第 28 卷 第 3 期　　力 学 学 报　　Vol. 28, No. 3
1996 年 5月　　ACTA MECHANICA SINICA　　May, 1996

波作用量守恒原理在波流相互作用中的应用[1)]

王 涛　　李家春
(中国科学院力学研究所, 北京 100080)

摘要　波和流相遇后, 经过相互作用产生稳定的波流场. 基于波作用量守恒原理, 本文提出了解决 Stokes 波与指数剖面流同向或反向相遇过程中波传播特性改变问题的五阶理论, 给出了这种相互作用前后波参数间的关系和相应流场的变化, 并与线性结果进行了比较. 结果表明, 当波流同向时, 波变平缓; 当波流反向时, 波明显变陡. 随着波流强度的增加, 非线性的影响变得越来越明显, 尤其当波同反向流相遇时, 波幅显著增大, 这时必须用非线性理论来考虑波流相互作用的影响.

关键词　Stokes 波, 指数剖面流, 波流相互作用

引 言

海洋中的波在传播过程中时常会遇到大洋环流或由天文潮、风暴潮引起的流, 它们之间的相互作用不仅改变了波的传播特征, 同时也改变了原先的流场. 对这一问题的深入了解, 有助于我们更好地描述和预报复杂海洋环境中的海浪. 从实际应用的角度来看, 由于海洋工程师在确定海工结构物所受极限载荷时, 需要事先适当选取设计波流参数, 因此对波流相互作用问题的研究有助于提高海洋结构物设计的安全性和经济性.

随着人们对海洋的不断开发和利用, 波流相互作用问题受到了越来越多科学家的关注. 早在六、七十年代, Longuet-Higgins, Stewart[1] 和 Phillips[2] 就开展了大量的这方面的工作. Longuet-Higgins 和 Stewart 从能量平衡方程导出线性波与沿波传播方向变化的流相互作用问题的摄动解, 其中流的变化通过较弱的沿垂直方向的上升流或从侧面的水平进流来实现. Phillips 从移动介质中波列动力学的角度对波作用量守恒原理进行了全面阐述, 他指出, 作用量守恒是波列动力学最简单的和最一般的表达, 在适当条件下, 这个原理适用于我们关心的任何类型的波动, 不论是表面波、界面波还是短内波. 他们从研究中得到的基本结论是, 当波流反向相遇时波幅增大, 反之, 波幅减小. Brevik 等人[3, 4]实验研究了规则波与流相遇过程中波的变形, 而 Lambrakos[5]实地观测了波流相互作用对随机波速度和波谱的影响. Li, Y. C. 和 Herbich[6]指出, Skjelbreia 和 Tsuchiya 独立给出了解决这一问题的 Stokes 三阶波理论, 但是 Tsuchiya 认为, 随着逆向流的增强, 波幅增大至一个峰值后不再增大反而减小, 这有别于其他人所得结论. 为便于工程应用, Li, Y. C.[7]给出了沿不同角度传播的线性波与均匀流相遇

1) 中国科学院"八五"重大项目和国家自然科学基金资助项目.
1995-05-22收到第一稿, 1995-10-23收到修改稿

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

过程中波形和波谱的变化 Gudmestad 和 Karunakaran[8]全面论述了研究波流相互作用问题的重要性和其在实际海洋工程结构物设计中的应用 近年来,Li, J. C. 和 Chwang[9]借助于符号计算得到了非线性波与非均匀流共存场中的分析解, 同时指出非线性波流相遇过程中流引起波幅的变化还有待于深入研究

利用现有结果, 本文提出了 Stokes 波与沿水深方向指数廓线流相遇过程中, 波流非线性相互作用对波传播特性影响的五阶理论, 并获得了波流相遇前后波参数的变化, 给出了这种非线性相互作用对流场的影响 通过与线性理论的比较, 我们获得一些对海洋工程应用有意义的结论

1 理论分析与计算

1.1 物理问题

通常, 实际海洋中的流随时间变化的特征尺度远比重力波的周期长, 因此我们可假设流是定常的; 同时由于流在水平方向变化的特征尺度远大于波长, 我们可假设流的剖面仅沿垂直方向变化 行波与定常流相互作用的全过程可以概括为以下三步 (见图 1): (a) 行波在静水中传播, 流存在于另一相邻的区域内; (b) 波传入流所在的区域, 它们之间发生相互作用; (c) 形成稳定的波流场, 波和流共存

