

# 高压段含有颗粒的含灰气体激波管 流动数值模拟

李洪洲 刘大有

中国科学院力学研究所，北京(邮政编码 100080)

**摘要** 本文给出了用类特征线法计算的高压室含灰的无限长激波管非平衡流动解。以膜压比 $p_{41}=5.0$ 、高压室含灰的体积分数 $\alpha_4=0.01$ 为例,详细分析了非平衡流场,并同冻结流解和平衡流解作了详细的对比分析,清楚地显示了含灰气体激波管非平衡流动从冻结流向平衡流过渡的各种细节,说明了基于冻结声速的非平衡流类特征线法计算何以能得到无限趋近于平衡流解的原因。本文的结果表明,类特征线方法可以提供非常精细的气-固二相流非平衡流场结构。

**关键词** 类特征线法, 气-固二相流, 激波管流动, 声速。

## 引 言

在气-固二相流研究中,相间作用力 $f$ 和相间传热率 $Q$ 都十分重要,但由于影响它们的因素很多,它们的近似本构式至今仍远未解决。由于这两个量都很难通过实验直接测定,但它们对流动又有很大影响,因此,可通过测量压强,各相速度和分密度的空间、时间变化将它们反推出来。由于激波管流动的初始状态和边界条件都可以相当精确地确定,实际流动相当接近一维流动假设,因此,同其它各类气-固流动相比,含灰气体激波管流动中的压强和速度等量对 $f$ 和 $Q$ 的依赖关系最简单、最直接,包含的假设最少,所以很多人研究过这类流动<sup>[1, 2]</sup>。

二相流是一种非平衡流动,含灰气体激波管内的流动经历了从冻结到非平衡,再到近平衡,并能无限趋近平衡流动的整个变化过程。在非平衡流动中,关于扰动传播速度在历史上(在研究高温气体非平衡流时)曾有过长期争论<sup>[3]</sup>:是以冻结声速还是以平衡声速传播的?现已明确,扰动是以冻结声速传播的。但是,在平衡流中扰动是以平衡声速传播的,平衡流中的特征方向由平衡声速决定。那么,为什么以冻结声速决定其特征方向的非平衡流计算可得到无限接近平衡流的解呢?这个问题还未见有人详细论述过,更未见用具体数据简明地反映从冻结流到近平衡流的变化过程。

在高温气体流动中,冻结声速与平衡声速之比大约为1.2:1,而在二相流中这两种声速可以相差十多倍,因此,上述问题的研究在二相流中有更重要的意义。

本文于1993年5月25日收到,1994年9月27日收到修改稿。

关于含灰气体激波管流动计算，过去大多采用差分法，因此精度较低，数值弥散严重，激波显著地增厚了。所完成的算例，多数是研究低压室含灰的激波管流动，而且含灰量较少。

谈庆明等<sup>[4]</sup>结合瓦斯突出问题研究过高压室含灰的激波管流动的数值解，高压室无限长，含灰量很高，由于低压室压强远低于高压室压强而用零代替，因此也就不存在激波至接触面之间的流动。

我们采用类特征线法计算了从很稀( $\alpha_4=0.001$ )到很浓( $\alpha_4=0.6$ )的高压室含灰的激波管流动，数值计算误差都不超过0.5%，也不引起激波间断的数值弥散。本文给出了 $\alpha_4=0.01$ ，膜压比 $p_{41}=5.0$ 的计算结果，从中可以清楚地看到流动如何由冻结流向平衡流过渡，以及在此过程中两相之间的相互作用如何以波的形式向两边传播，改变流场的压强分布并使气体激波和初生膨胀波的强度不断削弱等细节。为了使这种过渡过程得以简明地反映、突出重点，本文计算中采用最简单的相间阻力和传热公式——Stokes阻力公式和Nusselt数 $Nu=2$ 的传热公式，这时颗粒的速度和温度弛豫时间 $\tau_v$ 和 $\tau_T$ 为常数。若需要采用更接近实际的阻力和传热公式——只要公式中不含偏导数项，数值计算时不会有原则性困难，可以用同一程序计算。

为了突出流场内部两相相互作用产生的扰动对流场的影响，避免端面反射波干涉，本文假设激波管是无限长的。在这种情况下，冻结流解和平衡流解都具有自相似的特点，这对于分析流动从冻结流向平衡流过渡的特点非常有利。

