

例如, $L_1 = L_2 = 1/2L$, $S_3 = (100 \times 100) - (80 \times 80) \approx 1/3S_1$

$$B_1 \approx 0.5B, B_3 \approx 1.5B \quad (12)$$

用(12)式计算后可知,计算值基本符合实测值。

2.3 铸造实验结果

用中碳钢进行了连铸模拟实验,浇注温度1560℃。铸造速度0.5m/min,铸型振动频率60cpm,振幅±4mm,获得铸坯的表面状况如图4所示。在不施加电磁场的情况下,铸坯表面有明显的振纹;施加电磁场后,铸坯表面质量得到明显的改善。

3 结论

测量了电磁连铸用铸型内的磁场分布;用中碳钢进行了电磁连铸模拟实验;主要结果如下。

(1)在无负载的情况下,铸型内的磁场分布均匀;加入负载后,负载上部空间的磁感应强度减少,负载和铸型之间的磁感应强度增加。

(2)施加高频交流电磁场后,铸坯表面质量得到大幅度改善。

参考文献(略)

方坯电磁连铸系统磁场分布的研究*

曾德鸿 毛 斌 鄂学全
中国科学院力学研究所

引言

电磁连铸是冶金工业中的一项新技术,也是目前国际连铸技术的前沿和热点的研究课题之一。它利用电磁压力约束熔体成型、冷却凝固,形成铸坯。传统连铸采用结晶器起约束熔体,而电磁连铸则借助感应器中交变电流激发的电磁场约束熔体,完全取代结晶器。这里的磁约束效应产生于熔体中诱导的涡电流与当地电磁场作用产生洛伦兹力 $\bar{f} = \bar{j} \times \bar{B}$,其无旋分量可平衡熔体的静水压力,约束熔体的自由面成一定的形状。

最早的电磁连铸应该算是铝合金的电磁连铸,该技术起源于前苏联。目前全世界每年约二百万吨铝坯是电磁连铸生产。同传统的连铸生产技术相比,电磁连铸的最大好处就是“无接触”,即熔体(铝液)在不与任何物体机械接触的情况下成型、冷凝,形成铸坯。这样,消除了引起铸坯表面缺陷的一些因素,铝坯的表面质量和表面质量都有提高,可以不经过精整而直接轧

制。这样的连铸连轧生产能节省设备投资,降低能耗,节约原材料。

然而,这种完全无接触的电磁连铸生产目前还仅应用于高电导率的铝、铜合金的生产。钢的连铸生产中,因结晶器振动而导致的表面振痕是一个突出的表面质量问题。若能实现“无接触”连铸,则表面振痕问题自然解决。但是,钢的电磁连铸实现起来有相当的难度。钢的密度比铝大,导电率及导热率也比铝低,这意味着电磁压力需要平衡更高的静水压头;另外,钢连铸的速度比铝快,相比而言,铝坯连铸只是一种半连铸生产,而不像钢的连铸那样连续生产。这些因素使得钢的无结晶器电磁连铸很难在生产中实现。研究中提出了一种折衷的办法,即用结晶器和电磁场共同约束钢液。电磁压力作用于初期凝固弯月面,钢液的静水压力由电磁压力和结晶器的机械压力共同平衡,相应地减小了钢液与结晶器内壁之间的机械压力;电磁压力使弯月面略微内缩,增大了熔融保护渣通道,结晶器上下振动时引起的动压作用

* 国家自然基金资助项目(19572069)

也减小。这样就实现了弯月面与结晶器之间的“软接触”。研究表明，“软接触”可以减小钢坯的表面振痕，提高铸坯的表面质量。目前处于探索的软接触方案大致有：低频（工频）电磁场加铜结晶器；高频电磁场加耐热层；连铸型冷坩埚加高频电磁场。从尽量发挥磁约束效果及同时减小磁场诱导钢水流动的角度来考虑，高频电磁场（几千赫兹到几十千赫兹）方案比较有利，因此，冷坩埚电磁连铸的研究相对较多一些，该方案又称 4C Process (Cold Crucible Continuous Casting)。

电磁连铸的关键在于用适当的电磁压力分布来影响、控制初期凝固的弯月面。定量地分析电磁场的分布及特点，能帮助确定实现电磁连铸的可能性与方案，提高效率。电磁连铸系统（包括铝、铜连铸，钢的“软接触”连铸等）的磁场，取决于感应器中电流分布和熔体、结晶器中感生的涡电流的分布。初期凝固阶段温度高于居里点，导体均是非铁磁体。这种感应系统的磁场分析，早期采用近似和解析方法，模型为平面或轴对称的模型。近年来，随着高速计算机的发展，数值分析方法更多地应用于求解这类磁场分布问题。J.D.Lavers, J.Sakane, D.P.Cook 等用感抗方法计算电磁场分布，分析了铝合金的无接触电磁连铸系统。在高频条件下，边界元方法求解电磁场也是一种可行的方法。有限元方法能处理多导体复杂边界的情形，已被应用于三维电磁场的数值模拟，特别是冷坩埚电磁连铸的电磁分析。