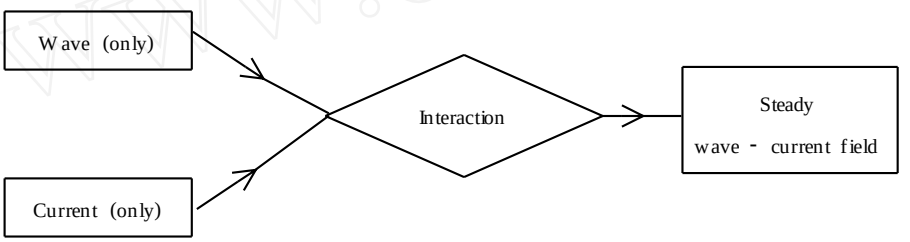

图1 波流相互作用的全过程
Fig 1 Process of wave - current interaction

我们的研究目标是: 给出静水中的波参数, 在波传入有流的区域后, 经过与流的相互作用, 确定定常波流场中新的波参数

1.2 定常波流场

为便于应用, 我们首先回顾一下现有的定常波流场中的分析解 Li 和 Chwang[9]通过把解展开为无量纲的波和流的特征参数 $a(hk)$ 和 ϵ 的级数, 提出非线性波与沿水深方向指数递减剖面流共存时的五阶分析理论, 其中 h 为一阶谐波的波幅, k 为波数

选取以波的相速度 C 运动的坐标系, 整个问题可化成定常问题求解 一般地, 采用流函数形式的控制方程为

$$\nabla^2\psi = -\Omega(\psi) \tag{1}$$

其中 ψ 为流函数, Ω 为流诱导的涡量 为固定自由边界, 可采用 Dubreil-Jacotin 变换, 把 坐标 y 看成坐标 x 和流函数 ψ 的函数, 即 $y = y(x, \psi)$, 这样原控制方程可改写为

$$y_{xx}y_\psi^2 - 2y_x y_\psi y_{x\psi} + (1 + y_x^2)y_{\psi\psi} = \Omega(\psi)y_\psi^3 \tag{2}$$

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

边界条件可叙述为, 在水面上压力为常数, 在水底质点法向速度为零. Li 和 Chwang 把解展开为均匀流动、纯波、纯流和相互作用项之和

$$y = \frac{\psi}{C} + \sum_{i=1}^{5} w_i(x,\psi)a^i + \sum_{i=1}^{5} c_i(x,\psi)\epsilon^i + \sum_{i,j=1}^{i+j\leq 5} n_{ij}(x,\psi)a^i\epsilon^j \tag{3}$$

当 ϵ 或 a 趋于零时, 方程 (3) 即为纯波或纯流解, 其中纯波项的系数 $w_i(x,\psi)$ 可由 Stokes 五阶波理论 (Hui 和 Tenti[10]) 直接给出. 选取 $\Omega = \Omega_0\exp(\psi k/C)$ 其中 $\Omega_0 = \epsilon Ck$, 这与 Phillips[2] 指出的流的形式相同. 应该说明, 当 ϵ 为正时, 流与波同向传播, 当 ϵ 为负时, 流与波反向. 此流沿水深方向的速度分布可表示为

$$U = \epsilon C\exp(ky)\left(1 - \frac{1}{2}\exp(ky)\epsilon + \frac{1}{4}exp(2ky)\epsilon^2 - \frac{3}{4}\exp(3ky)\epsilon^3 + \frac{53}{32}\exp(4ky)\epsilon^4\right) \tag{4}$$

这一流剖面与实际海洋中的流较接近, 在下面的分析中我们也采用了这一流形式. 借助于符号计算软件 MATHEMATICA, Li 和 Chwang 求得了分析解中未知的各个系数. 结果显示, 纯流项的系数 $c_i(x,\psi)$ 可表示为 $c_i = A_i\exp(i\psi k/C)$, 其中 $A_1 = 1, A_2 = 3/4, A_3 = 5/6, A_4 = 35/32, A_5 = 63/40$, 而相互作用项的系数 $n_{ij}(x,\psi)$ 我们在附录中详细给出.

