

可压缩平面混合层稳定性数值计算

王 强 傅德薰 马延文

(中国科学院力学研究所,北京 100080)

摘要 通过高阶差分求解三维可压缩稳定性方程,数值研究了时间发展可压缩平面混合层的稳定性特征。以对流马赫数为压缩性参数,以 Reynolds 数为粘性参数分析了二者对计算流场稳定性的影响。比较了二维和三维,无粘和粘性扰动波等情况。部分计算同相关文献进行了对比,取得了一致的结果。

关键词 平面混合层 稳定性分析 时间模式

中图分类号 O35

0 引言

象平面 Couette、平面 Poiseuille 流和边界层等流动一样,因其广泛的工程应用背景,自由剪切流动作为湍流问题的一个方面一直是流体力学研究的课题之一。特别地,受超声速燃烧推进系统开发研制的影响,可压缩混合层研究近些年得到许多研究者的关注^[1~3]。

一般地,线性不稳定波是可压缩混合层发展初始阶段的主导扰动,并可触发混合层内部大尺度涡结构及其对并过程,最终使其转换为湍流,因而对于可压缩混合层稳定性问题,线性稳定性分析方法不失为一种简便有效的研究途径,一方面,对具体流动,它可提供有价值的扰动频率范围,最不稳定增长率及扰动传播方向等参数;另一方面,它还能给更精细的混合层非线性演化数值模拟提供合理的初场和边界条件。

线性稳定性分析数值方法已经历了数十年的发展。80年代以前,打靶法等积分算法被广为采用,为抑制被积微分方程降阶带来的刚性特征使寄生误差增长导致积分解线性相关,该方法往往需引入特征函数重整化技术,并要求扰动特征值和特征函数有较好的预估值。随后,谱配置、级数展开和差分等方法伴随发展起来,它们多将稳定性计算转化为一个相关特征值问题求解,其中,差分方法具有明显的算法清晰,边界处理方便,易于向一般特征值问题转化等特点。

基于一维曲线坐标变换,本文以四阶差分直接离散导出的原始九阶三维可压缩稳定性微分方程,数值研究了时间模式可压缩平面混合层线性稳定特征,分析了流动参数对扰动波的影响,以及最不稳定模态对混合层的作用,也验证了所用数值方法的可靠性。

1 数值方法

1.1 流动平均场

考虑时间发展可压缩平面混合层。层流条件下,假定比热比 γ 和 Prandtl 数为常数,粘性系数 μ 和 ν 满足 Stokes 关系式且是温度 T 的函数,并由 Sutherland 律确定。速度向量 \vec{u} 、密度 ρ 、压力 p 以及 T 和 μ 分别由上层流动的自由流值 u_1 、 ρ_1 、 μ_1 、 T_1 和 ν_1 无量纲化,特征长度取作参考速度剖面的涡量厚度。平均场无展向梯度,在 xy 平面,横向速度 v 和展向速度 w 为 0,流向速度呈双曲正切分布。进一步假定上下层流体同质,对应流动元自由流值大小相等,按照 Papamoschou 等人^[4]的对流马赫数 M_c 定义,知 $M_c = M_1 = M_2$,于是,可取均匀平均压力场 $p = 1/M_c^2$,平均温度场经两次积分能量关系式得 Crocco-Busemann 公式如下

$$T = 1 + (\gamma - 1) M_c^2 (1 - u^2) / 2 \quad (1)$$

平均密度场由完全气体状态方程确定。

1.2 三维可压缩扰动方程

记小扰动瞬时流动元 $f = (u, v, w, T, p, \rho)$ 并分解如下

$$f = \bar{f}(x, y, z) + f(x, y, z, t) \quad (2)$$

其中平均流动被看作是垂直于 xz 平面的局部平行流, 即 $\bar{f} = \bar{f}(y)$ 且 $\bar{v} = 0$, 同时假定小扰动量 f 具有 Tollmien-Schlichting 行谐波分离变量形式