## 一、非平衡流的运动方程和定解条件

一维、非定常、无相变气-固二相流的水平等截面流动的运动方程组为<sup>[5]</sup>

$$\frac{\partial \sigma_g}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\sigma_g u_g) = 0 \quad (1)$$

$$\sigma_g \left( \frac{\partial u_g}{\partial t} + u_g \frac{\partial u_g}{\partial x} \right) + (1-\alpha) \frac{\partial p}{\partial x} = -f \quad (2)$$

$$\frac{\gamma R}{\gamma-1} \sigma_g \left( \frac{\partial T_g}{\partial t} + u_g \frac{\partial T_g}{\partial x} \right) - (1-\alpha) \left( \frac{\partial p}{\partial t} + u_g \frac{\partial p}{\partial x} \right) = -Q + (u_g - u_p) f \quad (3)$$

$$\frac{\partial \sigma_p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\sigma_p u_p) = 0 \quad (4)$$

$$\sigma_p \left( \frac{\partial u_p}{\partial t} + u_p \frac{\partial u_p}{\partial x} \right) + \alpha \frac{\partial p}{\partial x} = f \quad (5)$$

$$\sigma_p c \left( \frac{\partial T_p}{\partial t} + u_p \frac{\partial T_p}{\partial x} \right) = Q \quad (6)$$

$$p = \frac{R \sigma_g T}{1-\alpha} \quad (7)$$

$$\alpha = \sigma_p / \rho_p \quad (8)$$

$$\rho_p = \text{常数}, \quad c = \text{常数}, \quad R = \text{常数}, \quad \gamma = \text{常数} \quad (9)$$

$$f = \sigma_p \frac{u_g - u_p}{\tau_v}, \quad Q = \sigma_p c \frac{T_g - T_p}{\tau_T} \quad (10)$$

其中  $\sigma_k$ 、 $T_k$  和  $u_k$  分别为相  $k$  的分密度，温度和速度， $k=g$  为气相， $k=p$  为固相， $p$  为压强， $\alpha$  为固相的体积分数， $c$  为固相比热， $R$  为气体常数， $\gamma$  为比热比， $f$  为相间阻力， $Q$  为相间传热率， $\tau_v$  和  $\tau_T$  分别为两相之间的速度和温度弛豫时间。

在非平衡流动中，弛豫时间是最重要的量。流动从冻结流向平衡流过渡的各阶段所持续的时间，都直接与弛豫时间有关，若能避免弛豫时间变化对计算结果带来的影响，这对于研究弛豫过程本身规律是很有利的，所以本文采用 Stokes 阻力公式和 Nusselt 数  $Nu=2$  的传热公式，这时  $\tau_v$  和  $\tau_T$  都是常数，它们的表达式为： $\tau_v=(\rho_p D^2/18\mu)$ ， $\tau_T=(c\rho_p D^2/12k)$ ，其中  $\mu$  和  $k$  分别为气体的动力粘度和传热系数， $D$  是粒径。

将(10)式代入(1)~(6)式，通过恒等变换可将方程(1)~(6)改写为类特征线上的相容关系

$$\frac{d_g}{dt^*} \left[ \frac{\gamma}{\gamma-1} \ln T_g^* - \ln p^* \right] = \frac{\sigma_p^*}{\sigma_g^* T_g^*} \left[ -\frac{c^*}{\tau_T^*} (T_g^* - T_p^*) + \gamma (u_g^* - u_p^*)^2 \right] \quad (11)$$

$$\frac{\delta^\pm}{\delta t^*} \ln p^* \pm \frac{\gamma}{a^*} \frac{\delta^\pm u_g^*}{\delta t^*} - \frac{\gamma}{1-\alpha} \frac{\delta^\pm \alpha}{\delta t^*} \pm \frac{\gamma a^*}{1-\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial x^*}$$

$$= \frac{(\gamma-1)\sigma_p^*}{\sigma_g^* T_g^*} \left[ -\frac{c^*}{\tau_T^*} (T_g^* - T_p^*) + \gamma (u_g^* - u_p^*)^2 \right] \mp \frac{\gamma \sigma_p^*}{\sigma_g^* a^*} (u_g^* - u_p^*) \quad (12) \quad (13)$$

$$\frac{d_p \alpha}{dt^*} + \alpha \frac{\partial u_p^*}{\partial x^*} = 0 \quad (14)$$