有了以上分析解, 给定 x 和 ψ, 波流场中水质点的水平和垂直速度分量 u, v 可由下式求得

$$u = \frac{1}{y_\psi}, \qquad v = \frac{y_x}{y_\psi} \tag{5}$$

为把结果表示在 Cartesian 坐标系中, 只需由方程 (3) 求得反函数 $\psi = \psi(x, y)$ 即可. 由于这一解中 a 和 ϵ 是固定的, 因此 Li 和 Chwang 的理论适用于波流相遇后稳定波流场的情况.

1.3　相互作用对波参数的影响

作用量守恒原理是由 Bretherton 和 Garrett 建立并完善的, 它可以广泛地应用于海洋学的各种场合. 波作用量定义为波能密度 E 与波固有频率 ω 的比值, 即 E/ω. Phillips[2] 指出, 当流非均匀时, 一般说来波与平均流动之间存在着能量交换, 故波能密度并不守恒, 但波作用量是守恒的. 由于波的能量以群速度 C_g 传播, 定常情况下波流相互作用前后波作用量守恒的形式可表示为

$$\frac{E}{\omega}(U_m + C_{gr}) = \frac{E_s}{\omega_s}C_{gs} \tag{6}$$

此方程可以用来确定非线性相互作用对波参数的影响, 其中注以下标 s 的量为波流相遇前静水中的波参数; 没注下标和注以下标 r 的量分别表示波流相遇后在静止坐标系和随着沿水深方向平均流 U_m 一起运动的坐标系中观察到的波参数.

我们知道, 在静止坐标系中观察到的波流相互作用后波的相速度 C 和群速度 C_g 与动系中的量 C_r 和 C_{gr} 并不相同, 但波高 H, 波长 L (或波数 $k = 2\pi/L$) 却不随坐标系的选取而改变, 即有 $H = H_r, L = L_r$. 为简便起见, 定常波流场中的波高和波长我们统一记为 H 和 L. 相互作用后动坐标系中的 C_r 和 C_{gr} 与作用前静水中的 C_s 和 C_{gs} 形式相同, 可由 Stokes 五阶波理论 (Hui 和 Tenti[10]) 给出

$$C_s = \sqrt{g/k_s}\left(1 + \frac{1}{2}a_s^2 + \frac{1}{2}a_s^4\right), \qquad C_r = \sqrt{g/k}\left(1 + \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}a^4\right) \tag{7}$$

其中 $a_s = h_s k_s$.

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$C_{gs} = \frac{d\omega_s}{dk_s} = \frac{1}{2}C_s R_{gs}, \quad C_{gr} = \frac{d\omega_r}{dk_r} = \frac{1}{2}C_r R_{gr} \tag{8}$$

其中 $R_{gs} = \left(1 + \frac{5}{2}a_s^2 + \frac{9}{2}a_s^4\right) \Big/ \left(1 + \frac{1}{2}a_s^2 + \frac{1}{2}a_s^4\right)$, $R_{gr} = \left(1 + \frac{5}{2}a^2 + \frac{9}{2}a^4\right) \Big/ \left(1 + \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}a^4\right)$

如果我们把 Li 和 Chwang[9] 给出的相速度写成沿水深方向的平均流速 U_m 和相对相速度 C_r 之和, 即

$$C = U_m + C_r \tag{9}$$

则沿水深方向的平均流速 U_m 可表示为

$$U_m = \frac{2}{3}\varepsilon\sqrt{g/k}\left(1 + \frac{4}{3}\varepsilon\frac{19}{5}a^2 + \frac{37}{18}\varepsilon^2 + \frac{8153}{900}a^2\varepsilon + \frac{61}{18}\varepsilon^3 + \frac{57}{10}a^4 + \frac{1809}{100}a^2\varepsilon^2 + \frac{437}{81}\varepsilon^4\right) \tag{10}$$

这同时考虑了波流相互作用对流剖面的影响. 上式中的一阶项 $(2\varepsilon\sqrt{g/k}/3$ 与 Kirby 和 Chen[11] 对任意剖面流 U 给出的平均流速的一阶表达式 $U_m = 2k\int_{\infty} U\exp(2ky)\,dy$ 所得结果相符合. 对频率而言, 方程 (9) 可改写为

$$\omega = kU_m + \omega_s \tag{11}$$

也就是说, 在静止坐标系中看到的波频率 ω 与在随平均流运动的坐标系中看到的波频率 ω_s 不相同, 这种现象称之为 Doppler 效应.