$$f(x, y, z, t) = f(y) \exp[i(\alpha x + \beta z - \omega t)] \quad (3)$$

这里, α 是 x 方向波数, β 是 z 方向波数, 后者一般取为实数, 表示流动在展向是周期性的, ω 是扰动频率, f 是特征函数。将(2)式代入三维可压缩 Navier-Stokes 方程, 线性化得到一个关于横向坐标 y 的 9 阶常微分扰动方程组, 其矩阵形式为

$$(M_1 D^2 + M_2 D + M_3) f = 0 \quad (4)$$

矩阵 M_1, M_2, M_3 是 5×5 阶, 特征函数向量 $f = (\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}, \hat{T}, \hat{p})$, $D = d/dy$, 在无穷远取渐近边界条件, 分析扰动沿时间方向增长的情形, 有 $R^1 = R + iC$, 则(4)式经 4 阶差分离散后得到一个复系数带状齐次线性方程组

$$(A - B) \tilde{f} = 0 \quad (5)$$

式中 A, B 是 $n \times n$ 复矩阵, $\tilde{f} = C^n$, $n = 5N$, N 是沿 y 方向差分离散的点数。(5)式构成一个复矩阵广义特征值问题, 给定 Reynolds 数 Re 和平均场, 通过求解该特征值问题可以数值确定特征参数色散关系式, 进而基于扰动增长率 ω_i 的性质研究相应流动的稳定性特征。

1.3 稳定性离散方程特征解算法

反 RQ(Rayleigh Quotient Iteration) 算法是标准特征值问题的一种迭代解法, 1981 年, Malik 和 Orszag^[5] 将其推广至三维可压缩边界层稳定性分析中, 给出了复矩阵广义特征值问题(5)的一个双重迭代算法, 其主迭代为

$$\begin{aligned} (A - \lambda_k B) \tilde{f}^{(l+1)} &= B \tilde{f}^{(l)} \\ \tilde{f}^{(l+1)} &= \tilde{f}^{(l+1)} / \max(\tilde{f}^{(l+1)}) \end{aligned} \quad (6)$$

附加迭代矩阵取作主迭代矩阵的转置, 他们同时还给出了外迭代序列 $\{\lambda_k\}$ 的一个广义 RQ 形式。同单一的主迭代算法相比, 他们的算法附加了一倍的计算量和内存。事实上, 从内迭代序列 $\{\tilde{f}^{(l)}\}$ 的收敛进程来看, 附加迭代并未对该进程施加作用, 另一方面, 就问题(5)来说, 单由主迭代, 外迭代过程往往可在数步内完成, 很难确定附加迭代会对此有显著改进。据此, 本文仅保留式(6)来求问题(5)的迭代解, 为尽量减少矩阵运算, 外迭代 λ_k 取标量形式

$$\lambda_{k+1} = \lambda_k + \left\{ \max_l (\tilde{f}^{(l+1)}) \right\}^{-1} \quad (7)$$

收敛判据为(5)式迭代非平凡解的误差界。实际计算中, $A - \lambda_k B$ 被设作带形数组并在内迭代过程中被 Gauss 列主元 LU 分解阵覆盖, 行交换信息以一个一维向量记录, 由于消元信息必须保留, 行交换导致 $A - \lambda_k B$ 的上带宽增加一倍。

当不稳定模态具有较好的预估值时, 上述迭代算法对于扰动特征值和特征函数均有十分好的求解效率和计算精度。当迭代初值不易确定, 或高马赫数下存在多个波速非零的不稳定模态时, 该方法的计算准确性会受到影响。因此, 本文选用了复矩阵广义特征值隐式单步 QZ 算法作为迭代法的辅助计算手段, 其中原点位移取作 Rayleigh 商。

2 计算结果及分析

对于可压缩混合层, 随着流动马赫数的增大, 混合层增长幅度显著下降, 仅以密度影响不能完整解释这一现象, 必须考虑压缩性效应。基于流动中存在以某种平均速度运动的大尺度结构的假设, 文[4]提出以对流马赫数 M_c 作为联系湍流自由剪切层中压缩性效应的参数, 并取作该大尺度结构相对于上下自由流流动马赫数

