接管断裂失效概率估算的抽样方法研究

丁克勤　柳春图

（中国科学院力学研究所，北京，100080）

文摘　提出了用分层抽样-重要性抽样复合法计算接管的断裂失效概率，并与直接抽样的Monte Carlo法进行了比较，结果表明：用复合法计算接管断裂失效概率不但精度高，而且大幅度节省机时，提高效率。

主题词　断裂力学　接管　结构可靠性　疲劳断裂　取样

1　引言

随着现代工业的迅速发展，压力容器、管道、近海钻井平台等工程设施已广泛应用于石油、化工、航空等各行各业中，极大地促进了这些行业的发展。近几十年来，由于结构不断向大型化复杂化方向发展，其工作环境越来越复杂，操作条件愈来愈恶劣；同时，由于大量采用高强度和超高强度材料，又广泛地运用焊接技术等，这无疑增大了这些结构的不安全因素。这些结构一旦发生破坏，损失将会十分巨大。

这些结构的疲劳断裂失效，绝大部分是由接管部位裂纹的逐渐扩展而引起整个结构破坏的。由于疲劳断裂失效概率估算与多种因素有关，这些因素又往往具有不确定性，如材料性能参数的分散性，初始裂纹尺寸的随机性等，从统计学观点，这些不确定参量，都是服从某一概率分布的随机变量，因此，用概率统计方法研究疲劳断裂问题比确定性方法更为合理。随着计算机技术飞速发展，统计模拟法（Monte Carlo法）在近代工程结构中得到广泛应用。该统计模拟方法具有方法简单、精度高等优点，但是，该统计模拟法的误差 $\varepsilon \propto \sigma/\sqrt{N}$（$N$：抽样次数；$\sigma$：随机变量的标准差），也就是模拟结果的误差正比于模拟随机变量的标准差，反比于模拟次数的平方根。如果要提高模拟结果的精度，就必须增加模拟次数或降低随机变量的方差。然而，增加模拟次数势必使计算费用增加，这显然是不经济的。因此人们设法寻求降低方差，加速模拟结果收敛的方法。重要性抽样法和分层抽样法就是这类方法，其应用也最为广泛。例如美国橡树岭国家实验研究院研制的OCA-P，美国西屋公司研制的PFM，

"八五"科技攻关资助项目。

丁克勤，男，1968年9月生，博士研究生，（100080）中科院力学所固体力学研究室。

柳春图，男，1935年2月生，研究员，博士生导师，（100080）中科院力学所固体力学研究室。

收稿日期：1996 06 03

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

德国 Karlsruhe 核研究中心研制的 PARIS 程序，英国 CEGB 研制的 PROF 程序，以及 VISA-I，VISA-Ⅱ，PRAISE，CEPFM 等程序都采用这两种抽样方法。但分层抽样法用于管节点的断裂失效概率估算时存在一定的困难。鉴于此，作者提出了分层抽样-重要性抽样复合法来进行疲劳断裂失效概率计算，并以压力容器接管作为算例，对接管的逐年失效概率进行了计算，同时还将计算结果与直接抽样的 Monte Carlo 法进行了比较。

2 抽样方法简述

2.1 重要性抽样法[1]

重要性抽样法是以 i 个重要性函数 $g_i(\cdot)$ 代替原来的 i 个随机变量的概率密度函数，进行模拟抽样时改从重要性概率密度函数中抽出。由于重要性函数的样本值对失效概率值的贡献大，使进行 N 次模拟循环计算中失效事件增多，因此可以适当地减少模拟次数。理论证明，当对应于 k 个随机变量 $X_j(j=1,2,\cdots,k)$ 的一组随机值 $x_j(j=1,2,\cdots,k)$，代入失效判据后，认为失效的随机样点 $x_j^*(j=1,2,\cdots,k)$ 代入 k 个随机变量的原概率密度函数 $f_i(\cdot)$ 和重要性函数 $g_j(\cdot)$，则可算出函数形状比 $f_j(\cdot)/g_j(\cdot)$。当各随机变量函数形状比的连乘积 $[f_1(x_1^*)/g_1(x_1^*)]\cdot[f_2(x_2^*)/g_2(x_2^*)]\cdots[f_k(x_k^*)/g_k(x_k^*)]$ 对于不同的 $x_{ji}^*(i=1,2,\cdots,N)$ 来说波动小，则可减少计算方差。重要性函数的选定是重要性抽样法成功的关键，目前多采用将原概率密度函数沿危险方向平移一个最佳量后作为重要性函数。

2.2 分层抽样法[1]