波数守恒是波运动学中的普遍守恒方程, 定常情况下, 它可表述为: 波峰进入某一区域的速率等于其离开的速率, 即

$$Ck = C_s k_s \quad \text{或} \quad \omega = \omega_s \tag{12}$$

把方程(7)和(9)代入方程(12), 得作用前后波长的变化

$$\frac{L}{L_s} = \left(1 - \frac{U_m}{C}\right)^{-2} R^{-2} \tag{13}$$

其中 $R = (1 + a_s^2/2 + a_s^4/2)/(1 + a^2/2 + a^4/2)$

把方程(8), (11)和(12)代入方程(6), 并且注意到方程(7)和(13), 则相应的波高 $(\propto E^{1/2})$ 的变化可由下式求得

$$\frac{H}{H_s} = \left\{\left(1 - \frac{U_m}{C}\right)^{3/2} \Bigg/ \left(\frac{2\frac{U_m}{C} + \left(1 - \frac{U_m}{C}\right)R_{gr}}{R_{gs}}\right)^{1/2}\right\} R \tag{14}$$

以上各式中的系数 R, R_{gs} 和 R_{gr} 反映了非线性的影响, 如果它们都取 1, 该理论即为线性理论, 这与 Li, Y. C.[7] 给出的线性结果相一致.

1.4 数值计算

要想明确波流相互作用对波运动性能的影响, 必须知道波流相遇后定常波流场中的摄动参数 a 和 ε. 由于涡量守恒, 流场中涡量的强度 Ω_0 并不因波流相互作用而改变, 同时由方程 (12) 给出波数守恒, 故相互作用并不改变摄动参数 $\varepsilon(\varepsilon = \Omega_0/C_k)$, 因此唯一未知的参数为 a.

联立方程(13)和(14), 我们有

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\frac{H/L}{H_s/L_s} = \left\{ \left(1 - \frac{U_m}{C}\right)^{7/2} \Bigg/ \left(\frac{2\frac{U_m}{C} + \left(1 - \frac{U_m}{C}\right) R_{gr}}{R_{gs}} \right)^{1/2} \right\} R^3 \tag{15}$$

另一方面, Li 和 Chwang 给出波流场中的波高 H

$$H = 2ak^{-1}\left(1 + \frac{5}{3}\varepsilon + \frac{3}{8}a^2 + \frac{153}{56}a^2\varepsilon + \frac{73}{48}a^4 + \frac{3593}{392}a^2\varepsilon^2\right) \tag{16}$$

静水中的波高 H_s

$$H_s = 2a_s k_s^{-1}\left(1 + \frac{3}{8}a_s^2 + \frac{73}{48}a_s^4\right) \tag{17}$$

联立方程 (16) 和 (17), 我们从另一个角度得到波陡的变化

$$\frac{H/L}{H_s/L_s} = \frac{a}{a_s}R_h \tag{18}$$

其中

$$R_h = \left(1 + \frac{5}{3}\epsilon + \frac{3}{8}a^2 + \frac{153}{56}a^2\epsilon + \frac{73}{48}a^4 + \frac{3593}{392}a^2\epsilon^2\right) \Bigg/ \left(1 + \frac{3}{8}a_s^2 + \frac{73}{48}a_s^4\right)$$

易见, 方程 (15) 和 (18) 的右边相等, 即

$$\frac{a}{a_s} = \left\{ \left(1 - \frac{U_m}{C}\right)^{7/2} \Bigg/ \left(\frac{2\frac{U_m}{C} + \left(1 - \frac{U_m}{C}\right) R_{gr}}{R_{gs}} \right)^{1/2} \right\} \frac{R^3}{R_h} \tag{19}$$