为了给模拟实验及工程设计提供有效的参考，要求电磁场的数值模型能反映几何及物理参数对磁场分布的影响以及变化趋势，而且计算比较省时。从这一点来看，感抗方法是较合适的近似方法。它以诱导涡电流为未知量，用一系列的电流环来近似涡电流分布的区域，求出涡电流而求得磁场的分布。计算离散的区域仅限于涡电流分布的区域。如果电磁连铸系统的磁场分布问题可以简化成轴对称的，那么，应用感抗方法能方便求解问题，并且对多导体问题也可以解决。D.P.Cook 将感抗方法应用求

解方坯铝合金电磁连铸的磁场分布，沿用以电流环近似涡电流分布的想法，将涡电流分布的区域离散成一系列的方形横截面的载流环路，环路几何参数已知，其电流值未知，这样将涡电流方程直接离散成有限个未知电流值的代数方程，方程的系数矩阵由环路的互感和自感环路的几何参数的乘积构成。这样处理过于形式化，缺乏足够的理论依据；感抗系数是采用现成的公式计算，这些公式只适用于直线段，电流线便只能以直线或折线来近似；电流环的横截面是矩形，需要近似表面是曲面的涡电流分布区域时，只能以台阶状的表面来近似。

受感抗方法的启发，本文讨论以诱导涡电流为未知量，求解感应系统的电磁场分布的理论模型和数值方法，发展感抗方法的思想，提出将涡电流分布区域离散成一系列任意横截面的闭合电流环（电流管）的方法。计算了方坯电磁连铸系统的磁场分布，通过多个算例，讨论总结磁场分布的特点。

理论模型

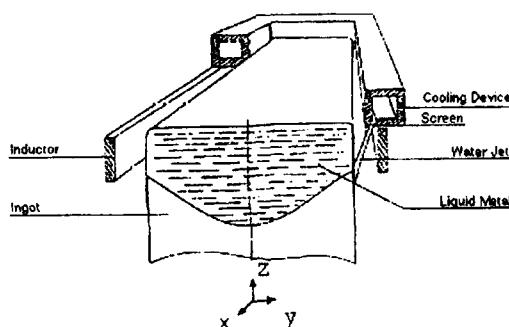


图 1 连铸过程示意图

涡电流积分方程

图 1 是电磁连铸示意图。Z 轴垂直向上，熔体由上浇下，在感应器激发磁场约束下冷却凝固，向下拉出，形成铸坯。这实际上是一个感应系统，包括感应器，一个或多个金属导体，简化示意图如图 2。感应器上通过交变的电流，激发交变的电磁场，在导体（熔体、结晶器、屏蔽板等）上感生涡电流。如果认为感应器上电流

分布已知,那么,求出感生的涡电流,就可以了解整个电磁场的分布。设整个求解区域为 V ,感应器占空间区域 V_0 ,熔体、结晶器(或冷坩埚的每一片)、屏蔽板等多个孤立的导体所占区域分别为 V_i ($i = 1, 2, 3, \dots, N$)。 V_0 及 V_i ($i = 1, 2, 3, \dots, N$)都是有限的单连域;在它们之间空气构成绝缘区域 V_a , V_a 是一个复连域,外边界为无穷远。总的区域 $V = V_a \cup V_0 \cup V_1 \cup \dots \cup V_N$ 。由于磁雷诺数很小,可以忽略熔体的流动对电磁场的影响,单独求解电磁场。本问题的基本控制方程是 Maxwell 方程。在 V_i ($i = 0, 1, 2, 3, \dots, N$)上,忽略位移电流;设导体为良导体,即内部电荷密度为零;非铁磁体,磁导率为 μ_i ,介电常数 ϵ_i ;电导率 σ_i ;边界为 S_i ,其外法向单位矢量记为 \vec{n}_i ,切向 $\vec{\tau}_i$,面电荷密度 q_i ,于是考虑电流在有限体积上的分布, S_i 上电流面密度为零。 V_i ($i = 0, 1, 2, 3, \dots, N$)上场量的控制方程为

