

参加全国第四届运动  
生物力学学术会议论文

# 对举重生物力学分析中数据 平滑方法的研究

北京体院

洪迪安

国家体委科研所

王云德 卢德明 艾康伟

中国科学院力学所 陶祖莱

Study of Smoothing Techniques for  
Biomechanical Analysis of Weightlifting

Hong Di-An, Beijing Physical Culture Institute

Wang Yun-De, Lu De-Ming, Ai Kang-Wei,

National Research Institute of Sports Science

Tau Zhu-Lai, Institute of Mechanics, the Academy  
of Sciences of China

# 对举重生物力学分析中 数据平滑方法的研究

## 提 要

本文研究如何将两种大范围平滑方法及其计算一阶、二阶导数的方法具体用于举重运动的定量分析中，同时考察，比较这两种方法在处理数据时的效果，从而为此项运动的生物力学研究提供可靠的数据平滑技术。

### 一、前 言

目前运动生物力学研究中对运动学数据和其他数据的平滑方法十分注意，在尽量提高原始观测数据精确程度的同时，必须选择适当的平滑方法，从而提高定量研究的准确性。举重运动是非周期性运动过程，从连续摄影的图片测量中所获得的点的原始位移数据含有各种随机误差（噪音）。例如人体关节中心点的坐标数据在 $X$ （水平方向）和 $Z$ （竖直方向）具有同数量级的绝对误差，但它们相对于坐标值变化范围来说 $X$ 的相对误差约为 $Z$ 的相对误差的10倍。参看图1， $Z$ 为杠铃中心点的竖直坐标， $X$ 为腕关节中心点的水平坐标。

如果我们将人体简化为7个环节的二维系统，则至少要测量16组坐标数据，而这16组数据的误差程度又是各不相同的。对于这类含有不同程度噪音成分的数据，我们认为，在众多的平滑技术中能有效地保留真实信号，更多地筛除噪音成分，尤其是二阶导数的计算结果既要保留峰值又要足够光滑的平滑技术以大范围平滑技术较好。

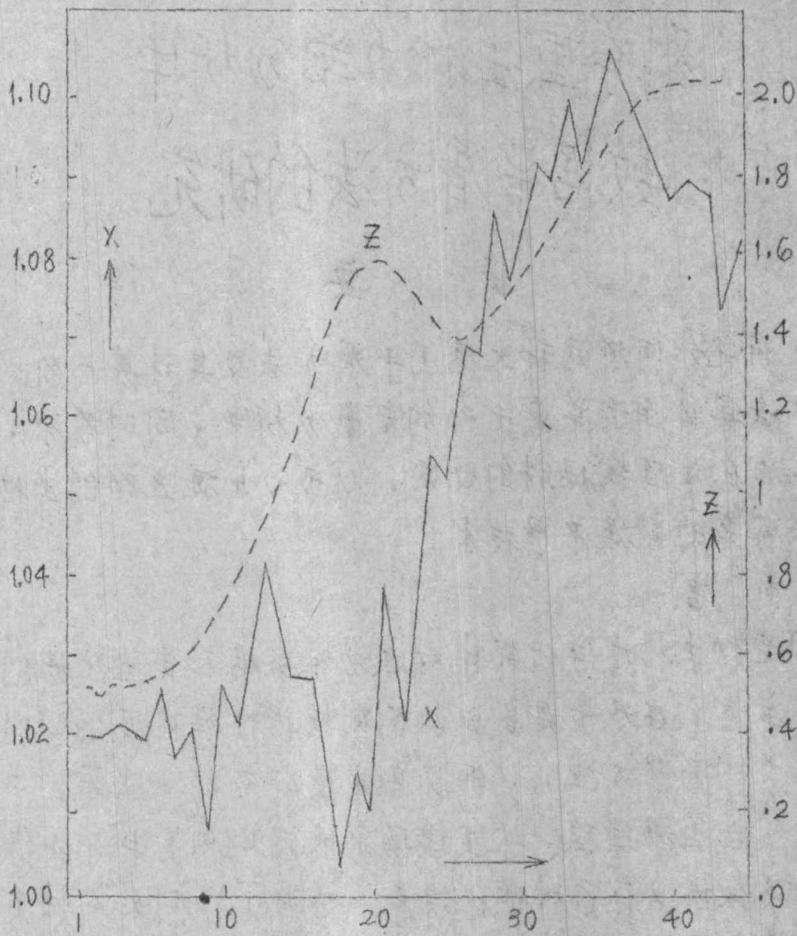


图 1.