$$\frac{d_p u_p^*}{dt^*} + \frac{1}{\gamma \rho_p^*} \frac{\partial p^*}{\partial x^*} = u_g^* - u_p^* \quad (15)$$

$$\frac{d_p T_p^*}{dt^*} = \frac{T_g^* - T_p^*}{\tau_T^*} \quad (16)$$

$$\alpha = \sigma_p^* / \rho_p^* \quad (17)$$

$$p^* = \sigma_g^* T_g^* / (1 - \alpha) \quad (18)$$

$$a^* = \sqrt{T_g^*} \quad (19)$$

其中

$$\frac{d_g}{dt^*} \equiv \frac{\partial}{\partial t^*} + u_g^* \frac{\partial}{\partial x^*} \quad (20)$$

$$\frac{\delta^\pm}{\delta t^*} \equiv \frac{\partial}{\partial t^*} + (u_g^* \pm a^*) \frac{\partial}{\partial x^*} \quad (21)$$

$$\frac{d_p}{dt^*} \equiv \frac{\partial}{\partial t^*} + u_p^* \frac{\partial}{\partial x^*} \quad (22)$$

$$\sigma_k^* \equiv \sigma_k / \sigma_{g1}, \quad T_k^* \equiv T_k / T_1, \quad u_k^* \equiv u_k / a_1 \quad (23)$$

$$p^* \equiv p / p_1, \quad \rho_p^* \equiv \rho_p / \sigma_{g1}, \quad c^* \equiv c / R \quad (24)$$

$$x^* \equiv x / a_1 \tau_v, \quad t^* \equiv t / \tau_v, \quad \tau_T^* \equiv \tau_T / \tau_v \quad (25)$$

$p_1$ 、 $T_1$ 、 $a_1$  和  $\sigma_{g1}$  分别为 1 区气体的压强、温度、声速和密度。本文计算中所取的各常

数为

$$\rho^* = 1000, \quad c^* = 5, \quad \tau_T^* = 1, \quad \gamma = 1.4 \quad (26)$$

1区和4区的参数为

$$p_1^* = 1, \quad T_{g1}^* = 1, \quad u_{g1}^* = 0, \quad \alpha_1 = 0 \quad (27)$$

$$p_4^* = 5, \quad T_{g4}^* = T_{p4}^* = 1, \quad u_{g4}^* = u_{p4}^* = 0, \quad \alpha_4 = 0.01 \quad (28)$$

## 二、冻结流和平衡流的极限解

为便于下面同非平衡流的结果进行比较，在本节给出气-固流动的两个极限解。

一种极限解是冻结流解，它假设相间阻力和相间传热可以忽略不计，即

$$f = 0, \quad Q = 0 \quad (29)$$

对于本文讨论的算例，可假设

$$\alpha \approx 0, \quad 1 - \alpha \approx 1 \quad (30)$$

这时固相始终保持它们的初始运动状态，在本例中就是保持静止不动的状态；气相运动完全不受颗粒存在的影响，与纯气体激波管流动完全一样。由方程(1)~(3)、(7)和(30)可求得冻结流解(以下标 $f$ 表示)的激波速度 $u_{sf}$ 、气体接触面速度 $u_{cf}$ 和2区压强 $p_{zf}$ ，下面是它们的无量纲值

$$u_{sf}^* = 1.4024, \quad u_{cf}^* = 0.5745, \quad p_{zf}^* = 2.1279 \quad (31)$$

另一种极限解是平衡流解，它假设两相的速度和温度在流动过程中一直保持平衡，即

$$u_p = u_g, \quad T_p = T_g \quad (32)$$

由方程(1)~(6)可得到如下的混合物方程

$$\frac{\partial}{\partial t}(\sigma_g + \sigma_p) + \frac{\partial}{\partial x}(\sigma_g u_g + \sigma_p u_p) = 0 \quad (33)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\sigma_g u_g + \sigma_p u_p) + \frac{\partial}{\partial x}(\sigma_g u_g^2 + \sigma_p u_p^2) + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} & \left[ \sigma_g \left( \frac{\gamma R}{\gamma - 1} T_g + \frac{1}{2} u_g^2 \right) + \sigma_p \left( c T_p + \frac{\alpha p}{\sigma_p} + \frac{1}{2} u_p^2 \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \sigma_g u_g \left( \frac{\gamma R}{\gamma - 1} T_g + \frac{1}{2} u_g^2 \right) + \sigma_p u_p \left( c T_p + \frac{\alpha p}{\sigma_p} + \frac{1}{2} u_p^2 \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (35)$$