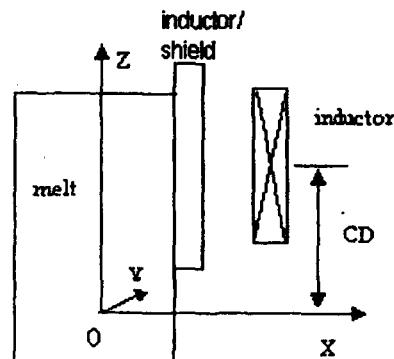


图 2 连铸系统结构

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial \vec{B}(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (1a)$$

$$\nabla \times \vec{B}(\vec{r}, t) = \mu_i \vec{J}(\vec{r}, t) \quad (1b)$$

$$\nabla \cdot \vec{B}(\vec{r}, t) = 0 \quad (1c)$$

$$\nabla \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) = 0 \quad (1d)$$

$$\vec{J}(\vec{r}, t) = \sigma_i \vec{E}(\vec{r}, t) \quad (1e)$$

边界条件

$$\vec{B}_i \cdot \vec{n}_i = \vec{B}_a \cdot \vec{n}_i \quad (1f)$$

$$\mu_a \vec{B}_i \cdot \vec{\tau}_i = \mu_i \vec{B}_a \cdot \vec{\tau}_i \quad (1g)$$

$$\epsilon_i \vec{E}_i \cdot \vec{n}_i + q_i = \epsilon_a \vec{E}_a \cdot \vec{n}_i \quad (1h)$$

$$\vec{E}_i \cdot \vec{\tau}_i = \vec{E}_a \cdot \vec{\tau}_i \quad (1i)$$

式中带下标 a 的参数表示区域 V_a 上相应的参数, \vec{r} 表示空间坐标 (x, y, z) 的矢径。 V_a 上的控制方程为

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial \vec{B}(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (2a)$$

$$\nabla \times \vec{B}(\vec{r}, t) = 0 \quad (2b)$$

$$\nabla \cdot \vec{B}(\vec{r}, t) = 0 \quad (2c)$$

$$\nabla \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) = 0 \quad (2d)$$

S_i 曲面上的边界条件 ($i = 0, 1, 2, 3, \dots$)

$$\vec{B}_i \cdot \vec{n}_i = \vec{B}_a \cdot \vec{n}_i \quad (2e)$$

$$\mu_a \vec{B}_i \cdot \vec{\tau}_i = \mu_i \vec{B}_a \cdot \vec{\tau}_i \quad (2f)$$

$$\epsilon_i \vec{E}_i \cdot \vec{n}_i + q_i = \epsilon_a \vec{E}_a \cdot \vec{n}_i \quad (2g)$$

$$\vec{E}_i \cdot \vec{\tau}_i = \vec{E}_a \cdot \vec{\tau}_i \quad (2h)$$

无穷远边界

$$\vec{B}_a = 0 \quad (2i)$$

$$\vec{E}_a = 0 \quad (2j)$$

对于非铁磁性的金属导体和空气,磁导率与真空磁导率 μ 相近,可取

$$\mu_a = \mu \quad (3a)$$

$$\mu_i = \mu \quad i = 0, 1, 2, \dots, N \quad (3b)$$

于是对于磁感应强度 $\vec{B}(\vec{r}, t)$,在 V 上有如下方程

$$\nabla \times \vec{B}(\vec{r}, t) = \mu \vec{J}(\vec{r}, t) \quad (4)$$

引入矢势 $\vec{A}(\vec{r}, t)$,标势 $\varphi(\vec{r}, t)$,并采用库仑规范 $\nabla \cdot \vec{A}(\vec{r}, t) = 0$,有

$$\nabla^2 \vec{A}(\vec{r}, t) = -\mu \vec{J}(\vec{r}, t) \quad (5a)$$

$$\vec{A}(\infty, t) = 0 \quad (5b)$$

V 上的格林函数为

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{4\pi} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (6)$$

于是可得

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_v \frac{\vec{J}(\vec{r}', t)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dv \quad (7)$$

又

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial \vec{A}(\vec{r}, t)}{\partial t} - \nabla \varphi(\vec{r}, t) \quad (8)$$

如果熔体没有流动,可以认为导体内梯度场为零,则在区域 $V_i (i=1, 2, 3 \dots, N)$ 内,都有

$$\nabla \varphi(\vec{r}, t) = 0, \vec{r} \in V_i, i=0, 1, 2 \dots N \quad (9)$$

由式(1e)、(7)、(8)和(9)得

$$\vec{J}_i(\vec{r}, t) = -\frac{\mu \sigma_i}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \iiint_v \frac{\vec{J}(\vec{r}, t)}{|\vec{r} - \vec{r}|} dv \quad (10)$$

只有 $V_i (i=0, 1, 2, 3 \dots, N)$ 上有电流分布,所以

$$\vec{J}_i(\vec{r}, t) = -\frac{\sigma_i \mu}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \left[\sum_{k=0}^N \iiint_{V_k} \frac{\vec{J}_k(\vec{r}, t)}{|\vec{r} - \vec{r}|} dv \right] \quad (11)$$