的几何平均。考虑无粘二维扰动波,图 1 显示了给定对流马赫数下最不扰动增长率 $\tilde{\omega}_i$ 随波数 α 的变化情况。当 M_c 增大,压缩性增强时, $\tilde{\omega}_i$ 减小,且不稳定波数 α 范围也在变小。由于影响流动混合效率的大尺度结构与流动稳定性密切相关, $\tilde{\omega}_i$ 的降低意味着高马赫数下,混合层增长幅度下降,强化混合成为一个突出的问题。此外,计算表明,这些扰动同属一个模态,相速度为 0。图中的离散符号对应文 [6] 用积分法得到的结果,本文的高阶差分计算与其保持了很好的一致性。

除了压缩性效应,粘性效应是可压缩混合层稳定性的另一个重要现象。从给定 M_c 下的最不扰动无粘二维扰动波 ($M_c = 0.01, 0.4, 0.6, 0.8$ 时, $\tilde{\omega}_i = 0.89, 0.82, 0.71, 0.52$) 出发,图 2 显示的是雷诺数对它们的影响。可以看到,粘性效应没有改变可压缩混合层具有的基本无粘不稳定特征,当 Re 减小时,逐渐增强的粘性仅仅是阻滞了该不稳定的扰动增长率并在足够小的雷诺数下将其抑制,另一方面,超过一定的雷诺数,粘性扰动以无粘扰动作为其渐近型态。也就是说,同无粘作用相比,粘性应力具有很强的稳定化趋势。

为分析三维扰动作用特征,取图 2 相同的扰动模态 ($Re = 800$),图 3 给出的是它们随波角 θ 的变化过程。以 $M_c = 0.6$ 分界, $M_c < 0.6$ 时,二维扰动是混合层的主导不稳定波,随 M_c 增大,二维扰动被严重阻滞,三维扰动增长成为主导扰动。文 [6] 以公式 $M_c \cos \theta = 0.6$ 来近似可压缩混合层主导不稳定特征,至少对等密度情形这个公式是合适的。与其一致,对于 $M_c < 1$ 的所有计算,上述扰动的相速度依然维持为 0。

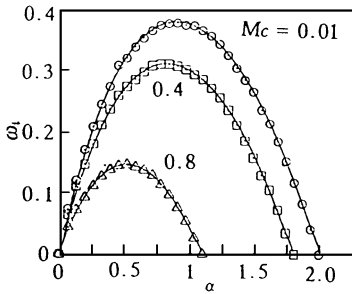


Fig. 1 Effect of Mach number on the disturbance waves

图 1 马赫数对扰动波的影响

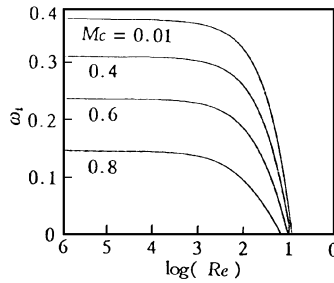


Fig. 2 Effect of Reynolds number on the disturbance waves

图 2 雷诺数对扰动波的影响

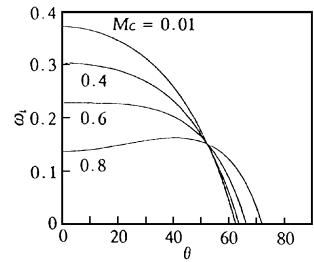


Fig. 3 Three-dimensional evolution of two-dimensional waves

图 3 二维波的三维演化

现在讨论不稳定波对涡的输运特征的影响。考虑 $M_c = 0.8, \tilde{\omega}_i = 0.52, Re = 800$ 情形,图 4 是 $z = 0, xy$ 平面内的一组扰动特征函数等值线,特征函数 \tilde{u} 的实部关于 $y = 0$ 对称,虚部反对称,特征函数 T, p 与之相反。受扰动波作用,混合层中出现大尺度结构雏形,压缩性引起的内部膨胀和斜压过程使涡沿流向延长,降低了结构涡吸收能力,表现为混合层的混合增长率下降。在基本涡发展处,涡心压力和密度较低,高压和高密度区集中于涡间。文 [3] 的直接数值模拟证实,该不稳定狭长结构最终非线性发展成涡的对并和拟序结构的形成,而对并瓣子区正对应着初始扰动高压和高密度区。

