

多孔岩石材料局部化变形的分叉分析

鲁晓兵¹ 王义华¹ 王淑云¹ 崔鹏²

(¹中科院力学所, 北京, 100080) (²中科院山地所, 成都, 610041)

摘要 本文根据分叉理论, 对轴对称应力状态下岩石的局部化破坏形式进行了分析。结果表明, 在不同的应力状态和材料性质、以及围压条件下, 岩石材料可以发生剪切带破坏、张破裂破坏和压缩带破坏等局部化形式。

关键词 岩石, 张破裂, 剪切带, 压缩带

分类号

文献标识码

文章编号

BIFURCATION ANALYSIS ON THE LOCALIZATION OF HIGH PORE ROCKS

Lu Xiaobing¹ Wang Yihua¹ Wang Shuyun¹ Cui Peng²

(¹ Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing, 100080)

(² Institute of Mountain hazard and Environment, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, 610041)

Abstract The localization of pore rocks under axisymmetric loading is analyzed by bifurcation theory. It is shown that the pore rocks may be failure in the forms of: (1) shear band in middle wall pressure, (2) tensile band in low wall pressure, (3) compaction band in high wall pressure.

Keywords Pore rocks, tensile band, shear band, compaction band.

1 简 介

地质材料如岩石和土体局部化的形成是国内外岩土力学界关注的主要课题。近二十年来, 人们对该问题进行了多方面的探讨。关于饱和土体剪切带, 人们已从实验、理论和数值模拟等方面进行了较多的研究^[1, 2]。最近, Mollema 和 Antonelli^[3]的研究表明, 高孔隙岩石中会产生局部化的压缩带。这些纯压缩性的薄的扁平区域, 特征是孔隙减小(从20%~25%减小到百分之几)。但是, 在一定的条件下是产生剪切带还是产生压缩带? 他们之间有什么关系等, 还很少有人进行研究。鉴于此, 本文将主要对剪切带和压缩带的产生条件进行分析。

2 关于局部化变形的一般分析

由于剪切带是不连续变形, 剪切带内外要

求满足静力相容条件和几何相容条件^[4]。

几何相容条件即速度场的连续要求速度梯度的非连续满足如下的形式:

$$\Delta \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) = n_j g_i \quad (1)$$

其中 Δ 是局部化带内外的差, n_i 是局部化带单位法矢量的分量, g_i , g_i 是与在带内的位置有关的任意矢量。

静力相容条件即界面上力的相容条件为:

$$n_i \Delta \dot{\sigma}_{ij} = 0 \quad (2)$$

Janmann 应力率与物质率的关系为:

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \dot{\sigma}_{ij} - W_{ik} \sigma_{kj} + \sigma_{ik} W_{kj} \quad (3)$$

其中旋转张量 W_{ij} 是速度梯度张量的反对称

该项目得到国家自然科学杰出青年基金 (No. 40025103) 和国家自然科学基金 (No. 10202024)资助。

作者 鲁晓兵 简介: 36岁, 1999年毕业, 副研究员, 从事岩土力学研究。

部分。由前面几式可以得到:

$$n_i \Delta \tilde{\sigma}_{ij} = -\frac{1}{2} \left(\begin{array}{l} n_i g_i n_k \sigma_{kj} - g_k \sigma_{kj} + \\ n_i \sigma_{ik} n_k g_j - n_i \sigma_{ik} g_k n_j \end{array} \right) \quad (4)$$

在轴对称应力状态下, 只有 σ_{33} , $\sigma_{11} = \sigma_{22}$ 是非零的, 这样, 上式就可以简化为:

$$\begin{aligned} n_k \Delta \tilde{\sigma}_{k1} &= -\frac{1}{2} \{ (\sigma_{33} - \sigma_{11}) (g_1 n_3^2 - n_1 n_3 g_3) \} \\ n_k \Delta \tilde{\sigma}_{k2} &= -\frac{1}{2} \{ (\sigma_{33} - \sigma_{11}) (g_2 n_3^2 - n_2 n_3 g_3) \} \\ n_k \Delta \tilde{\sigma}_{k3} &= -\frac{1}{2} (\sigma_{33} - \sigma_{11}) (n_1 n_3 g_1 + n_1 n_2 g_2 - n^2 g_3) \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $\alpha = 1, 2$ 且 $n^2 = n_1^2 + n_2^2$

3 本构关系

当给定本构关系, 就可以求出具体的局部化条件。在本文中, 设岩石本构关系为如下的形式^[5, 6]:

$$\dot{\sigma}_{ij} = D_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} \quad (6)$$