设感应器通有交变电流 $\vec{J}_0(\vec{r}) e^{j\omega t}$, ω 为角频率, j 为虚数单位, 各导体区域上感生交变的涡电流 $\vec{J}(\vec{r}) e^{j\omega t}$, (11)式可写成

$$\vec{J}_i(\vec{r}) = -\frac{j\omega \sigma_i \mu}{4\pi} \left[\sum_{k=0}^N \iiint_{V_k} \frac{\vec{J}_k(\vec{r})}{|\vec{r} - \vec{r}|} dv + \iiint_{V_0} \frac{\vec{J}_0(\vec{r})}{|\vec{r} - \vec{r}|} dv \right] \quad (12)$$

若设 $\vec{J}_0(\vec{r}) e^{j\omega t}$ 为已知, 则(12)式是以涡电流为未知量的积分方程。解出方程(12), 求得电流分布, 磁场及磁压力由下式求出

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_v \frac{\vec{J}(\vec{r}) \times (\vec{r} - \vec{r})}{|\vec{r} - \vec{r}|^3} \quad (13a)$$

$$P_m = \frac{|\vec{B}(\vec{r})|^2}{4\mu} \quad (13b)$$

电场

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{\vec{J}(\vec{r}, t)}{\sigma_i} \quad (13c)$$

如果只关心熔体上的磁场(磁压力)和电场, 式(12)~(13)便是问题的基本关系式。为保持问题讨论的完整性, 下面给出 V_a 上标势的

方程及边界条件

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (14a)$$

$$\epsilon_a \frac{\partial \varphi}{\partial n} |_{S_i} = q_i, i=0, 1, 2 \dots N \quad (14b)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} |_{\infty} = 0 \quad (14c)$$

由(14)解出标势后, 电场可由(8)式求出, 磁场由(13a)求出。

涡电流积分方程的解法

给定熔体、结晶器等的空间位形以及感应器上的电流分布, 方程(12)可以直接在笛卡儿坐标系中写成分量的形式求解, 但是求解这样一个三维积分方程计算量较大。若一个方向离散点数为 n , 离散体积积分时, 形成的代数方程组的系数矩阵是 $n^3 \times n^3$ 的非对称满阵, 解这个方程组占计算时间的主要部分, 所以我们考虑降低积分维数的简化近似方法。

设 \vec{e}_b 为电流线主法线方向的单位矢, \vec{e}_τ 为电流线切向单位矢, \vec{e}_a 为副法线方向的单位矢, $\vec{e}_a = \vec{e}_b \times \vec{e}_\tau$ 。以 $\vec{e}_b, \vec{e}_\tau, \vec{e}_a$ 为基矢, 引入电流线坐标系 (b, τ, α) , 拉梅系数分别计为 H_b, H_τ, H_a 。设电流密度大小为 $J(b, \tau, \alpha)$, 则电流密度矢量表示为

$$\vec{J} = J(b, \tau, \alpha) \vec{e}_\tau \quad (15)$$

由 $\nabla \cdot \vec{J} = 0$ 可知

$$\frac{\partial H_b H_a J(b, \tau, \alpha)}{\partial t} = 0 \quad (16)$$

记

$$J_g = J(b, \tau, \alpha) H_b H_a \quad (17)$$

(12)式在电流线坐标系中写为

$$J_t(b, \tau, \alpha) \vec{e}_\tau = -\frac{j\omega \sigma_i \mu}{4\pi} \left[\sum_{k=1}^N \iiint_{V_k} \frac{J_k(b', \tau', \alpha') H_b H_\tau H_a \vec{e}'_\tau}{|\vec{r}(b, \tau, \alpha) - \vec{r}'(b', \tau', \alpha')|} db' d\tau' d\alpha' + \iiint_{V_0} \frac{J_0(b', \tau', \alpha') H_b H_\tau H_a \vec{e}'_\tau}{|\vec{r}(b, \tau, \alpha) - \vec{r}'(b', \tau', \alpha')|} db' d\tau' d\alpha' \right] \quad (18)$$

(18)式两边乘以 $H_b H_a$, 则有

$$J_{g,i}(b, \alpha) \vec{e}_\tau = -\frac{j\omega \sigma_i \mu}{4\pi}$$

$$\left[\sum_{k=1}^N \iint_{V_k} \frac{J_{i,k}(b', \alpha') H_b H_a H_r \vec{e}_\tau}{|\vec{r}(b, \tau, \alpha) - \vec{r}'(b', \tau', \alpha')|} db' d\tau' da' + \right. \\ \left. \iint_{V_0} \frac{J_{0,g}(b', \alpha') H_b H_a H_r \vec{e}'_\tau}{|\vec{r}(b, \tau, \alpha) - \vec{r}'(b', \tau', \alpha')|} db' d\tau' da' \right] \quad (19)$$