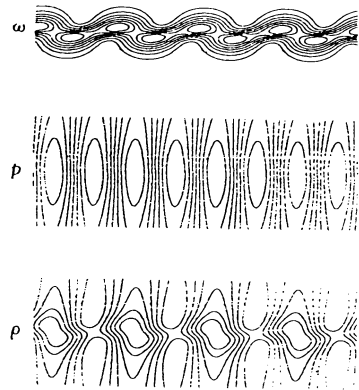


Fig. 4 Contours of the disturbance eigenfunctions

图 4 特征函数等值线

参考文献

- 1 Clemens N T, and Mungal M G. Two- and three-dimensional effects in the supersonic mixing layer. *J AIAA*, 1992, **30**(4): 973 ~ 981.
- 2 Martens S, Kinzie K W, and McLaughlin D K. Measurements of Kelvin-Helmholtz instabilities in supersonic shear layer. *J AIAA*, 1994, **32**(8): 1633 ~ 1639.
- 3 傅德薰,马延文. 平面混合流拟序结构的直接数值模拟. 中国科学, 1996,

A26(7) :657 ~ 664.

- 4 Papamoschou D, and Roshko A. The compressible turbulent layer: an experimental study. *J Fluid Mech*, 1988, **197**(12) :453 ~ 477.
- 5 Malik M R, and Orszag S A. Efficient computation of the stability of three-dimensional compressible boundary layer. AIAA-81-1277, 1981.
- 6 Sandham N D, and Reynolds W C. Compressible mixing layer: linear theory and direct simulation. *J AIAA*, 1990, **28**(4) :618 ~ 624.

A NUMERICAL INVESTIGATION OF THE STABILITY OF COMPRESSIBLE PLANE MIXING LAYERS

Wang Qiang Fu Dexun Ma Yanwen

(Institute of Mechanics, Academia Sinica, Beijing 100080)

ABSTRACT The stability of temporally evolving compressible plane mixing layers is investigated numerically by solving the three-dimensional compressible linear disturbance equations. A high-order finite-difference method is used. The effects of key parameters such as convective Mach number and Reynolds number on the stability characteristics of compressible mixing layers are analyzed. The comparisons between two- and three-dimensional, viscous and inviscid disturbances are presented. Part of the numerical results obtained here are in agreement with those of relative literature.

KEY WORDS compressible mixing layer; stability analysis; temporal model.

(上接第 418 页)

参考文献

- 1 Wirth J L, Rogers S C. *IEEE Trans Nuc Sci*, 1964, **NS- 11**(6) :24.
- 2 Steutzer O M. SAND86 - 7174.
- 3 Enlow E W, Alexander D R. *IEEE Trans Nuc Sci*, 1988, **NS- 36**(6) :1467.
- 4 Ishaque A N, et al. *J Appl Phys*, 1991, **69**(1) :307.
- 5 Wunsch T F, Axness C L. *IEEE Trans Nuc Sci*. 1992, **NS- 39**(6) :2158.

NUMERICAL SIMULATION OF PHOTOCURRENT RESPONSE OF SEMICONDUCTOR DEVICES TO IONIZING RADIATION

Huang Liuxing

(Northwest Institute of Nuclear Technology, Xian 710024)

ABSTRACT The description of production and transient of photocurrent in semiconductor devices in ionizing radiation environment is of great importance for Transient Radiation Effects on Electronics Systems (TREES). Physical models of generic description of photocurrent in semiconductors are proposed here, photocurrent of an actual pn junction has been simulated numerically, and the simulation results are also presented.

KEY WORDS photocurrent; numerical simulation; ionizing radiation; semiconductor devices.