对具有主导作用的一个随机变量，例如起始裂纹尺寸 a_0 的样本空间内分割成 m 个区间，按照各区对断裂失效概率贡献大小相应地多抽样或少抽样，此法即为分层抽样法。

首先在 a_0 的样本空间内分成 m 个区后，由 a_0 的概率密度函数，计算 a_0 的随机抽样值从属于第 i 区的概率 P_i，再采用直接抽样 Monte Carlo 法，计算 a_0 值从属第 i 区的裂纹导致断裂的概率 N_i^f/N_i（N_i 是从 a_0 样本空间的第 i 区的随机抽样数；N_i^f 是 N_i 个样本中，发生断裂事件的样本数）。这样，a_0 从属于第 i 区内的裂纹导致断裂的概率为：

$$P_f^i = P_i \frac{N_i^f}{N_i} \tag{1}$$

总的断裂概率为：

$$P_{f总} = \sum_{i=1}^{m} P_i \frac{N_i^f}{N_i} \tag{2}$$

理论分析认为，为减少计算估计值方差，应使从每个子区间抽取的样点数正比于该子区间的标准差与子区间长度的乘积。

2.3 分层抽样-重要性抽样复合法

文中提出的分层抽样-重要性抽样复合法是：首先将初始裂纹长度 a_0 按不同的分层规律进行分层（按文献[2]办法；按等比级数分层；或平均分层），然后再在每一个子区间进行重要性抽样。当然其他随机变量并不分层，但仍进行重要性抽样。

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

3 算例

我们选用文献[3]中容器接管的实例，计算其拐角裂纹导致断裂的概率。

容器材料为16MnR，接管与容器的内直径分别为147和500mm，接管与容器的壁厚均为14mm，故二者轴线的平分角线方向的壁厚为20mm。弹性模量 $E = 205.8\text{GPa}$。一年内波动应力循环次数不超过252次。工作压力范围为0～9MPa。按Decock公式计算得到拐角部位应力集中系数 $K_t \approx 2.14$。

为了计算接管经历 N 次波动应力后裂纹的当量表面裂纹深度 a，采用屈服应力 $\sigma_y <$ 540MPa的国产压力容器用钢的Paris公式数据，即

$$\mathrm{d}a/\mathrm{d}N = C(\Delta k)^m$$

式中：$m = 3.26$；$\Delta k = 2.14\Delta\sigma\sqrt{\pi a}$；$\Delta\sigma$ 为波动应力幅值；C 为随机变量，C 的均值为 2.334×10^{-14}。

经历 N 次波动应力后

$$a = \left[\frac{a_0^{0.63}}{1 - 7.56C(\Delta\sigma)^{3.26}\pi^{1.63}Na_0^{0.63}}\right]^{1.59} \tag{3}$$

采用COD断裂判据，$\delta_c < \delta$；采用英国标准PD6493的COD设计曲线公式计算 δ，则断裂判据为

$$\left.\begin{aligned} \delta_c &\leqslant 2\pi a e_y (e/e_y)^2, \quad \text{当 } e/e_y \leqslant 0.5 \\ \delta_c &\leqslant 2\pi a e_y (e/e_y - 0.25), \quad \text{当 } e/e_y > 0.5 \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

式中：δ_c 为临界裂纹张开位移也称断裂韧性；δ 为裂纹张开位移；e 为作用在裂纹部位的应变；e_y 为屈服应变。

将(3)式代入(4)式后，将波动应力幅值 $\Delta\sigma$，断裂韧性 δ_c，初始裂纹当量深度 a_0，Paris公式中材料常数 C，屈服应力 σ_y，以及膜应力 $\sigma_m(e = \sigma_m/E)$ 等视为随机变量，其概率密度函数和分布参数如表1所示，则(4)式构成概率论的断裂失效判据。计算断裂概率归结为6维积分式。由于求精确的解析解难，故采用不同抽样的Monte Carlo法作近似计算。

4 计算结果

4.1 直接抽样的Monte Carlo法

模拟50000次，计算接管的逐年断裂失效概率，其结果列于表2第2栏，以此作为精确值来比较不同抽样法的计算精度。

4.2 重要性抽样法

利用文献[4]中提出的方法确定各随机变量的重要性函数，然后利用该法模拟15000次，计算接管的逐年断裂失效概率，其结果列于表2第3栏。

4.3 分层抽样-重要性抽样复合法

参照文献[2]的分层方法，将起始裂纹尺寸范围[0,20mm]进行分层。分为[0,0.67]，[0.67,1]，[1,2]，[2,3]，[3,6]，[6,8]，[8,11]，[11,14]，[14,17]，[17,20]10个小区间。由