(19)式两边点乘 $\vec{e}_\tau H_\tau$, 并对 τ 积分, 最后写成

$$J_{g,i}(b, \alpha) = -\frac{j\mu\sigma\omega}{4\pi L(b, \alpha)} \left[\sum_{k=1}^N \iint_{\Omega_k} K(b, \alpha, b', \alpha') J_{g,k}(b', \alpha') db' da' + \right. \\ \left. \iint_{\Omega_0} K(b, \alpha, b', \alpha') J_{0,g}(b', \alpha') db' da' \right] \quad (20)$$

这里 $L(b, \alpha)$, 是电流线一周的弧长, 积分核为

$$K(b, \alpha, b', \alpha') =$$

$$\iint \frac{H_b H_a H_r H_{r'}}{|\vec{r}(b, \tau, \alpha) - \vec{r}'(b', \tau', \alpha')|} \vec{e}_\tau \cdot \vec{e}'_\tau d\tau d\tau' \quad (21)$$

(20)和(21)两式表明, 当电流密度矢量的方向已知时, 积分方程可以降低一维, 成为二维积分方程。轴对称情况下电流方向已知, 并且坐标变换有解析的形式, E. D. Tarapore 等给出了具体的计算公式; 一般情况下, 由于电流密度矢量是未知量, 所以其方向实际上在求解之前也是未知的, 但可以根据问题的特点近似补充电流线方向, 方程(20)仍然可解。

涡电流分布区域离散成电流管

假设方程(20)中的积分采取某一近似算法, 积分域 Ω_k 上选取 $M_k \times N_k$ 个积分点 (b_p, α_q) , $1 \leq p \leq M_k$, $1 \leq q \leq N_k$, 各点上的积分加权系数为 $A_{k,pq}$, 此时区域 Ω_k 被分为 $M_k \times N_k$ 个互不重叠的微元区域 $\Delta\Omega_{k,pq}$ 。记

$$A_{k,pq} = A_{k,pq}^* \Delta\Omega_{k,pq} = A_{k,pq}^* \Delta b_p \Delta \alpha_q \quad (22)$$

(20)式离散为

$$J_{j,i,pq} = \frac{j\mu\sigma\omega}{4\pi L_{pq}} \left[\sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^{M_k} \sum_{l'=1}^{N_k} K_{k,pqrl} A_{k,n} J_{g,k,n} \right. \\ \left. + \sum_{r=1}^{M_0} \sum_{l=1}^{N_0} K_{0,pqr} A_{0,n} J_{g,0,n} \right] \quad (23)$$

$$1 \leq i \leq N, 1 \leq p \leq M_k, 1 \leq l \leq N_k$$

对应于物理坐标系, 实际是把涡电流分布的区域 V_k 划分成一系列互不重叠的电流管, 电流管的横截面积

$$\Delta S_{k,pq}(\vec{r}) = H_b H_a \Delta b_p \Delta \alpha_q \quad (24)$$

(23)式两边同乘以 $\Delta\Omega_{i,pq}$, 并记 $I_{i,pq} = J_{g,i,pq}$, 整理得

$$I_{i,pq} = -\frac{j\mu\sigma\omega}{4\pi L_{pq}} \left[\sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^{M_k} \sum_{l'=1}^{N_k} K_{k,pqrl}^* A_{k,n}^* I_{k,n} \right. \\ \left. + \sum_{r=1}^{M_0} \sum_{l=1}^{N_0} K_{0,pqr}^* A_{0,n}^* I_{0,n} \right] \quad (25a)$$

$$1 \leq i \leq N, 1 \leq p \leq M_k, 1 \leq l \leq N_k$$

$$K_{k,pqrl}^* = \iint \frac{\Delta S_{k,pq}(\vec{r}) \vec{e}_\tau \cdot \vec{e}'_\tau}{|\vec{r}(b_p, \tau, \alpha_q) - \vec{r}'(b_r, \tau', \alpha_l)|} \\ H_r H_{r'} d\tau d\tau' \quad (25b)$$

$I_{i,pq}$ 具有电流强度的量纲, 代表以积分点上的电流密度近似电流管的电流密度时电流管的电流强度。(25b) 表示沿过积分点的电流线的积分, 可以在物理坐标系中计算; 积分点需要在积分区域 Ω_k 上根据近似积分算法确定, 映射到物理坐标系中。

更简便的办法是将 Ω_k 上的各微元划分足够小, 电流密度在某一微元上近似为一常量, 积分直接离散成各微元的和的形式, 就可以直接在物理坐标系内划分出电流管, 并选取积分点(通常是选电流管中点)。这意味着可以直接在物理坐标系中计算, 只是网格要更密一些。

