

33-40

动态预测油藏有效应力的三维 弹塑性有限元模型

TE 3 皮

冉启全 顾小芸

(中国科学院力学研究所)

摘要 本文根据油藏应力与渗流相互作用的耦合机理,建立了一个用于油藏有效应力动态预测的三维弹塑性模型。该模型强调了油藏在注采交变载荷作用下应力与渗流的力学耦合效应,以及油藏岩石弹塑性变形的力学特性,并采用弹塑性增量有限元法求解,最后给出了算例。

关键词 有效应力 弹塑性变形 渗流 耦合效应 动态预测 有限元

△△△

油藏
地应力

0 引言

地应力在油田开发中的作用越来越受到人们的重视,了解一个油藏地应力的大小及其分布有助于确定油气运移的方向,对于定向钻井及井壁稳定性研究、合理部署井网、注水开采油藏、实施压裂增产措施等均有重要的指导作用。过去对油藏应力的研究,只注重对油藏开采前处于原始状态的应力进行研究,而很少对油藏开采过程中动态变化的有效应力进行研究。我国大多数油田均采用高压注水开采,在这种注采交变载荷作用下,油藏渗流与应力间存在很强的力学耦合作用,即油藏渗流与开采要引起渗透体积力的变化,导致油藏有效应力场的改变及其重新分布;而油藏有效应力场的变化要引起岩石多孔介质的变形,导致油藏岩石孔隙度和渗透率的变化,反过来影响油藏渗流与开采^[1];同时,油藏处于地下高温高压环境,在注采交变载荷作用下具有弹塑性变形的力学特性^[2]。因此,本文将岩石力学与渗流力学相结合,建立了既能反映油藏渗流与应力耦合效应,又能反映油藏弹塑性变形特性的三维油藏有效应力预测模型,并采用弹塑性增量有限元法进行求解。

1 三维油藏有效应力数学模型

三维油藏有效应力数学模型的假设条件为:油藏岩石为均质、各向同性的弹塑性介质;油藏岩石孔隙和流体均可压缩;流体渗流符合达西定律;油藏中存在油、气、水三相不稳定等温渗流,考虑毛管力和重力的影响。油藏有效应力数学模型由平衡微分方程、几何方程和本构方程组成。

1997年1月23日收稿。

1.1 平衡微分方程

在油藏开采过程中,油藏渗流与应力间存在力学耦合作用,即油藏渗流与开采要引起渗透体体积力的变化,导致油藏有效应力场的改变及其重新分布。油藏渗流与应力间的耦合关系可由有效应力原理来体现。以 σ^T 表示总应力, σ 表示有效应力, P 表示孔隙压力,并约定以拉应力为正,压应力为负,则有效应力原理可表达为:

$$\sigma = \sigma^T + \delta_{ij}P \quad (1)$$

式中; δ_{ij} 为 Kronecker 常数。

反映有效应力与体积力(渗透体积力、重力)之间关系的平衡微分方程为:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} - \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} - \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \quad (2')$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} - \frac{\partial P}{\partial z} + [(1 - \phi)\rho_s + \phi S_o \rho_o + \phi S_w \rho_w + \phi S_g \rho_g]g = 0 \quad (2'')$$

式中; ϕ 为孔隙度; S_o 、 S_w 、 S_g 分别为油、水、气的饱和度; ρ_s 、 ρ_o 、 ρ_w 、 ρ_g 分别为岩土骨架、油、水、气的密度; g 为重力加速度。

上式中作用于油藏岩石的体积力有两种,一是饱含多相流体多孔介质的自身重力,即 $[(1 - \phi)\rho_s + \phi S_o \rho_o + \phi S_w \rho_w + \phi S_g \rho_g]g$;二是以分布体积力形式作用于油藏岩石的渗透力 $\frac{\partial P}{\partial x}$ 、 $\frac{\partial P}{\partial y}$ 和 $\frac{\partial P}{\partial z}$ 。在油藏开采过程中孔隙压力、孔隙度和流体各相的饱和度均在变化,因而渗透力和多孔介质的自身重力也是变化的,因此,它们充分体现了渗流与应力耦合效应。