由方程(30)、(32)~(35)可求得平衡流解(以下标 $e$ 表示)的激波速度 $u_{se}$ ，气体接触面速度 $u_{ce}$ 和2区的压强 $p_{ze}$ ，下面是它们的无量纲值

$$u_{se}^* = 1.3, \quad u_{ce}^* = 0.4587, \quad p_{ze}^* = 1.8429 \quad (36)$$

事实上，从静止状态开始的含灰气体激波管流动，至少在刚破膜不久的流动阶段(33)式不成立，因此平衡解不适用于这种流动。但是，当流动到达晚期，两相之间的速度差和温度差越来越小，以至可以认为是零，而且，随着时间的推演，流场范围越来越大，存在于破膜初期的相间非平衡效应残留的影响显得越来越不重要，非平衡流动解越来越接近平衡流解。

图1给出了根据冻结流假设求得的激波 $S_f$ 、气体接触面 $C_f$ 、固相拟流体边界 $B_f$ 和扰

动传播的前锋面  $A_f$  在  $t^*-x^*$  平面上的轨迹，以及扇形膨胀波区域  $A_f OZ_f$  和流动区域  $1_f, 2_f, 3_f, 4_f, 5_f$  的分布(关于各区的特点见第三节)。由于冻结流解具有自相似的特点。即  $\phi_f(t^*, x^*)$  总可表示为  $F_\phi(x^*/t^*)$  ( $\phi = p^*, u_g^*, T_g^*, \dots$ )，因此，这些轨迹都是通过原点的射线，这些区域都呈扇形。图3~图5分别给出了冻结解的压强  $p^*$ ，气相速度  $u_g^*$  和温度  $T_g^*$  的分布： $F_p(\xi)$ 、 $F_{u_g}(\xi)$  和  $F_{T_g}(\xi)$ ，其中

$$\xi = x^*/t^*$$

图1也给出了根据平衡流假设求得的激波  $S_n$ 、气体接触面  $C_n$ 、固相拟流体边界  $B_n$  和扰动传播的前锋面  $A_n$  在  $t^*-x^*$  平面上的轨迹，以及扇形膨胀波区域  $A_n OZ_n$  和流动区域  $1_n, 2_n, 3_n, 4_n, 5_n$  的分布；对于平衡流解， $C_n$  与  $B_n$  重合， $5_n$  区完全消失。平衡流解也具有自相似的特点： $\phi_n = E_\phi(\xi)$ ，在图3~图5上也分别给出了平衡解的  $p^*$ 、 $u_g^*(=u_p^*)$  和  $T_g^*(=T_p^*)$  的分布： $E_p(\xi)$ 、 $E_{u_g}(\xi)$  和  $E_{T_g}(\xi)$ 。

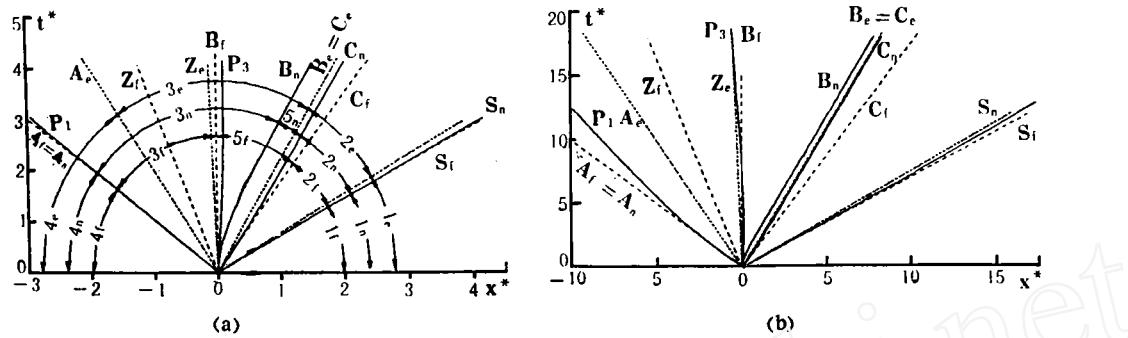


图1  $t^*-x^*$  平面波系图( $p_{41}=5.0, \alpha_4=0.01$ )