高频条件下电流线的近似

如果电磁场频率比较高, 穿透深度很小, 那么电流只分布在贴近导体壁面的一个薄层内。对于方坯, 假设涡电流的电流线是贴壁的一系列闭合曲线是合理的近似。实际上, 在铸坯外表面上的电流线只能是贴壁的闭合曲线。考虑到由外到内电流分布的连续性, 我们假设表面附近的电流线与外壁上的电流线相似, 所引起的偏差不会很大。最简单的模型就是假设电流线是带圆角的方形闭合曲线。

总结以上讨论, 可以这样来计算磁场, 根据问题中涡电流分布的特点, 用适当的曲线来近似电流线, 求解涡电流积分方程, 从而求得磁场分布。补充电流线实际上是补充了涡电流方向, 变矢量方程为标量方程。

求解方程(20)时将积分域离散, 从物理上看就是把涡电流分布区域用一系列的载流导体

环来近似,这一点与 D.P.COOK 的方法有相似之处。但这里求解二维积分方程(20)时,我们可以考虑对积分域 Ω_k 的各种离散方式,对应的物理区域上,电流管的横截面可以是曲四边形,而不必是矩形,能光滑近似曲表面。当涡电流分布的区域不规则时能体现出这样考虑的优越性,如计算弯月面与磁场耦合作用时,弯月面就是任意的曲面。

方坯电磁连铸磁场的分布

我们将以上讨论的方法计算方坯电磁连铸的磁场分布。

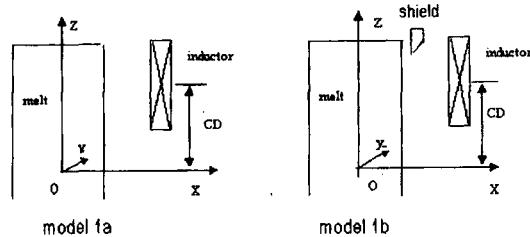


图 3 EM 系统示意图

方坯铝合金电磁连铸系统的电磁场分布

为了了解磁场分布的主要特点,我们可以用最简单的模型来近似连铸系统,一定长度的方形横截面导体,一端置于方形的感应器之中,纵剖面示意图如图 3(a),称之为模型 1a;如果铸坯和感应器之间加屏蔽板,称其为模型 1b,如图 3(b)所示。取铸坯中轴线为 z 轴,向上为正。设熔体顶部为 $z = 100$; CD 为感应器中心的 Z 坐标。由于电磁场频率比较高,穿透深度相当小,所以假设电流线为沿着方坯表面的水平方向电流环。在物理坐标系中采取比较密的网格划分,直接在物理坐标系中计算。由(25)式得到以电流强度为未知量的线性方程组

$$I_{i,pq} + \frac{j\mu\sigma_i\omega}{4\pi L_{pq}} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^{M_k} \sum_{t=1}^{N_k} K_{k,pqrl}^* I_{k,rt} = \\ \frac{j\mu\sigma_i\omega}{4\pi L_{pq}} \sum_{r=1}^{M_0} \sum_{t=1}^{N_0} K_{0,pqrl}^* I_{0,rt} \quad (26a)$$

$$1 \leq i \leq N, 1 \leq p \leq M_k, 1 \leq r \leq N_k$$

$$K_{k,pqrl}^* = \iint \frac{\Delta S_{k,pq}(\vec{r})}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{l} \cdot d\vec{l}' \quad (26b)$$

(26b) 表示沿两条电流线的积分,解得涡电流分布后,根据(13)可以求得磁场及电磁压力分布。

设 L_0 表示参考长度,这里取为方坯边长的一半,特征电流密度为 J_0 ,取为感应器上的电流密度值,记

$$B_0 = \frac{\mu L_0 J_0}{4\pi} \quad (27)$$

感应器是普通的铜质感应器,方型横截面,中空。同样,感应器上电流分布也集中于表面附近。我们的计算考虑了在不同感应器位置时弯月面附近电磁场分布的特点。计算结果列于图 4。