油藏开采过程中的孔隙压力和饱和度分布,可由油气水多相渗流数学模型解出^[3],其渗流微分方程为:

$$\nabla \cdot \left[\frac{KK_{ro}}{B_o \mu_o} (\nabla P_o - \rho_o g \nabla D) \right] + Q_o = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\phi S_o}{B_o} \right] \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \left[\frac{KK_{rg}}{B_g \mu_g} (\nabla P_g - \rho_g g \nabla D) \right] + \nabla \cdot \left[\frac{R_w KK_{rw}}{B_w \mu_w} (\nabla P_o - \rho_o g \nabla D) \right] + Q_g = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\phi S_g}{B_g} + \frac{\phi R_w S_o}{B_o} \right] \quad (3')$$

$$\nabla \cdot \left[\frac{KK_{rw}}{B_w \mu_w} (\nabla P_w - \rho_w g \nabla D) \right] + Q_w = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\phi S_w}{B_w} \right] \quad (3'')$$

$$P_{go} = P_g - P_o, \quad P_{cwo} = P_o - P_w, \quad S_o + S_g + S_w = 1 \quad (3''')$$

式中; K 为绝对渗透率; K_{ro} 、 K_{rg} 、 K_{rw} 分别为油、气、水的相对渗透率; μ_o 、 μ_g 、 μ_w 分别为油、气、水的粘度; P_o 、 P_g 、 P_w 分别为油、气、水相的压力; D 为标高,是基准面垂直方向深度(海拔)。 B_o 、 B_g 、 B_w 分别为油、气、水的体积系数; R_w 为溶解气油比; $Q_o = q_o / \rho_{osc}$ 、 $Q_g = q_g / \rho_{gsc}$ 、 $Q_w = q_w / \rho_{wsc}$ 分别为地面条件下单位时间、单位体积岩石中注入(或采出)油、气、水的体积流量; ρ_{osc} 、 ρ_{gsc} 、 ρ_{wsc} 分别为地面条件下的油、气、水密度。 q_o 、 q_g 、 q_w 分别为以质量计的单位时间内单位地层体积内的产出(或注入)油、气、水量; P_{go} 、 P_{cwo} 分别为油气、油水间的毛管压力。

上式中渗流与应力耦合效应表现在影响渗流的孔隙度、渗透率在油藏开采过程中是动态变化的,它们的有效应力的函数^[1]。

1.2 几何方程

在油藏变形问题中,应变分量与位移分量之间的关系由下列几何方程来描述,即:

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (4)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \quad (4')$$

式中： u, v, w 分别为 x, y, z 方向的位移。当位移分量完全确定时，应变分量即完全确定。

1.3 本构方程

大量的实验研究结果表明^[8]，高温高压下的油藏岩石，在注采交变载荷作用下会发生显著的弹塑性变形，此时的变形包括可恢复的弹性变形和不可恢复的塑性变形两部分，对于微小应力增量 $\{d\sigma\}$ ，相应的应变增量 $\{d\epsilon\}$ ，它由弹性应变增量 $\{d\epsilon^e\}$ 和塑性应变增量 $\{d\epsilon^p\}$ 两部分组成，即：

$$\{d\epsilon\} = \{d\epsilon^e\} + \{d\epsilon^p\} \quad (5)$$

分析油藏岩石的弹塑性变形特性，需用屈服准则、流动法则和硬化规律来进行。

1.3.1 屈服准则 油藏岩石受力到什么程度才开始发生塑性变形，也就是说油藏岩石内某点应力达到弹性极限后出现塑性变形的条件用屈服准则来判断。岩石材料的屈服不同于金属材料。根据岩石的等压屈服及剪张性，不仅偏应力可能引起岩石塑性体积变化，而且静岩压力也可能引起岩石塑性体积变化。因此，岩石的屈服条件不仅要考虑剪切屈服，还要考虑体应变屈服，即岩石的屈服条件不仅取决于应力偏量，还与应力球张量有关。同时由于油藏岩石饱含多相流体，并且是由颗粒状材料堆积并通过胶结而成，属于摩擦型材料，因而能正确反映油藏岩石的屈服，并能在数值分析中使用的屈服条件有：