Fig.1 Wave diagram in  $t^*-x^*$  pattern

$S_n$ : 气体激波  $C_n$ : 气体接触面  $B_n$ : 二相区边界  $A_n$ : 膨胀波头  $Z_n$ : 膨胀波尾

图1中的射线  $OA_f, OZ_f, OA_n$  和  $OZ_n$  分别相当于图3~图5中的坐标  $\xi_{A_f}, \xi_{Z_f}, \xi_{A_n}$  和  $\xi_{Z_n}$ 。由图3~图5可见，冻结流解在点  $\xi_{A_f}$  有弱间断，平衡流解在  $\xi_{A_n}$  点有弱间断。

### 三、非平衡流场分析

用类特征线法计算得到的非平衡流动(以下标  $n$  表示)的主要结果示于图1~图5。

图1中给出了激波  $S_n$ 、气体接触面  $C_n$ 、固相拟流体边界  $B_n$  和扰动传播的前锋面  $A_n$  的轨迹，由于非平衡流中扰动是以冻结声速传播的，所以  $A_n$  与  $A_f$  重合。图1还给出了等压线  $P_1$  和  $P_3$  轨迹，其中  $P_1$  的压强值( $p^*=4.990$ )仅比高压室压强( $p^*=5.000$ )略小一点， $P_3$  的压强值( $p^*=2.1280$ )只比冻结流解的2区压强( $p_{2f}^*=2.1279$ )略大一点。图1还给出了特点各异的流动区域  $1_n, 2_n, 3_n, 4_n, 5_n$  的分布。1区、2区和5区是纯气体区，其中1区是未扰区(静止的)，来自1区并经激波压缩的气体在2区运动，3区的气体是从二相混合区出来的，4区和3区是二相混合区，其中4区是未扰区，3区中两相都在运动，两相之间的相互作用都产生于3区，相互作用的强弱则依赖于当时当地两相间的速度差与温度差。

由图1可见，激波曲线  $S_n$  开始时与  $S_f$  几乎重合，随着时间增长激波速度减小，

$S_n$ 逐渐偏离 $S_f$ , 最后几乎与 $S_e$ 平行, 这表示激波速度越来越接近平衡流解。对于气体接触面曲线 $C_n$ 和固相拟流体边界曲线 $B_n$ 也有类似的特点。固相拟流体边界 $B_n$ 由速度为零开始运动, 逐渐加速, 而当地的气体速度是从初值(等于冻结流2区的速度 $u_{2f}^*$ )开始减小, 由于两相速度不等, 所以不断有气体从3区通过边界 $B_n$ 进入5区, 使 $B_n$ 与 $C_n$ 之间的距离不断增加。随着时间推移,  $B_n$ 上的两相速度差逐渐减小, 气体从3区进入5区的速度逐渐减小,  $B_n$ 与 $C_n$ 之间的距离虽仍在增加, 但增加得慢了。当 $t \rightarrow \infty$ 时,  $B_n$ 上的两相速度趋于相等, 气体从3区出来的速度 $\rightarrow 0$ , 曲线 $B_n$ 与 $C_n$ 的切线趋于平行, 并且都与 $B_e$ (即 $C_e$ )平行, 非平衡流场越来越接近于平衡流解。不论 $t$ 多大,  $B_n$ 与 $B_e$ ,  $C_n$ 与 $C_e$ 和 $S_n$ 与 $S_e$ 之间总有一定的距离, 这是流动初期的非平衡性遗留下来的, 这说明, 非平衡流解与平衡流解之间任何时候都有一定差异。但是, 随着时间增长, 流场范围也不断增大,  $B_n$ 与 $B_e$ (还有 $C_n$ 与 $C_e$ ,  $S_n$ 与 $S_e$ )之间的距离相对来说越来越不重要了, 非平衡流解与平衡流之间的差异也越来越不重要了。

等压线 $P_1$ (其压强略小于 $p_{2f}^*$ )开始时离 $A_f$ 线很近、在 $A_f$ 线右侧, 随着 $t^*$ 的增加, 越来越偏离 $A_f$ 线、它的斜率越来越趋近 $A_e$ 线的斜率。