## 二. 方法

### (一) 平滑方法

#### 1. 傅利叶分析法

设连续摄影图片共  $N+1$  张, 相邻两张之间的时间间隔为  $T$ , 第  $n$  张图片的原始测量数据为  $y_n$ , ( $n=0, 1, \dots, N$ ). 利用有限傅利叶正弦级数将  $y_n$  展开.

$$y_n \sim \sum_{k=1}^{N-1} b_k \sin k \frac{\pi}{N} n + (\alpha + \beta n T) \quad (1)$$

其中  $\alpha + \beta n T$  是  $y_n$  的线性部分, 令  $g_n = y_n - (\alpha + \beta n T)$  则系

数  $b_k$  按下式计算:

$$b_k = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^{N-1} g_i \sin k \frac{\pi}{N} i \quad (2)$$

确定截级  $m$  后, 以下式得到平滑后的校正值得  $\bar{y}_n$ :

$$\bar{y}_n = \sum_{k=1}^m b_k \sin k \frac{\pi}{N} n + (\alpha + \beta n T) \quad (3)$$

$m$  按下式计算:

$$\left( \sum_{n=1}^m |b_n| \right) / \left( \sum_{n=1}^{N-1} |b_n| \right) = \eta \quad (4)$$

其中  $\eta$  为小于 1 的常数。

2. 二阶低通数值滤波法.

计算格式为:

$$\bar{y}_n = a_0 y_n + a_1 y_{n-1} + a_2 y_{n-2} + b_1 \bar{y}_{n-1} + b_2 \bar{y}_{n-2} \quad (5)$$

按 (5) 式进行一次滤波后将校正值得反向送入 (5) 式进行第二次滤波从而得出最终的平滑值。

(5) 式中的系数  $a_0, a_1, a_2, b_1$  和  $b_2$  由取样频率  $f_s$  ( $f_s = 1/T$ ) 和截断频率  $f_c$  确定。一般文献仅列出了系数值的表格, 缺少中间值, 为了便于大家使用, 这里介绍具体算法。

$$\text{设 } W = \text{tg}(\pi f_c / 0.802 f_s)$$

$$P = 2W \sin 45^\circ$$

$$Q = 2(W \sin 45^\circ)^2$$

于是

$$\begin{cases} a_0 = Q / (1 + p + Q) \\ a_1 = 2a_0 \\ a_2 = a_0 \\ b_1 = 2(1 - Q) / (1 + p + Q) \\ b_2 = 1 - 4a_0 - b_1 \end{cases} \quad (6)$$

由(5)式计算,校正值从第3项才开始有,对于前两项我们另作如下处理:

$$\begin{cases} \bar{y}_1 = y_1 + \frac{2}{5} \delta^3 - \frac{1}{7} \delta^4 \\ \bar{y}_2 = y_2 - \frac{1}{5} \delta^3 + \frac{3}{35} \delta^4 \end{cases} \quad (7)$$

其中  $\delta^3$  和  $\delta^4$  取原始数据差分表中最先出现的三阶和四阶中心差分值。

(三) 一阶和二阶导数

1. 数值滤波法的求导数方法

一般对平滑后的数值采用三点平滑方法:

$$\text{速度: } \dot{y}_n = (y_{n+1} - y_{n-1}) / 2T \quad (8)$$

$$\text{加速度: } \ddot{y}_n = (y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1}) / T^2 \quad (9)$$

(8), (9) 式所缺的首末两点的导数值可按本文后面提到的方法处理。

2. 大范围平滑和局部平滑相结合的求导方法

由(3)式对原始数据进行平滑,导数值也可按下面两式算出:

$$\dot{y}_n = \frac{\pi}{NT} \sum_{k=1}^m k b_k \cos k \frac{\pi}{N} n \quad (10)$$

$$\ddot{y}_n = \left(\frac{\pi}{NT}\right)^2 \sum_{k=1}^m k^2 b_k \sin k \frac{\pi}{N} n \quad (11)$$

但是我们认为更合理的方法是分第二步平滑。第一步采用五点局部平滑公式求导数：

$$\dot{y}_n = (-2y_{n-2} - y_{n-1} + y_{n+1} + 2y_{n+2}) / 10T \quad (12)$$

$$\ddot{y}_n = (2y_{n-2} - y_{n-1} - 2y_n - y_{n+1} + 2y_{n+2}) / 7T^2 \quad (13)$$