Mohr-coulomb 屈服条件：

$$F = \frac{1}{3}I_1 \sin\varphi + (\cos\theta_s - \frac{1}{\sqrt{3}}\sin\theta_s \sin\varphi) \sqrt{J_2} - c \cos\varphi = 0 \quad (6)$$

Drucker-Prager 屈服条件为：

$$F = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} - k = 0 \quad (7)$$

式中： F 为屈服函数； I_1, J_2 分别为应力张量第一不变量和应力偏量第二不变量； θ_s 为罗德应力角； c, φ 分别为岩石的内聚力和摩擦角； α, k 为屈服函数参数，可取为：

$$\alpha = \frac{2\sin\varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin\varphi)} \quad k = \frac{6c\cos\varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin\varphi)} \quad (8)$$

1.3.2 流动法则 屈服之后的塑性流动由流动法则计算。对于相关联的流动法则，塑性势面等同于屈服面。在这种情况下，塑性应变增量由下式计算：

$$\{d\epsilon^p\} = d\lambda \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\} \quad (9)$$

式中： $d\lambda$ 为塑性因子，是有效塑性应变的函数。

1.3.3 硬化规律 在初始屈服之后，随着塑性应变的积累，材料还会发生硬化现象。在给定应力增量下将引起多大的塑性应变就用硬化规律来确定。对于线性各向同性硬化规律，它允许初始屈服面等向膨胀。这样，在以后荷载循环中屈服取决于荷载历史。

1.3.4 本构模型 描述油藏变形过程中应力-应变关系的数学模型，称为本构模型。当油藏岩石处于弹性状态时，岩石变形的本构模型就是广义虎克定律，即：

$$\{\sigma\} = [D]\{\epsilon\} \quad (10)$$

式中： $[D]$ 为弹性本构矩阵，其具体表达式为：

$$[D] = \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} \begin{bmatrix} 1-\mu & \mu & \mu & 0 & 0 & 0 \\ \mu & 1-\mu & \mu & 0 & 0 & 0 \\ \mu & \mu & 1-\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-2\mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1-2\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-2\mu \end{bmatrix} \quad (11)$$

当油藏岩石处于弹塑性状态时,岩石变形的本构模型为:

$$\{d\sigma\} = [D_{ep}]\{d\varepsilon\} \quad (12)$$

式中: $[D_{ep}]$ 为弹塑性本构矩阵,它的表达式为:

$$[D_{ep}] = [D] - [D_p] \quad (13)$$

式中: $[D_p]$ 为塑性矩阵,其表达式为:

$$[D_p] = \frac{[D] \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T [D]}{A + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T [D] \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}} \quad (14)$$

式中, A 为硬化参数。

由于在油藏开采过程中,油藏岩石处于加载与卸载反复的交变载荷作用下,当其所处的应力状态和所受的载荷方式不同时,其应力-应变关系是不一样的。当在有效应力增加的加载过程中,若处于弹性变形状态,则用弹性本构模型;若处于弹塑性变形状态,则用弹塑性本构模型;而在有效应力降低的卸载过程中,则处于弹性变形状态,因而用弹性本构模型。

由以上各方程,加上具体的初始条件和边界条件就构成了完整的三维油藏有效应力模型。

2 三维弹塑性增量有限元模型

对于上述建立的油藏有效应力模型,可以将有限差分法与有限元法相结合,通过交替迭代进行求解。渗流模型用常规的有限差分法求解,而应力模型则用有限元法求解。首先对渗流模型进行求解,求出孔隙压力和饱和度分布后再对应力模型进行求解。

如何建立用于求解油藏有效应力模型的有限元模型是本文要解决的一个重要问题。

因此,利用有效应力原理,根据虚位移原理及虚功等效原则,可以建立以有效应力为基础的单元结点力 $\{F\}^e$ 和结点位移 $\{\delta\}^e$ 之间的关系式,即单元平衡方程:

$$[K]^e \{\delta\}^e = \{F\}^e \quad (15)$$

式中 $[K]^e$ 是单元刚度矩阵,其数学表达式为:

$$[K]^e = \iiint_V [B]^T [D] [B] dV = \iiint_V [B]^T [D] [B] dx dy dz \quad (16)$$