我们知道上式中的所有变量和系数都是 a_s, ε 和 a 的函数, 因此, 若已知 a_s 和 ε 我们便可以利用此式求得波流相互作用后的摄动参数 a. 由于这是一个非线性方程, 故可以用迭代的方法求解. 首先假设 a 的初值并代入该方程右端, 求得新的 a, 如此迭代直至相邻两步迭代过程中求得 a 的误差在我们允许的范围内. 从物理上讲, 当 a_s 和 ϵ 较小时, 线性结果和非线性结果差别不大, 因此若把线性结果作为 a 的初值, 一般可以减少迭代所需的 CPU 时间. 结果表明, 即使 a_s 和 ε 较大时, 迭代也能很快收敛, 通常迭代 100 步足以使得 a 的误差小于 10^{-6}.

有了相互作用后的无量纲参数 a, 波流相互作用后的波长和波高易由方程 (13) 和 (14) 求得, 相应的流场可通过把求得的摄动参数代入方程 (5) 得到.

2　结果分析与讨论

2.1　波参数的变化

由方程 (13) 和 (14), 选取不同的参数 a_s, 波流非线性相互作用引起的波长 L/L_s, 波高 H/H_s 和相应波陡 $(H/L)/(H_s/L_s)$ 随流强度的变化在图 2(a)～图 2(c) 中给出, 并与线性理论所得结果进行了比较.

从图 2(a)～图 2(b) 我们可以看出, 波流同向 (ε 为正) 时, 波幅减小, 波长增大, 即波变平缓; 反之, 波流反向 (ε 为负) 时, 波幅增大, 波长减小, 即波变陡. 对于相同强度的波和流, 它们反向时的相互作用比同向时更为明显. 这种现象可以从图 2(c) 给出的波陡的变化看得更清楚. 如果反向流足够强, 以至于接近临界点 $U_m = -C_{gr}$, 从理论上讲, 波的传播将被完全阻止, 而波幅将趋于无穷大, 这是一种运动学上的极限, 实际上, 在达到这种情况以前, 波浪早已破碎, 弱非线性理论在这一范围内已不适用.

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

图2(a) 波流相互作用对波高的影响
Fig. 2(a) Effect of wave-current interaction on wave height

图2(b) 波流相互作用对波长的影响
Fig. 2(b) Effect of wave-current interaction on wave length

图2(c) 波流相互作用对波陡的影响
Fig. 2(c) Effect of wave-current interaction on wave steepness

应该指出, 由于线性理论假设波陡无穷小, 故所得结果不依赖于波陡的变化, 而 Stokes 波为有限幅波, 故所得结果随 a_s 的不同而变化 一般说来, 当波流同向时, 线性理论低估了波高, 高估了波长, 故在这种情况下, 波陡的变化被低估了; 反之, 当波流反向时, 线性理论高估了波高, 低估了波长, 相应的波陡被高估了. 波陡较小时 (如 $a_s = 0.1$), 线性结果与非线性结果很接近, 随着波幅和流强度的增加, 不考虑非线性相互作用而引起的误差越来越大 概括地说, 非线性理论比线性理论更适合于求解大波幅时的波流相互作用问题

2.2 对流场的影响

在海洋工程中, 人们最为关心的是结构物受到的最大剪切力和倾覆力矩, 因此我们侧重分析波流相遇后稳定流场中的水平速度分量 选取不同强度和沿不同方向 (同向和反向) 传播的波和流, $a_s = 0.1, 0.3$; $\varepsilon = \pm 0.05, \pm 0.1$, 我们在图3(a)～图3(h) 中给出了波峰和波谷下质点的水平速度 u, 图中水深 y 和水平速度 u 分别以静水中的量 k_s^{-1} 和 C_s 无量纲化 为明确波

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

图3(a)　波流相互作用对流场的影响(a_s= 0.1, ϵ= 0.05)
Fig. 3(a)　Effect of wave-current interaction on flow field (a_s= 0.1, ϵ= 0.05)

图3(b)　波流相互作用对流场的影响(a_s= 0.1, ϵ= - 0.05)
Fig. 3(b)　Effect of wave-current interaction on flow field (a_s= 0.1, ϵ= - 0.05)