开始两点和最后两点另作处理如下：

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = (-21y_1 + 13y_2 + 17y_3 - 9y_4) / 20T \\ \dot{y}_2 = (-11y_1 + 3y_2 + 7y_3 + y_4) / 20T \\ \dot{y}_{N+1} = (21y_{N+1} - 13y_N - 17y_{N-1} + 9y_{N-2}) / 20T \\ \dot{y}_N = (11y_{N+1} - 3y_N - 7y_{N-1} - y_{N-2}) / 20T \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} \ddot{y}_1 = (115y_1 - 116y_2 - 124y_3 + 118y_4 + 25y_5 - 18y_6) / 200T^2 \\ \ddot{y}_2 = (85y_1 - 76y_2 - 84y_3 + 58y_4 + 15y_5 + 2y_6) / 200T^2 \\ \ddot{y}_{N+1} = (-115y_{N+1} + 116y_N + 124y_{N-1} - 118y_{N-2} - 25y_{N-3} + 18y_{N-4}) / 200T^2 \\ \ddot{y}_N = (-85y_{N+1} + 76y_N + 84y_{N-1} - 58y_{N-2} - 15y_{N-3} - 2y_{N-4}) / 200T^2 \end{cases} \quad (15)$$

第二步按(3)式对局部平滑值进行大范围平滑从而得到最终的导数值。

### 三. 结果

图2为杠铃中心点水平位移X和竖直位移Z数据的 $n$ - $n$ 关系图，Z数据精确程度高，当 $n=9$ 时 $n$ 已达到90%，而X数据较差，直到 $n=19$ 时 $n$ 才达到90%。

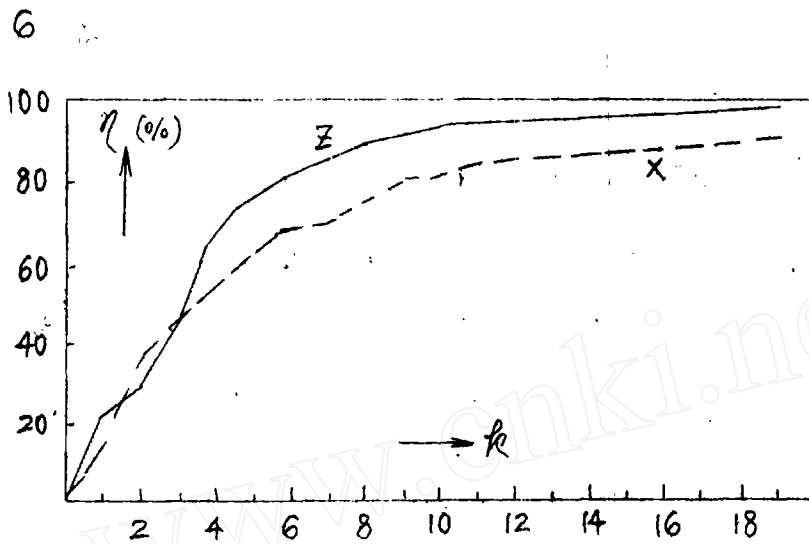


图 2.

我们对各种不同的 $\eta$ 值进行计算(80%~95%),从而确定相应的 $m$ 值去平滑原始数据,将结果进行比较。图3为 $\eta=90\%$ , $m=19$ 时用傅利叶方法平滑杠杆中心点的X坐标所得结果,圆