图2给出了 $t^*-x^*$ 平面上的等压线分布, 图中, 等压线 $P_1$ :  $p^*=4.990$ ;  $P_2$ :  $p^*=3.500$ ;  $P_3$ :  $p^*=2.218$ ;  $P_4$ :  $p^*=2.100$ ;  $P_5$ :  $p^*=2.000$ ;  $P_6$ :  $p^*=1.960$ ;  $P_7$ :  $p^*=1.880$ ;  $P_8$ :  $p^*=1.850$ 。压强值大于 $p_{2f}^*$ (2.1279)的等压线都从原点出发、而且是单支; 压强值小于 $p_{2f}^*$ 的等压线都从曲线 $B_n$ (固相拟流体边界)出发、并分左、右两支, 左支伸展到无穷远, 右支中止在激波曲线 $S_n$ 上。从原点出发, 沿曲线 $B_n$ 向上, 压强越来越小, 逐渐趋近平衡解的2区压强 $p_{2e}^*$ (1.8429), 开始下降得很快, 大约 $t^*=1.5$ 和 $t^*=2.5$ 时,  $B_n$ 上的压强就已分别降至1.880和1.850, 以后就基本上不变了。由图可见, 随着 $t^*$ 的增加, 压强 $p^*$ 几乎等于 $p_{2e}^*$ 的区域( $1.850 > p^* > p_{2e}^*$ )将越来越大, 与平衡流解越来越接近。

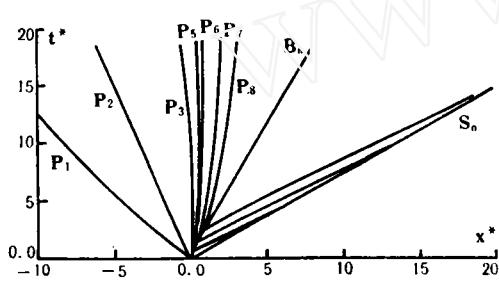


图2  $t^*-x^*$ 平面等压线图  
Fig.2 Pressure contours in  $t^*-x^*$  pattern

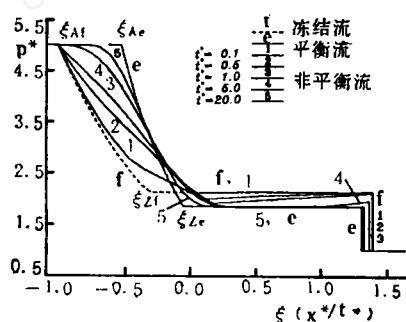


图3 压强 $p^*(\xi)$ 曲线  
Fig.3 Pressure  $p^*(\xi)$  curve

图3给出了压强的空间分布 $p^*(\xi)$ 。由于非平衡流解不具有自相似性, 所以 $p^*(\xi)$ 曲线将随时间 $t^*$ 而变化。当 $t^*=0$ 时,  $p^*(\xi)$ 曲线与冻结流解 $p_f^*(\xi)$ 重合,  $\xi_{Af}$ 是一个弱间断点——阶导数有间断; 随着 $t^*$ 的增加,  $p^*(\xi)$ 曲线向平衡流解 $p_e^*$ 过渡。在过渡过程中,  $p^*(\xi)$ 的变化有以下两个特点:

(1)  $\xi_{Af}$ 处一阶导数的间断越来越小, 而 $\xi_{Ae}$ 处 $p^*(\xi)$ 的曲率越来越大, 当 $t^* \rightarrow 0$ 时,

前者趋于0，而在 $\xi_{Ae}$ 处将发展为一个弱间断点；

(2) 2<sub>n</sub>区和5<sub>n</sub>区的压强随着时间而下降，这种下降变化是从固相拟流体边界 $B_n$ 向右传播出去的，所以 $B_n$ 处的压强总是最低的。

引起流动由冻结流向平衡流过渡的根本原因是3<sub>n</sub>区中两相之间的相互作用。(12)、(13)式的右边是扰动源项。第一项是与气相熵变化伴随的扰动源，它引起向前和向后传播的波符号相同；第二项是相间阻力引起的、以相反的符号向前、后两个方向传播的扰动源。事实上气相熵增项中也有一部分是相间阻力的贡献，所以相间阻力有双重贡献。对于本例和其它大多数流动，因为 $|u_g - u_p| \ll a$ ，所以右边第二项中的阻力贡献是主要的。此外，在本例中，传热引起的扰动同阻力作用相比也较小，使 $p^*(\xi)$ 曲线随时间变化的主导作用是右边第二项的相间阻力贡献。