图3(c)　波流相互作用对流场的影响(a_s= 0.1, ϵ= 0.1)
Fig. 3(c)　Effect of wave-current interaction on flow field (a_s= 0.1, ϵ= 0.1)

图3(d)　波流相互作用对流场的影响(a_s= 0.1, ϵ= - 0.1)
Fig. 3(d)　Effect of wave-current interaction on flow field (a_s= 0.1, ϵ= - 0.1)

图3(e)　波流相互作用对流场的影响(a_s= 0.3, ϵ= 0.05)
Fig. 3(e)　Effect of wave-current interaction on flow field (a_s= 0.3, ϵ= 0.05)

图3(f)　波流相互作用对流场的影响(a_s= 0.3, ϵ= - 0.05)
Fig. 3(f)　Effect of wave-current interaction on flow field (a_s= 0.3, ϵ= - 0.05)

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

图3(g) 波流相互作用对流场的影响(a_s= 0.3, ϵ= 0.1)
Fig. 3(g) Effect of wave-current interaction on flow field (a_s= 0.3, ϵ= 0.1)

图3(h) 波流相互作用对流场的影响(a_s= 0.3, ϵ= - 0.1)
Fig. 3(h) Effect of wave-current interaction on flow field (a_s= 0.3, ϵ= - 0.1)

流相互作用对波运动性能的影响, 忽略相互作用 (即完全不考虑作用前后波参数的变化) 和用线性方法考虑相互作用而得到的质点速度也在中给出.

从图3(a)～图3(h)中我们可以清楚地看到, 反向相遇的波和流使得水平速度显著增加, 而同向相遇的波和流则使得水平速度减小. 由图可见, 线性理论在自由表面附近引起的误差最大, 随着水深的增加这种误差迅速减小, 在水深为1/3波长处, 其结果几乎与非线性结果相一致. 这是由于波和流的速度随水深指数递减, 它们之间的相互作用也相应递减.

一般说来, 流越强或波幅越大, 波流非线性相互作用的影响也越明显. 另一方面, 当波诱导的速度与流诱导的速度近似相等但方向相反, 即它们的作用几乎相互抵消时, 没有计及波流相互作用而引起的相对误差急剧增加, 但绝对误差依然较小(见图3(c)和图3(d)). 当波流较弱时, 由于非线性的影响不明显, 线性方程得到的质点速度与五阶理论得到的结果符合得较好. 然而, 当较陡的波与反向传播的流相遇时, 相互作用会非常显著地改变流场, 即使流较弱(见图3(f)), 线性理论引起的误差也可能超过30%, 如果同时流又较强(见图3(h)), 这种误差迅速增加, 线性理论将不再适用. 这种现象的产生是由于非线性效应非常明显, 波高的微小差别都可以引起流场的急剧变化.

总之, 本文对海洋工程中经常遇到的, 波与同向或反向传播的流的相互作用问题进行了探讨. 从波作用量守恒出发, 我们分析了非线性波与非均匀流相互作用前后波参数的变化和相应流场的变化, 并对线性理论引起的误差进行了评估. 当然, 当流与波成一定角度传播时, 引起的波的折射问题还需进一步研究.

附 录

定常波流场摄动解中相互作用项系数 $n_{ij}(x, \psi)$ 可表示为矩阵 S, M_{ij} 和 E 之积, 即 $n_{ij} = S M_{ij} E$, 其中

$$S = \begin{cases} (\cos x \quad \cos 3x \quad \cos 5x), & i \text{ 为奇数} \\ (1 \quad \cos 2x \quad \cos 4x), & i \text{ 为偶数} \end{cases}$$

$$E = (e^{\psi k/C} \quad e^{2\psi k/C} \quad e^{3\psi k/C} \quad e^{4\psi k/C} \quad e^{5\psi k/C})^T$$