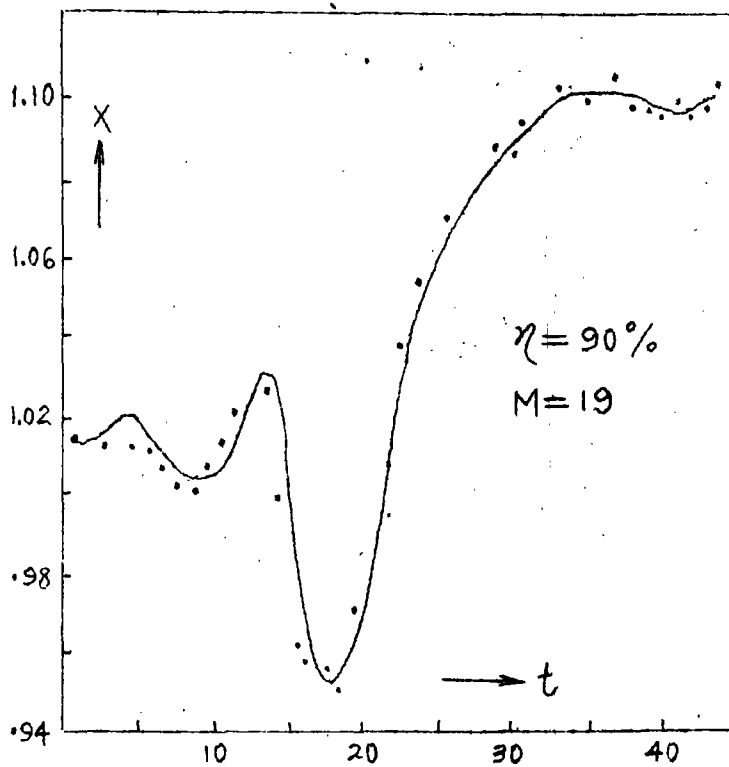


图 3



点表示不和平滑曲线重合的原始数据点。可以看出曲线既能保持峰值的大小又足够光滑。

我们用数值滤波法在不同的 $f_c$ 下(2, 2.5, 3, ~10)进行平滑计算, 以确定适当的 $f_c$ 。图4为 $f_c=3$ 时的平滑结果。曲线光滑程度很高, 但峰值降低的程度比图3的大。

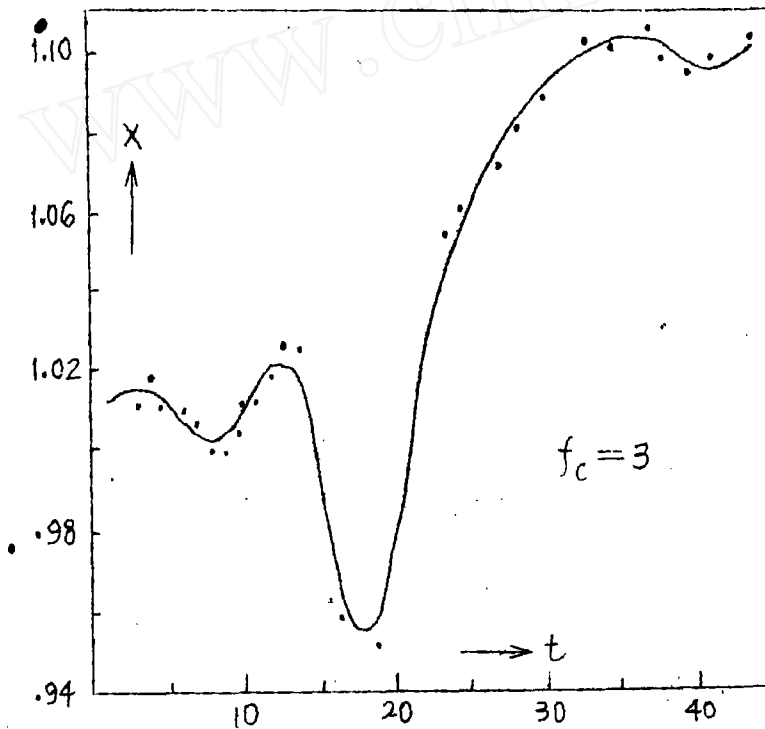


图 4

图5虚线是图4平滑值按(9)计算的二阶导数值。图5和图6中实线均为格式(13)的五点平滑公式所求 $X$ 的二阶导数值, 呈锯齿形。

图6中虚线为用傅利叶方法对二阶导数值进行第二次平滑的结果。我们对不同 $\eta$ 值(55~85%)下的 $m$ 来进行二次平滑, 结果发现 $\eta$ 值取60~70%较为合适。图6就是 $\eta=60.5\%$ 的结果。