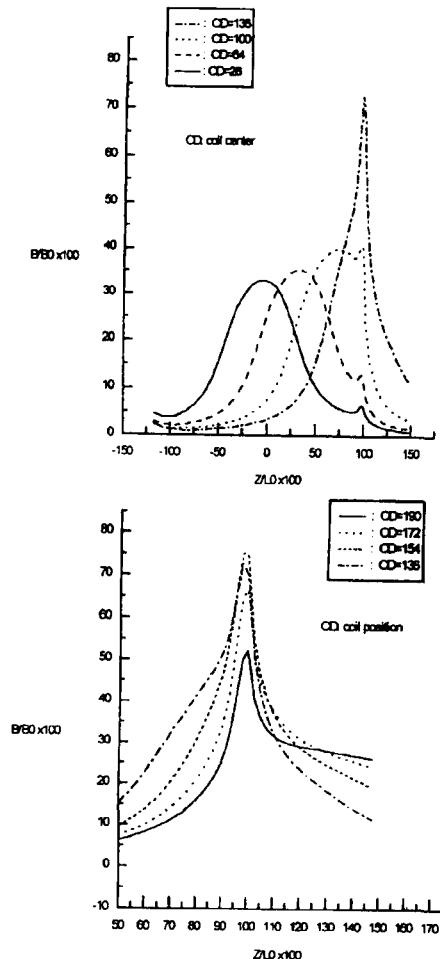


图 4 熔体侧表面磁场分布随感应器位置的变化

电磁压力沿竖直方向变化,在感应器中部

附近有一最大值。我们用电磁压力来平衡静水压力,而静水压力是从弯月面开始,向下逐渐增大,所以,在感应器位置的布置时,应考虑使电磁压力的最大值低于弯月面。

感应器在竖直方向的位置明显影响电磁场的分布。图 4 中给出了电磁场分布随感应器位置改变而变化的情况。可以看到,感应器位置比较低时,端缘效应不明显,磁场几乎是上下对称分布。当感应器靠近弯月面时,端缘效应增强,在弯月面附近场强增高,而且变化很剧烈。这是因为感生的涡电流集中于弯月面附近,相当于一个电流盘的作用。从理论上估计,电流盘附近的场强与到电流盘的距离成立方反比关系,所以场强在弯月面附近梯度很大。这个特点很不利于电磁连铸。因为熔体的静水压在弯月面顶部为零,由弯月面顶部向下,逐渐增大。电磁压力在弯月面附近很强,会不利于有效地平衡静水压。在静水压低的位置上,电磁压力过强,使弯月面过度弯曲;而在静水压高的位置,电磁压力却不足,不能平衡静水压力。另外,从总体上可以看出,电磁压力分布在竖直方向上集中于比较窄的一个范围,这容易使弯月面局部产生比较大的弯曲,不利于约束有效高度的熔体。有两种办法可以调整电磁场分布。一种是加上屏蔽板,另一种是调节弯月面顶部附近的感应器形状,使感应器在顶部偏离开一些,弯月面顶部附近磁场相对减弱。

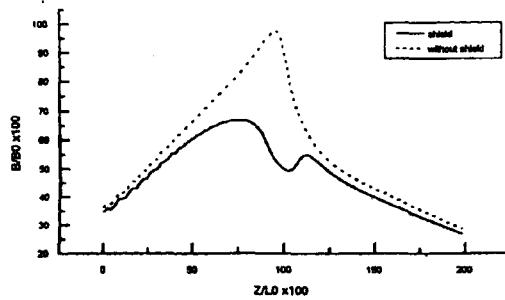


图 5 屏蔽板的屏蔽作用

我们计算了加屏蔽板对电磁场分布的调整作用,如图 5 所示。图中虚线给出的是铸坯侧面中部场强未加屏蔽板时的分布;实线是加上

屏蔽板以后的分布情况。弯月面顶部在 $z/L_0 = 100$ 。屏蔽板使场强在弯月面附近不过分集中,而且能调整场强分布适当,从弯月面顶部向下逐渐增大,与静水压的变化一致。数值模拟和实验研究表明适当地调节屏蔽板的位置和厚度,可以产生适当的电磁压力分布,平衡熔体的静水压力,约束弯月面成一定的形状。

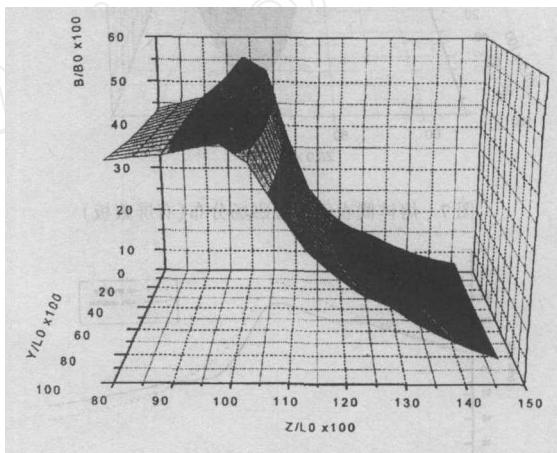


图 6 熔体侧表面附近磁场分布(无屏蔽板)

图 6 给出的是模型 1a 的场强沿铸坯侧表面分布。 YZ 平面是铸坯的侧面。计算结果显示,铸坯侧面中部的场强大于角部。这种场强分布的不均匀,会使弯月面形状变得复杂,弯月面角部可能出现隆起。另外,弯月面顶部($Z/L_0 = 100$)附近场强很高。图 7 是有屏蔽板时的结果,与图 6 对比可以看出,弯月面附近场强降低,往下场强增大,这样的分布适合于约束弯月面。当然,需要进一步的精细调整屏蔽板的位置和厚度等参数才能产生合适的电磁压力分布,平衡弯月面上的静水压。同时还要考虑弯月面的变形,这就涉及到了电磁场与弯月面耦合的问题。耦合问题我们将另外讨论,这里给出的结果在于显示磁场分布的特点和屏蔽板的调节作用。