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$M_{11}=\begin{pmatrix} 0 & 5/3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M_{21}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 16/9 & 0 & 0 \\ 0 & 2/5 & 9/5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M_{12}=\begin{pmatrix} -35/12 & 0 & 35/12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M_{31}=\begin{pmatrix} -887/180 & -15/8 & 3/5 & 2233/360 & 0 \\ 0 & 0 & 67/105 & 1759/840 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M_{22}=\begin{pmatrix} 0 & -35/12 & 0 & 175/36 & 0 \\ 0 & -617/300 & 28/25 & 889/180 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M_{13}=\begin{pmatrix} -7/18 & -175/36 & 21/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M_{41}=\begin{pmatrix} 0 & -887/180 & -4 & 4/5 & 1681/225 \\ 0 & -643/252 & -53/20 & 176/105 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 2494/2835 & 478/189 \end{pmatrix}$$

$$M_{32}=\begin{pmatrix} -126161/21600 & -887/108 & -2367/200 & 209/75 & 11089/480 \\ 0 & 0 & -191099/117600 & 10837/3675 & 8783/1120 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M_{23}=\begin{pmatrix} 0 & -7/18 & -280/27 & 0 & 12 \\ 0 & -6163/6750 & -2023/250 & 63/25 & 427/35 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M_{14}=\begin{pmatrix} -203/432 & -35/54 & -1225/144 & 0 & 77/8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

其中上标 T 表示原矩阵取转置

参 考 文 献

1 Longuet-Higgins M S, Stewart RW. The changes in amplitude of short gravity waves on steady non-uniform currents. *J Fluid Mech*, 1961, 10: 529～549

2 Phillips OM. The Dynamics of the Upper Ocean. New York: Cambridge University Press, 1977

3 Brevik I, Aas B. Flume experiment on waves and currents I: rippled bed. *Coastal Eng*, 1980, 3: 149～177

4 Brevik I, Luftkrigsskolen, Trondheim. Flume experiment on waves and currents II: smooth bed. *Coastal Eng*, 1980, 4: 89～110

5 Lambrakos KF. Wave-current interaction effects on water velocity and surface wave spectra. *J Geophys Res*, 1981, 86: 10955～10960

6 Li YC, Herbich BJ. Effect of wave-current interaction on the wave parameter. In: Edge Bl ed. Proc 18th Coastal Eng Conf. New York: American Socienty of Civil Engineers, 1982, 1. 413～438

7 Li YC. Wave-current interaction. In: Herbich JB ed. Handbook of Coastal and Ocean Engineering, Houston: Gulf Pub Co, 1990, 3. 703～726

8 Gudmestad OT, Karunakaran D. Wave current interaction. In: Society for Underwater Technology (SUT) ed. Advances

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

in Underwater Technology, Ocean Sciences and Offshore Engineering, Vol 26: Environmental Forces on Offshore Structures and their Prediction. Netherlands: Society for Underwater Technology, 1990. 81～110

9 Li JC, Chwang TA, Effect of non-uniform current on wave fields. In: Chung JS, Natvig BJ, Das BM eds. Proc 4th Intl Offshore and Polar Eng Conf. Osaka: Intl Society of Offshore and Polar Engineers, 1994, 3. 125～132

10 Hui WH, Tenti G. A new approach to steady flows with free surfaces. *J Applied Math and Phys* (*ZAMP*), 1982, 33: 569～589

11 Kirby JT, Chen TM. Surface waves on vertically sheared flows: approximate dispersion relations. *J Geophys Res*, 1989, 94: 1013～1027

APPLICATION OF CONSERVATION LAW OF WAVE ACTION FLUX TO WAVE-CURRENT INTERACTION

Wang Tao Li Jiachun

(*Institute of Mechanics, CAS, Beijing* 100080, *China*)

Abstract When surface ocean waves are intercepted by currents, the interaction between them takes place and finally a steady wave-current coexisting flow is formed. Based on the principle of conservation of wave action flux, a fifth-order theory to solve the problem of interaction between Stokes waves and exponential profile currents is proposed in this paper. The variation of wave parameters during the interaction process is at first studied, and the corresponding flow fields are obtained, then the results are compared with linear ones. It is shown that waves are steepened markedly when waves propagate against currents and flattened when waves travel with currents. As the wave amplitude and the current strength increase, the effects of nonlinearity become more prominent, and the errors caused by neglecting nonlinear effects grow up rapidly. If the adverse current is strong enough, the error is so large that the linear theory can not be applied any more.

Key words Stokes wave, exponential profile current, wave-current interaction

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net