在3<sub>n</sub>区中，每一点都存在两相速度差，都有相间阻力作用。因为 $u_g > u_p$ ，所以都产生左行的压缩波、右行的稀疏波。不同点产生的扰动在传播过程中不断叠加，所以，传到3<sub>n</sub>区右边界(即 $B_n$ )的稀疏扰动是最强的，造成 $B_n$ 处的压强总是最低的。传播到3<sub>n</sub>区左端的扰动主要是压缩波，所以那里的压强逐渐升高，使 $\xi_{Af}$ 处的间断不断地减弱， $\xi_{Af}$ 处的曲率不断增加。在3<sub>n</sub>区的中部，压强有上升(偏左区域)也有下降(偏右区域)。

图4给出了两相的速度 $u_g^*(\xi)$ 和 $u_p^*(\xi)$ 随时间的变化。由于相间阻力作用，使 $u_g^*(\xi)$ 随时间减小， $u_p^*(\xi)$ 随时间增大，当 $t^* \rightarrow \infty$ 时，二相混合区内各点的 $u_g^*$ 与 $u_p^*$ 趋于相等，而且都趋近于平衡流解的3区速度 $u_{se}^*$ 。

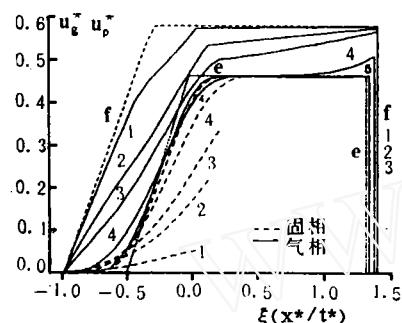


图4 速度 $u_g^*(\xi)$ 和 $u_p^*(\xi)$ 曲线

Fig.4 Velocity  $u_g^*(\xi)$  and  $u_p^*(\xi)$  curves

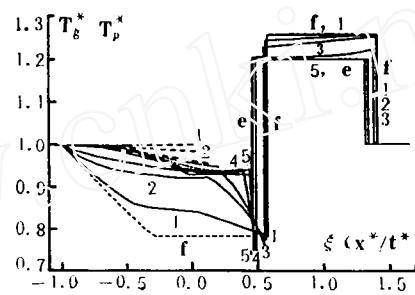


图5 温度 $T_g^*(\xi)$ 和 $T_p^*(\xi)$ 曲线

Fig.5 Temperature  $T_g^*(\xi)$  and  $T_p^*(\xi)$  curves

图5给出了两相的温度 $T_g^*(\xi)$ 和 $T_p^*(\xi)$ 随时间的变化。若无相间传热，则因3<sub>n</sub>区的气体是从4<sub>n</sub>区绝热膨胀来的。温度较低，而3<sub>n</sub>区的固相温度基本上等于4<sub>n</sub>区的，所以在3<sub>n</sub>区有 $T_g^* < T_p^*$ ，热量从固相传到气相，使 $T_g^*(\xi)$ 大于冻结流解 $T_{gf}^*(\xi)$ 。随着 $t^*$ 增加， $T_g^*$ 与 $T_p^*$ 的差异越来越小，最后都趋近于平衡流解的3<sub>n</sub>区温度。5<sub>n</sub>区的气体都来自3<sub>n</sub>区，因此温度较低，而且越偏右区域的温度越低，因为它只经受较短时间的固相加热作用就离开了3<sub>n</sub>区。2<sub>n</sub>区的气体来自经激波压缩的1区气体，温度较高。2<sub>n</sub>区中位于左侧的气体温度较右侧的温度低，这是因为左侧的压强 $p^*$ 较低。当流动已比较接近平衡时(这时2<sub>n</sub>区内的压强梯度已几乎消失)，往往左侧的温度反而比右侧略高些，这是因为左侧的气体从1<sub>n</sub>区进入2<sub>n</sub>区穿过的激波较强，所以熵较大，而右侧的气体是

