内部残留的应力状态。文[4]已从理论上证明, 完全各向同性的材料在纯弹性状态下内部是不存在残余应力的。但实际上岩石类材料不可能是完全各向同性的, 在外载作用下也大多发生非弹性变形, 因此产生残余应力。考虑物体在受载后满足以下的平衡方程和边界条件:

$$\operatorname{div} T_1 + \rho b = 0 \quad (4)$$

$$T_1 n|_{\partial \Omega} = T_0 \quad (5)$$

可以设想在物体中存在有另一类应力状态满足如下的平衡方程和边界条件:

$$\operatorname{div} T_2 - \rho b = 0 \quad (6)$$

$$T_2 n|_{\partial \Omega} = -T_0 \quad (7)$$

且其应力应变关系是线弹性的。如果令

$$T = T_1 + T_2 \quad (8)$$

将上述两类应力状态的平衡方程和边界条件分别相加, 则发现 T 完全满足式(1)和式(2), 因此即为物体中的残余应力。实际上式(4)和式(5)为物体加载的平衡方程和边界条件, 式(6)和式(7)为物体卸载的平衡方程和边界条件, 通过这种加载-卸载的方法, 即可求出残余应力。

4 算例分析

考虑一个外径为 10 m 内径为 4 m 的厚壁圆筒。由于轴对称性, 只取四分之一部分进行计算, 材料参数值如表 1 所示。模型 1 为在外径施加 1 MPa 法向压力, 使材料产生部分屈服, 然后将载荷全部卸掉, 便产生了

如图 1 所示的残余应力(粗线表示拉应力)。为了更清楚地了解残余应力的分布规律, 可参考图 2 所示的环向残余应力与径向残余应力沿径向的分布图。从图 2 可以看出, 径向残余应力全部为拉应力, 最大拉应力位于靠近内径处屈服区的中部, 在外径与内径的边界处径向残余应力近似为零, 满足了零反力边界条件。而环向残余应力在外径处为压应力, 向内压应力逐渐增大, 在接近内径处突然变小而迅速改变为拉应力, 至内径边界处拉应力达到最大值。

如果物体在加载前内部有残余应力存在, 毫无疑问加载后的应力场与不存在残余应力时不同。需要指出的是, 位移场也是不一样的, 原因是残余应力的存在影响了材料的塑性变形。对于模型 1, 分别计算无残余应力情况与图 2 中的残余应力作为初始应力场的情况。从图 3 可以看出, 无残余应力时圆筒内壁的位移要比有残余应力时大很多。

模型 2 为上述厚壁圆筒的冷却过程。考虑冷却过程是从外壁到内壁的逐渐匀速冷

表 1 模型 1 和模型 2 的材料参数

Table 1 The material parameters for model 1 and model 2

弹模 E /MPa	泊松比 ν	容重 γ /kN · m ⁻³	凝聚力 c /MPa	摩擦角 $\varphi/(^\circ)$	热膨胀系数 α
5.0×10^3	0.3	25.0	0.1	20	10^{-6}

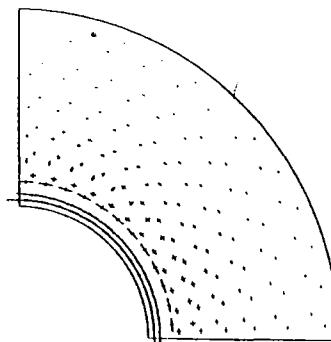
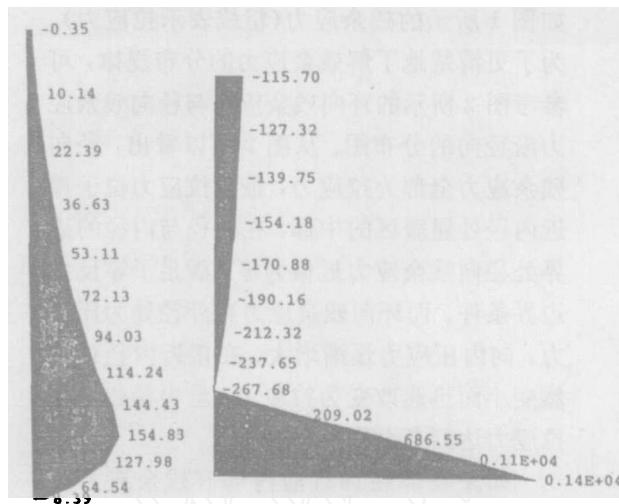


图 1 模型 1 的残余应力矢量图

Fig. 1 The residual stress vectors of model 1



(a) 径向残余应力 (b) 环向残余应力

图 2 模型 1 的径向残余应力与环向残余应力

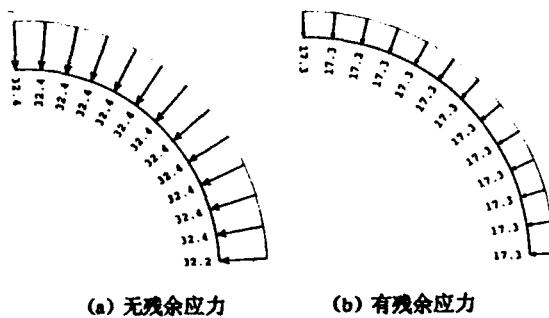
分布图/ 10^{-3} MPaFig. 2 The diagrams of residual stress of model 1/ 10^{-3} MPa