而单元等效结点力的表达式为:

$$\{F\}^e = \{F_{gravity}\}^e + \{F_{surface}\}^e + \{F_{pore}\}^e - \{F_{\sigma_0}\}^e \quad (17)$$

上式表明,油藏岩石所承受的载荷可有自重(重力)、孔隙压力、表面力及初始应力等载荷。 $\{F_{gravity}\}^e$ 是单元的体积力(自重)等效移置到结点上的等效结点力; $\{F_{surface}\}^e$ 是单元的表面力等效移置到结点上的等效结点力; $\{F_{pore}\}^e$ 是单元的孔隙压力等效移置到结点上的等效结点力; $\{F_{\sigma_0}\}^e$ 是初始应力等效移置到结点上的等效结点力。它们的表达式分别为:

$$\{F_{gravity}\}^e = \iiint_V [N]^T \{p_e\} dV \quad (18)$$

$$\{F_{surface}\}^e = \iint_A [N]^T \{p_s\} dA \quad (19)$$

$$\{F_{pore}\}^e = \iiint_V [B]^T P \{m\} dV \quad (20)$$

$$\{F_p\}^e = \iiint_V [B]^T \{\sigma^0\} dV \quad (21)$$

在建立了单元刚度矩阵和单元等效结点力,形成单元平衡方程后,将这些方程集合起来,就可形成总体平衡方程。采用增量初应力法对总体平衡方程进行求解,即可得到位移、应变及油藏有效应力分布。

3 算例

利用本文方法对某油藏开采过程中的有效应力分布进行了动态预测。

油藏参数:油藏采用衰竭式开采,油藏中心有一口产油井,产油井的工作制度为定压生产,井底流压为 5MPa。油藏的油层顶深为 2537.52m,油层厚度为 15.25m,孔隙度为 25%,渗透率为 $100 \times 10^{-3} \mu m^2$,含油饱和度 88%,油层压力 30.34MPa。

材料参数:油藏处于高温和高围压环境,在注采交变载荷作用下不但会发生弹性变形,当载荷达到一定程度,颗粒之间还会发生剪切变形和孔隙塌陷以及颗粒的破碎等现象,产生不可恢复的塑性变形。对于这种变形过程,只有采用弹塑性模型进行描述。一般根据实验测定的岩石应力-应变关系曲线来确定油藏在开采过程中是发生弹性变形,还是弹塑性变形。根据实验结果,本例中油藏岩石在开采过程中为弹塑性变形,其岩石力学特性参数为:弹性模量 1300.0MPa,泊松比 0.15,内聚力 0.0MPa,摩擦角 30° ,硬化参数 0.0。

应力模型的边界条件为:(1)油藏底部边界的垂直位移设置为零;(2)油藏外边界的水平位移设置为零;(3)油藏顶部边界设置为恒定的应力边界,其垂直应力为 62.0MPa,水平应力为 43.4MPa。

应力模型的初始条件:初始应力状态是主要的初始条件,初始应力是根据油藏开采前各种力在平衡状态时通过计算而得。对于线弹性模型,初始应力对模型求解没有直接影响,只要将它和求得的应力增量叠加,就可得到目前的应力值;而对于非线性的弹塑性模型,初始应力状态决定了施加载荷的起点(相对于屈服面),它对应力增量的求解结果有直接影响,并最终影响目前的应力状态。所以,初始应力的正确确定是非常重要的。

网格及单元的划分:预测油藏开采过程中的有效应力,需要两套网格系统,一套是用于渗流模拟的有限差分网络系统,另一套是用于应力模拟的有限元网格系统,有限差分网络系统采用三维立方块网格($9 \times 9 \times 2$),而有限元网格系统采用三维 8 结点等单元网格($13 \times 13 \times 6$)。有限差分网络系统的块中心与有限元网格系统的单元结点一一对应,以能保证两系统间信息的正常传递和交流。有限元系统的单元结点包围整个有限差分网络系统,多余的有限元结点的作用是为了消除有限元模拟中边界效应引起的误差。