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

表 1　各随机变量的概率密度函数和分布参数

随机变量	概率密度函数	分布参数
初始表面裂纹当量深度 a_0/mm	$\frac{\lambda e^{-\lambda x}}{e^{-\lambda x_1}-e^{-\lambda x_2}}$	$\lambda=0.6, x_1=0, x_2=20\text{mm}$
膜应力 a_m/MPa	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$	$\mu=165.2\text{MPa}, \sigma=24.78\text{MPa}$
波动应力幅值 $\Delta\sigma$/MPa	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$	$\mu=82.6\text{MPa}, \sigma=24.78\text{MPa}$
材料常数 C	$\frac{1}{x\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left[-\frac{(\ln x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$	$\mu=2.33\times10^{-14}, \sigma=2.33\times10^{-15}$
屈服应力 σ_y/MPa	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$	$\mu=380.0\text{MPa}, \sigma=22.84\text{MPa}$
断裂韧性 δ_c/mm	$\frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1}\exp\left[-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}\right]$	$\alpha=1.91, \beta=0.138\text{mm}$

表 2　接管断裂概率($\times10^{-3}$)计算结果

时间 年	直接 Monte Carlo 法 50000 次	重要性抽样法 15000 次	分层抽样-重要性抽样复合法 8300 次
5	32.1	31.9	32.56
10	32.9	32.7	33.22
15	33.9	33.8	34.49
20	34.9	34.5	35.52
25	35.8	35.0	35.87
30	37.0	35.5	37.20

于 $a_0<1\text{mm}$ 的裂纹出现的概率虽高达 0.58，但能导致断裂的概率很低($<10^{-7}$)；$a_0>14\text{mm}$ 的裂纹导致断裂的概率高，但其出现的概率很低($<10^{-4}$)。因此在计算时，可将[0,0.67]，[0.67,1]，[14,17]，[17,20]这第 1,2,9,10 区间略去不计，不进行抽样。这样大约节约直接抽样数据的 2/5。再根据各区间的裂纹对总失效概率贡献大小分别抽取不同的样本，各区间采用重要性抽样，其抽样数分别为 1000,1000,2000,2000,1500,800，总计模拟 8300 次，与直接抽样的 Monte Carlo 模拟 50000 次相比，最大计算误差为 1.8%，计算时间仅为 1/5。详细结果列于表 2 第 4 栏。

5　结束语

本文通过对分层抽样、重要性抽样法进行研究，提出了分层抽样-重要性抽样复合法计算接管断裂概率，克服了分层抽样难以用于接管失效概率计算的不足，并以实例进行了计

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

算，计算结果表明：本文提出的分层抽样-重要性抽样复合法不但计算精度高，而且大量节约上机时间，降低了费用，适合于工程应用。

参考文献

1 Rubinstein R Y. Simulation and the Monte Carlo method. John Wiley and Sons, New York, 1981.

2 Marshau W. An assessment of the integrity of PWR Pressure vessels. Report of the UKAEA, 1976.

3 Gao Zengliang, Xu Liangfeng, Zhang Kangda. Fatigue Crack growth in the nozzle corner of a pressure vessel. Int J Pres Ves 8t Piping, 1990(42):1～13

4 丁克勤，柳春图. 重要性抽样法在管节点疲劳可靠性分析中的应用. 力学学报，1996, 28(3):359～362

Study on Sampling Method of Fracture Failure Probability Estimation of the Nozzle

Ding Keqin　　Liu Chuntu

(Institute of Mechanics, Chinese Academy of sciences, Beijing, 100080)

ABSTRACT The compound method of stratified sampling and important sampling is proposed to calculate the fracture failure probabicity of the nozzle, and compared with the Monte carlo method of direet sampling, the result shows: the compound method is highly accurate and efficient.

SUBJECT TERMS Fracture mechanics, Nozzle, Structural reliability, Fatigue failure, Sampling.

（上接第 29 页）

The Response Analysis of Structures to Integral Energy-Bound Convex loading

He Caiying　　Zhang Jinghui

(Department of Engineering Mechanics, Xi'an Jiaotong University, 710049)

ABSTRACT A support hyperplane method is used to analysis the response to the excitation modeled by integral energy-bound convex set. An analytical expression is obtained for the boundary equation of the finite-time and infinite-time response reachable set. An example is given to obtain the response reachable sets at different instants, and the comparison for a convex response with a harmonic response and a nonstationary random response is also done.

SUBJECT TERMS Structure dynamic response, Convex set, +Uncertainty, +Support hyperplane, +Reachable set.

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net