其中 $D_{ijkl} = D_{ij} e_i e_j$,

$$D_{kl} = D_{lk} = 0, k = 1 \sim 3, l = 4 \sim 6 \quad , \quad \text{且}$$

$$D_{45} = D_{46} = D_{56} = 0$$

4 局部化变形条件

将式(6)代入式(5)得到:

$$A_{ij} g_j = 0$$

其中

$$A_{11} = 2n_1^2 D_{11} + n_2^2 D_{44} + n_3^2 (D_{55} + \sigma_{33} - \sigma_{11})$$

$$A_{12} = n_1 n_2 (2D_{12} + D_{44})$$

$$A_{13} = n_1 n_3 (2D_{13} + D_{55} + \sigma_{11} - \sigma_{33})$$

$$A_{21} = n_1 n_2 (D_{44} + 2D_{21})$$

$$A_{22} = n_1^2 D_{44} + 2n_2^2 D_{22} + n_3^2 (D_{66} + \sigma_{33} - \sigma_{11})$$

$$A_{23} = n_2 n_3 (2D_{23} + D_{66} + \sigma_{11} - \sigma_{33})$$

$$A_{31} = n_1 n_3 (D_{55} + 2D_{31} + \sigma_{33} - \sigma_{11})$$

$$A_{32} = n_2 n_3 (D_{66} + 2D_{32} + \sigma_{33} - \sigma_{11})$$

$$A_{33} = n_1^2 D_{55} + n_2^2 D_{66} + 2n_3^2 D_{33} - n^2 (\sigma_{33} - \sigma_{11})$$

要使上式有解, 其系数行列式对应的矩阵应等于零, 即

$$\det(A_{ij}) = 0 \quad (7)$$

首先讨论一种特殊的情况, 设 $n_1 = n_2 = 0$,

$n_3 = 1$, 则有:

$$D_{33} = 0 \quad \text{或} \quad D_{66} = \sigma_{11} - \sigma_{33}$$

前者要求垂直于受力方向的材料模量等于零, 这时产生纯压缩局部化破坏; 后者要求剪切模量等于最大剪应力, 这时产生扭曲破坏。

下面分析产生剪切带破坏的条件, 这时 $g_2 = 0, n_2 = 0$, 整理后得到:

$$an_1^4 + bn_1^2 n_3^2 + cn_3^4 = 0$$

其中

$$a = 2D_{11}(D_{55} + \sigma_{11} - \sigma_{33})$$

$$b = 4D_{11}D_{33} - (\sigma_{33} - \sigma_{11}) [D_{55}^2 - (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2] - B$$

$$c = 2D_{33}(D_{55} + \sigma_{33} - \sigma_{11})$$

$$B = (2D_{31} + D_{55} + \sigma_{33} - \sigma_{11})(D_{55} + 2D_{31} + \sigma_{33} - \sigma_{11})$$

因为在临界状态, $b^2 - 4ac = 0$, 故剪切带的夹角为:

$$\begin{aligned}\tan\theta &= -\frac{n_1}{n_3} = \tan\left[\left(\frac{|c|}{|a|}\right)^{0.25}\right] \\ &= \tan\left[\left(\frac{D_{33}(D_{55} + \sigma_{33} - \sigma_{11})}{D_{11}(D_{55} + \sigma_{11} - \sigma_{33})}\right)^{0.25}\right]\end{aligned}\quad (8)$$

又可以看到, 当 $D_{66} = 0$ 时, $\theta = 0$, 即产生纯压缩带。当 $D_{11} = 0$ 时, $\theta = \pi/2$, 产生张裂破坏。在上述两者之间, 岩石会发生与轴向呈一定角度(大于 0 度而小于 90 度) 的剪切带形式的局部化破坏。

5 结语

本文根据分叉理论, 以轴对称应力状态为例, 讨论了岩石的几类局部化破坏形式及起始条件。结果表明, 一般情况下, 根据不同的应力状态和材料性质、以及围压条件, 岩石材料可以发生剪切带破坏、张破裂破坏和压缩带破坏等局部化破坏形式。在高围压下, 压缩带破坏形式容易发生, 低围压下

容易发生张破裂破坏形式, 中等围压下, 一般发生剪切带破坏形式。

参 考 文 献

- 1 赵锡宏, 张启辉. 土的剪切带实验与数值模拟. 北京: 机械工业出版社, 2003.
- 2 沈珠江. 理论土力学. 北京: 中国水利水电出版社, 2000.
- 3 Mollema, P. N., Antonelli, M. A.. Compaction bands: a structural analog for anti-mode I cracks in aeolian sandstone. *Tectonophysics*, 1996, 267: 209~228.
- 4 Rudnicki, J. W., Rice, J. R.. Conditions for the localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials. *J. Mech. Phys. Solids*, 1975, 23: 371~394.
- 5 钱建固, 黄茂松. 轴对称状态下土体剪切带触发形成的分叉理论. *岩土工程学报*, 25(4), 2003, 400~404.
- 6 曾亚武, 赵震英, 朱以文. 岩石材料破坏形式的分叉分析. *岩石力学与工程学报*, 2002, 21(7): 948~952.