用非耦合模型(不考虑耦合效应对渗流的影响,即将孔隙度和渗透率视为常数)和耦合模型(考虑耦合效应对渗流的影响,即将孔隙度和渗透率视为有效应力的函数)两种情况进行预测,而耦合模型又将油藏岩石分为线弹性变形(称作弹性模型)和弹塑性变形(称作塑性模型)

两种情况。为了便于对比分析,将油井所处网格的孔隙压力和有效应力随生产时间变化的曲线作图 1、图 2 和图 3。

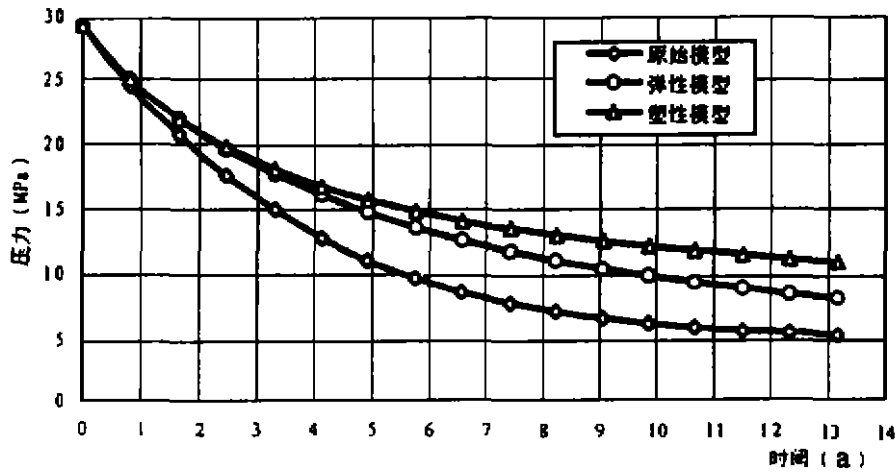


图 1 井点网格压力与生产时间关系曲线

Fig. 1 A curve of pressure at well block versus production time

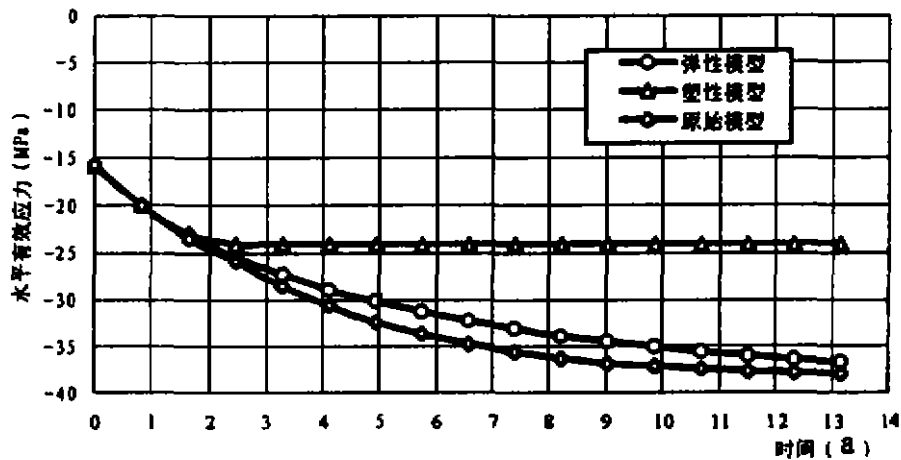


图 2 井点网格水平有效应力与生产时间关系曲线

Fig. 2 Relation between horizontal effective stress at well block and production time

从图中可以看出,油藏采用衰竭式开采,孔隙压力逐渐减小,而有效应力则逐渐增大。但非耦合模型的孔隙压力下降比耦合模型的大,有效应力比耦合模型的高。因此,油藏渗流与应力耦合效应对油藏有效应力的预测有较大的影响,是不容忽视的因素。