比较图5和图6, 可以发现前者峰值较后者低而光滑程序



也比后者稍差。

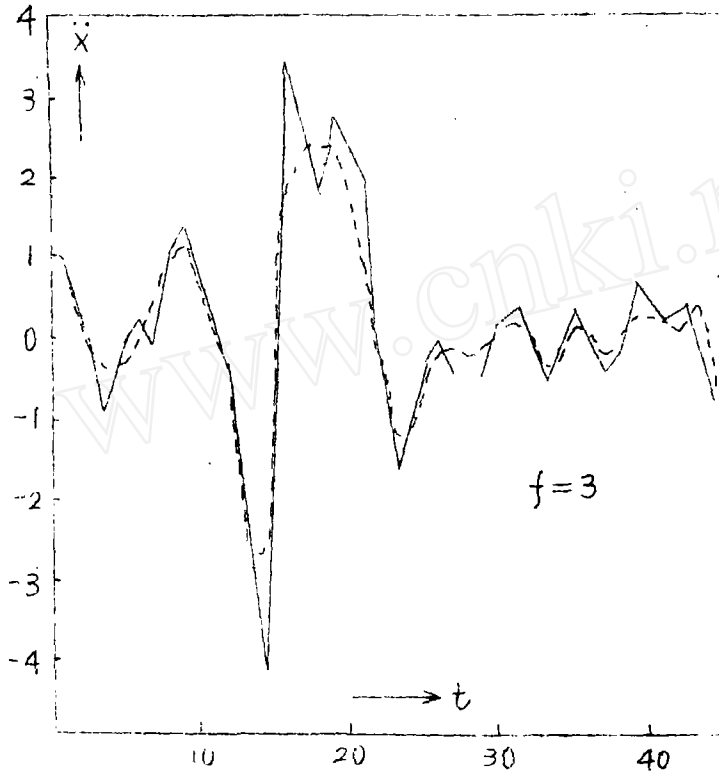


图 5

我们还用式 (10)、(11) 直接由傅利叶级数求导数，但效果不如图 6 的结果好。

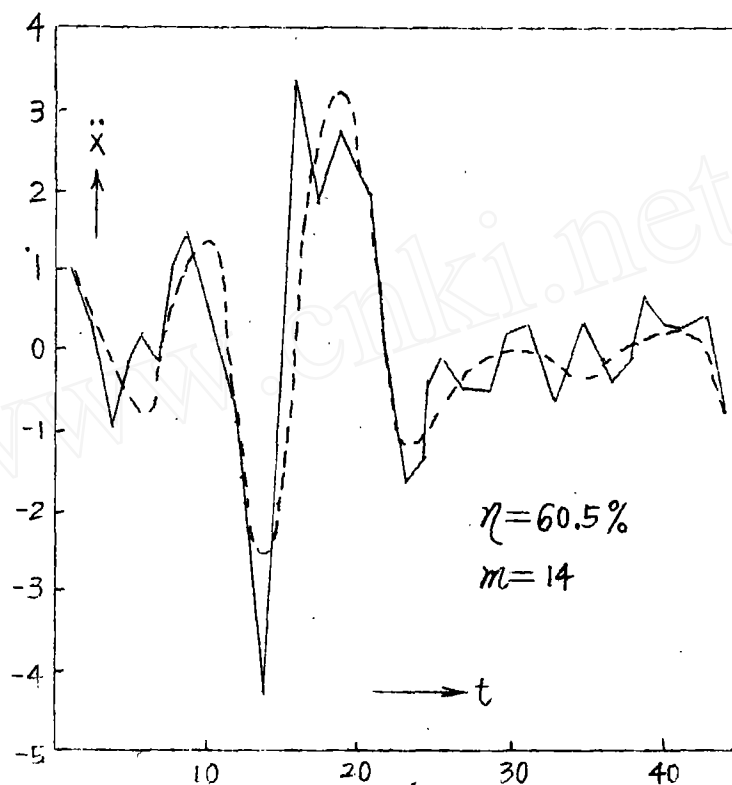


图 6

#### 四. 讨 论

数值滤波法和傅利叶分析法在对举重原始数据进行平滑时, 都容易获得满意的结果; 两种方法在计算一阶导数值时结果也基本一致。前者计算简单、省时, 但不易根据数据质量好坏选定合适的截断频率  $f_c$ ; 后者计算量比较大, 但容易实现根据数据质量选定适当截级  $m$ 。在计算二阶导数时后者略优于前者。

二者在如何根据原始数据的好坏选定最佳  $f_c$  和  $m$ , 从而获得最佳平滑的方法上还有待于进一步的研究解决。

平滑方法的优劣最终要靠速度、加速度值来检验, 因此没法在测量位移数据时用其他方法同步测量速度, 加速度的实际值以评定平滑效果的优劣是十分必要的。

### 五. 结 论

数值滤波方法和傅利叶分析法都能适用于举重运动的数据处理。前者  $f_c$  取值在 2.5~3 较为合适；后者在数据平滑时  $\eta$  取 85~95%，计算一阶导数时  $\eta$  取 75~80% 较好，计算二阶导数时  $\eta$  取 60~70% 较合适。

### 参 考 文 献

- [1] Winter D.A., Biomechanics of Human Movement 1979.
- [2] 南京大学计算数学专业, 数值逼近方法, 科学出版社, 1978.
- [3] Winter D.A. and Wells R.P., Proper Sampling and filtering frequencies in the Kinematics of Human Gait, Proc. 7th Cdn. Med. Biol. Eng. Conf., Vancouver. Aug. 1978.
- [4] RADER C.M. and GOLD.B., Digital Filter Design Techniques in the Frequency Domain, Proc. IEEE, Vol.55, PP149-171, 1967.
- [5] 洪迪安, 一种适用于人体运动学数据处理的平滑技术, (待发表), 1983.

1983年9月21日