图 3 有无残余应力条件下模型 1 的内壁位移/mm

Fig. 3 The displacements of inner wall of model 1 with and without residual stress/mm

却过程，当外壁完全冷却之后，内部的继续冷却收缩会在外层不断产生压应力并使材料屈服，这个内外壁相互作用的过程一直持续到内壁的冷却过程完全停止。假设最后总的温度降为 150°C，由此而产生的残余应力如图 4 所示。可以看出，径向残余应力全部为零，而环向残余应力基本上是从外径向内递减分布的。

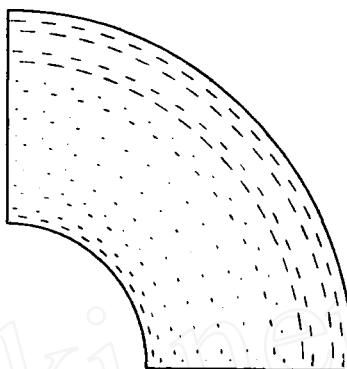


图 4 模型 2 的残余应力矢量图

Fig. 4 The residual stress vectors of model 2

5 开挖引起岩体中的残余应力

岩体由开挖引起残余应力的形成机制与模型 1 的厚壁圆筒类似，只不过加载与卸载均与重力作用有关。模型 3 为一个直径为 12 m，埋深为 80 m 的隧洞开挖。模型 4 为一个深度为 50 m 的高陡边坡开挖。由于对称条件，隧洞取一半进行计算。计算所用材料参数如表 2 所示，计算结果的残余应力矢量图见图 5 与图 6。结果显示，残余应力主要分布在开挖区附近，对应于屈服区；且基本为

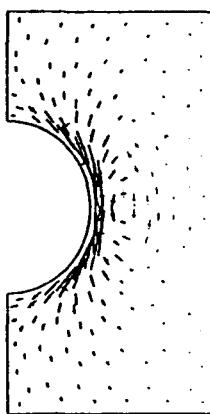


图 5 隧洞开挖产生的残余应力

Fig. 5 The residual stress vectors due to tunnel excavation

拉应力。在计算模型区域取足够大的情况下, 远处边界附近残余应力值近似为零(图5, 图6只取模型的一部分作图)。因此计算出的残余应力场也满足零反力边界条件。

表2 模型3与模型4的材料参数

Table 2 The material parameters for model 3 and model 4

弹性模量 E / MPa	泊松比 ν	容重 γ / kN · m⁻³	凝聚力 σ / MPa	摩擦角 β / °
隧洞 5.0×10^3	0.35	20.0	0.4	35
边坡 5.0×10^2	0.35	20.0	0.1	30

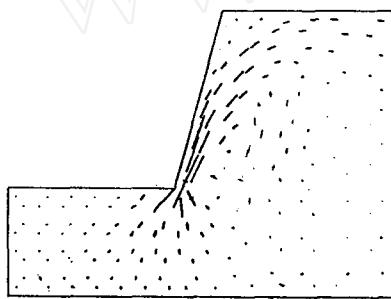


图6 边坡开挖产生的残余应力

Fig. 6 The residual stress vectors due to slope excavation

参 考 文 献

- 1 陈宗基. 地下巷道长期稳定性的力学问题. 岩石力学与工程学报, 1982, 1(1): 1~20
- 2 Rayleigh L. On the dilatational stability of the earth. Proc. Roy. Soc., 1966, 77(Ser. A): 486~499
- 3 Love A. Some Problems of Geodynamics. London: Cambridge University Press, 1961
- 4 Biot M. Mechanics of Incremental Deformations. New York: John Wiley, 1965
- 5 Hoger A. On the residual stress possible in an elastic body with material symmetry. Arch. Ratinal Mech. and Anal., 1985, 88: 271~290
- 6 Hoger A. On the determination of residual stress in an elastic body. J. Elasticity, 1986, 16: 303~324
- 7 King R, Fortunk O. Acoustoelastic evalution of arbitrary plane residual stress states in non-homogeneous, anisotropic plates. Ultrasonics, 1983, 21: 256~268
- 8 Thomppson R, Lee S, Smith J. Absolute measurement of stress in textured plates for angular dependence of SH mode velocity. Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evalution, 1984, 3: 1311~1319
- 9 Lu W. Residual stress evalution by ultrasonics in an elastic-plastic material. In: Proc. SESA Spring Conf.. New York: 1983, 77~83

MECHANISM AND DETERMINATION OF THE RESIDUAL STRESS IN ROCK

Han Beichuan¹ Zhang Gende²

(¹ Institute of Geology, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029)

(² Institute of Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

Abstract The history of theoretical study on residual stress is briefly described and important meaning of research on the residual stress in rock is pointed out. Based on the fundamental equations of residual stress, the mechanism of the residual stress in rock is studied and the determining method is proposed. Some test examples are used to verify the feasibility of this method.

Key words residual stress, rock, loading and unloading