在耦合模型中,由于不同的油藏岩石本构模型反映了不同的应力应变规律,因而弹性模型和塑性模型的孔隙压力与有效应力分布有较大差别。同时,弹性模型的孔隙压力改变量与有效应力改变量相当,两者互为消长关系;而塑性模型在开采 600 天后即出现塑性变形,有效应力已保持不变(理想弹塑性),因而有效应力的改变量小于孔隙压力的改变量,不为消长关系。因此,不能将弹塑性变形的油藏视为简单的线弹性来处理,这样会导致预测的孔隙压力和有效应

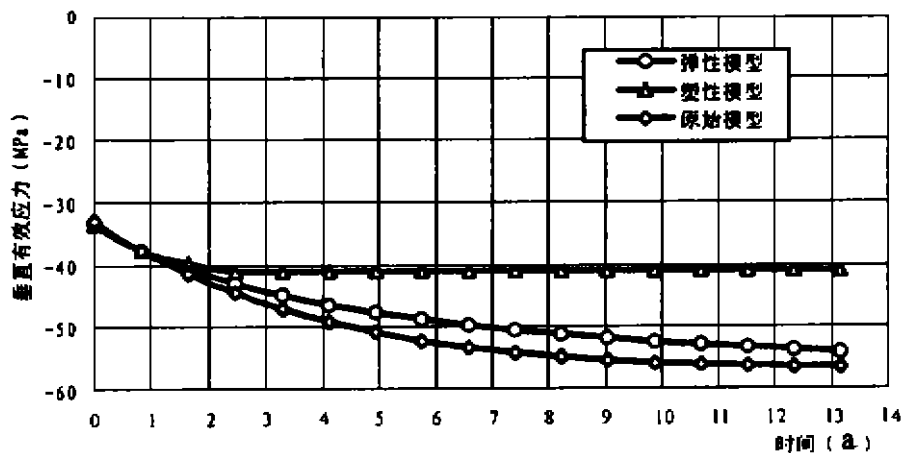


图3 井点网格垂直有效应力与生产时间关系曲线

Fig. 3 Relation between vertical effective stress at well block and production time

力分布与实际情况出现很大的偏差,从而误导生产和施工,造成巨大的经济损失。

4 结论

本文将岩石力学与渗流力学相结合,建立了既能反映油藏渗流与应力耦合效应,又能反映油藏弹塑性变形特征的三维油藏有效应力预测模型,并给出了求解方法。通过算例表明:油藏渗流与应力耦合效应对油藏有效应力的预测有较大的影响,是不容忽视的因素;同时,不能将弹塑性变形的油藏按简单的线弹性来处理,这样会导致预测的孔隙压力和有效应力分布与实际情况出现很大的偏差。因此,本文建立的模型是行之有效的,而且具有很强的实用价值。其结果有助于确定油气运移的方向,对于定向钻井及井壁稳定性研究、合理部署井网、注水开采油藏、实施压裂增产措施等均有重要的指导作用。

参 考 文 献

- 1 Chalaturnyk R J, Scott J D, Evaluation of Reservoir Properties from Geomechanical Tests, JCPT, 1992(5), 31—40.
- 2 Richard G W, A Constitutive Model for the Effective Stress-strain Behaviour of Oil Sands, JCPT, 1991(4): 89—98.
- 3 陈月明, 油藏数值模拟基础。山东东营: 石油大学出版社, 1989。

A THREE DIMENSINAL ELASTOPLASTIC FINITE ELEMENT MODEL FOR PREDICTING DYNAMICALLY RESERVOIR EFFECTIVE STRESS

Ran Qiquan Gu Xiaoyun

(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences)

Abstract A three dimensional elastoplastic model for predicting dynamically reservoir effective stress is established based on the coupled interaction mechanism of reservoir stress and multiphase fluid flow. The model is characteristic of two important aspects, the coupled effect of stress and seepage, and the elastoplastic properties of reservoir rocks under alternative loads of injection and production. The model is solved using elastoplastic incremental finite element method and an example is given.

Key words effective stress, elastoplastic deformation, seepage, coupled effect, dynamical prediction, finite element

第一作者简介

冉启全 男, 1965年生, 1996年毕业于西南石油学院, 获博士学位, 现在中国科学院力学研究所工作, 主要从事地应力、岩石力学、渗流力学研究。通讯地址: 北京市中关村路15号中国科学院力学研究所。邮政编码: 100080。