不久前(这时激波已比较弱了)才穿过激波, 所以熵较小些。

由图3中看出, 在  $\xi_{A1} < \xi < \xi_{A0}$  区段中的  $p^*(\xi)$ , 随着时间  $t^*$  的增长都将趋近于  $p_4^*$ 。  
 $\xi_{Af} < \xi < \xi_{A0}$  对应于图1中的扇形区  $A_f O A_0$ 。对于各种介质的二相流和各种二相流流场, 这种现象普遍存在, 而且也是各种非平衡流动的共性。

非平衡流场中任何一个扰动, 首先以冻结声速向外传播, 同时流动介质内部出现某种非平衡(速度的或温度的)。通过内部的弛豫过程, 非平衡现象逐渐消失, 该过程持续时间的量级为  $O(\tau)$ , 其中  $\tau$  是该弛豫过程的特征时间——简称弛豫时间; 若同时有几种弛豫过程存在, 就分别有几个弛豫时间, 设  $\tau_{max}$  为其中最大者, 总的弛豫过程持续的时间为  $O(\tau_{max})$ 。内部弛豫过程不断产生次波, 并逐渐追上以冻结声速传播的原生扰动波, 互相叠加。在介质内部的非平衡完全消失后若干时间, 原生波与次生波叠加的结果基本上相当于一个以平衡声速传播的扰动波。所谓平衡流解就是假设扰动一开始就是以平衡声速传播的, 这当然不符合实际, 但是, 若整个流动过程持续的时间远大于  $\tau_{max}$ , 则这种同实际的偏差就显得不太重要了。如果介质内部的非平衡现象由于外界作用而能持续存在, 那么也就谈不上平衡流解, 原生波与次生波叠加也就不会归结为一个以平衡声速传播的扰动。

#### 四、结 论

1.  $p_4=5$ ,  $\alpha_4=0.01$  的高压室含灰的激波管流动, 用类特征线法计算得到的结果示于图1~图5。

2. 破膜产生的稀疏扰动首先以冻结声速在气-固混合介质中向左传播, 产生的压缩扰动聚集为激波向右在空气中传播。随后产生的相间相互作用以次波的形式向外传播——向左为压缩波, 向右为膨胀波。它们与原生波叠加, 结果使右行的激波强度减弱, 使走在最前面的左行膨胀波的强度减弱。当  $t^* \rightarrow \infty$  时, 非平衡流场将无限地趋近平衡流解。

3. 以冻结声速向外传播的冻结扰动, 加上相间相互作用产生的全部次波的总效应, 结果相当于以平衡声速传播的平衡扰动。平衡流解的近似在于假设相间作用的次波是瞬间产生的, 而实际上这些次波是逐渐产生的, 持续的时间为  $O(\tau)$  量级。这就是为什么基于冻结声速的非平衡流特征线法计算能够得到无限趋近于平衡流解的道理。

#### 参 考 文 献

- 1 Miura H, Glass I I. On a Dusty-Gas Shock Tube. UTIAS Report, No.250, CN ISSN 0082-5255, 1982.
- 2 杜锡鑫, 陈宇龙. 流体网格法应用于粉末-气体激波管流动特性的研究. 中国空气动力研究与发展中心报告, 1984.
- 3 Wegener P P. Nonequilibrium Flows. Marcel Dekker, New York, 1970.
- 4 谈庆明, 丁雁生, 郑哲敏. 受压固、气介质一维运动. 力学学报, 1984, 16(6)
- 5 刘大有. 二相流体动力学. 北京:高等教育出版社, 1993.

## Numerical Simulation of Flow in a Shock Tube with Dust in the High Pressure Section

Li Hongzhou Liu Dayou

(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Science)

**Abstract** The nonequilibrium flow field in an infinitely long shock tube with dust in the high pressure section has been computed by a quasi-characteristic method in this paper. As an example, the solution with pressure ratio  $p_{41}=5$  and particle volume fraction in the high pressure section  $\alpha_4=0.01$  has been presented here. The nonequilibrium solution has been analyzed comprehensively and compared with the frozen solution and the equilibrium solution. By this way, the details of the transition from frozen to equilibrium of a nonequilibrium flow in a dust-gas shock tube have been clearly shown, and the reason that a nonequilibrium flow calculation using the characteristic method based on frozen sound speed can obtain a solution infinitely approaching the equilibrium solution is explained. The result shows that the quasi-characteristic method can give a very fine structure of the gas-particle flow field.

**Key words** quasi-characteristic method, gas-particle flow, shock tube flow, sound speed.