从图 7 还可以看出,有屏蔽板以后,场强峰值移向弯月面以下一定距离,再往下场强逐渐减弱,到某一位置,静水压会超过电磁压力。这要求弯月面的凝固点位置不能太低。熔体的凝固进程取决于它的导热性和散热条件。

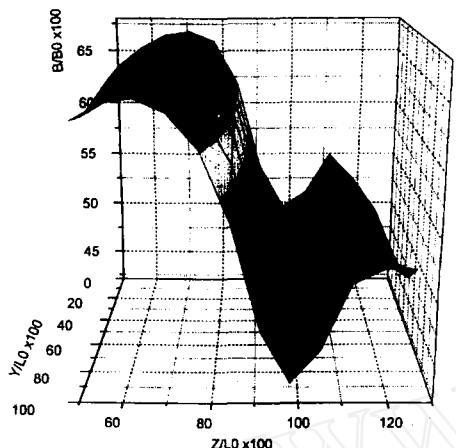


图 7 熔体侧表面附近磁场分布(有屏蔽板)

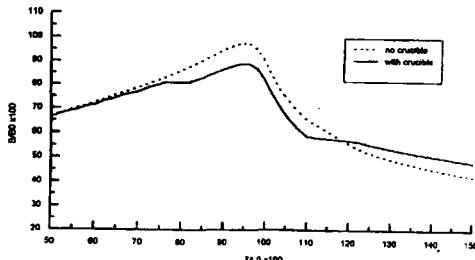


图 8 有冷坩埚时磁场分布

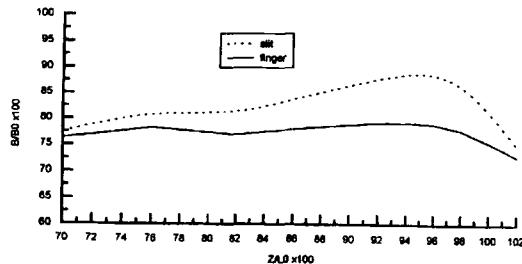


图 9 冷坩埚狭缝前和铜片前磁场强度比较

D. Prasso 等建立了铝坯电磁连铸的热传导模型。从他们的结果来看,导热性和连铸速度是决定铝液液相穴深度和凝固线形状的主要因素。连铸速度越低,导热性越好,液相穴的深度越小。

一般情况下,感应器必须置于弯月面附近,否则场强太弱,起不了作用。因此,弯月面附近场强分布集中。电磁压力往往引起弯月面的变形;而由于涡电流在弯月面附近分布的集中,这个弯形一定会引起磁场分布的显著变化。因

此,在弯月面附近,磁场与弯月面形状之间存在比较强烈的耦合作用。

冷坩埚电磁连铸磁场分布

在前面讨论的计算模型基础上,加上冷坩埚结构,可以用来讨论冷坩埚电磁连铸的磁场分布特点。连铸型的冷坩埚是由相互绝缘的铜片组成,各片之间填充绝缘介质,电磁场可以透过这些狭缝而作用于钢液的弯月面。为简化计算,我们仍然考虑用方形闭合电流线来做近似。

图 8 给出磁场在钢坯侧表面沿竖直方向分布的情况。对比前面的计算结果,可以看出两者分布上有相似的特点,只是有冷坩埚结构以后,弯月面附近($Z/L_0 = 100$)场强被削弱。有趣的是,冷坩埚上下两头磁场并不被削弱,反而略微升高。

在钢坯的侧表面上,电磁压力在狭缝处较强,而在冷坩埚的铜片附近场强较弱,如图 9 示。这容易使钢液表面产生空陷。如果增大分片数目,空陷相对减弱。

值得注意的是,冷坩埚磁场分布特点与模型 1a 相似,在弯月附近场强集中,变化剧烈。用屏蔽板调节磁场和改变感应器形状的办法从理论上讲同样可以应用于冷坩埚连铸系统,但实际的连铸生产条件可能限制这些办法的实施。这时,在允许的位置范围内,上下调节感应器的位置可能比较容易实现。

结论

我们得出了近似补充电流线求解涡电流积分方程的方法。在电流线已知的假设条件下,涡电流的积分方程可以变换为可直接求解的二维积分方程。基于这一方法,编制程序,计算了方坯电磁连铸系统的磁场分布。磁场的分布能通过改变感应器位置、使用屏蔽板等手段来调节,计算程序能根据不同的工况参数,模拟磁场分布情况,为实验和工程设计提供参考。初步的工作显示本文讨论的计算方法用于分析方坯电磁连铸的磁场分布的可行性。

参考文献(略)