第13卷 第4期 固体力学学报 Vol.13 №.4
1992年12月 ACTA MECHANICA SOLIDA SINICA December 1992

窄带和宽带随机载荷下的疲劳寿命估算*

伍义生

(北京，中国科学院力学研究所，100080)

提要 本文综述海洋平台导管架关键部位在窄带和宽带随机载荷下的疲劳寿命估算方法. 通过算例对多种疲劳寿命估算方法作了比较.

关键词 疲劳寿命，随机载荷，窄带，宽带，海洋结构

1 引言

随着我国海洋石油工业的发展，海洋结构的疲劳分析变得日益重要. 众所周知，海洋结构受到海水腐蚀和波浪载荷的长期作用，疲劳破坏是一个重要的课题. 通常短期海况可视为稳态的高斯随机过程，其波高符合 Rayleigh 分布. 当结构自振周期与波浪周期相差甚远时，结构的应力响应可视为窄带的. L.P.Pook 就北海海况编制了典型的窄带随机载荷谱[1]. 但通常结构的应力响应并不是窄带的，应力频谱通常有两个峰，一个在海浪的频率处，一个在结构的固有振动频率处. 为此，P.H.Wirsching 编制了具有双峰的宽带随机载荷谱[2]. 本文综述了窄带和宽带随机载荷下的疲劳寿命估算方法，并通过算例对各种不同的寿命估算方法作比较.

2 窄带随机载荷下的疲劳寿命估算

2.1 L.P.Pook 窄带随机载荷谱

L.P.Pook 提出的代表北海海洋结构应力响应的窄带随机载荷谱如图 1 所示. 表 1 给出各短期海况所引起的结构的均方根应力和循环次数.

表 1 L.P.Pook 窄带随机载荷谱中各短期海况引起的结构的均方根应力和循环次数

海况	RMS / σ_{LT}	循环次数
4	0.347	26000
3	0.799	20000
2	1.366	15000
1	1.960	4000
2	1.366	15000
3	0.799	20000

σ_{LT} 是长期海况引起的结构均方根应力，视海域和结构部位而定.

* 本文于1990年9月25日收到.本课题得到国家自然科学基金的资助

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

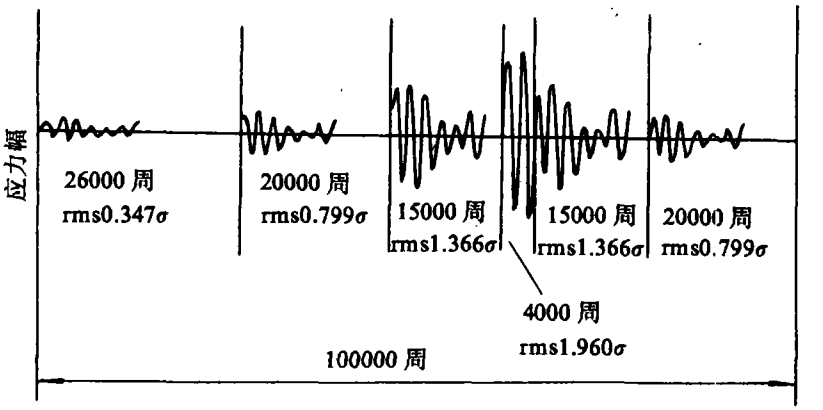

图 1　L.P.Pook 窄带随机载荷

2.2　窄带随机载荷下的疲劳寿命估算方法

2.2.1　均方根峰值应力法

该方法是将窄带随机应力等价为一常幅应力的载荷，该常幅载荷的峰值应力等于随机载荷的均方根峰值应力. 对于 Rayleigh 分布，峰值的概率密度函数为

$$p(s)=s/\sigma^2\exp(-s^2/2\sigma^2) \tag{1}$$

$p(s)$是峰值应力s的概率密度，σ是均方根应力. 疲劳损伤是根据峰值均方根应力计算

$$E(s^2)=\int_0^\infty s^2 s/\sigma^2\exp(-s^2/2\sigma^2)\mathrm{d}s=2\sigma^2 \tag{2}$$

因此，峰值均方根应力等于$\sqrt{2}\sigma$. 根据此峰值均方根应力和$s-N$曲线计算损伤.

2.2.2　等损伤应力法

根据Miner公式[3]，多级变幅载荷下的损伤按以下公式计算

$$D=\sum n_i/N_i \tag{3}$$

式中 n_i 是每一级应力的循环次数，N_i 是在该应力幅值循环至破坏的周数. 对于 Rayleigh 分布

$$D=\int_0^\infty \frac{n\,p(s)\mathrm{d}s}{N} \tag{4}$$

式中n是每一海况的总循环次数. $s-N$曲线通常用下列公式描述

$$N=K/s^m \tag{5}$$

式中K和m是和材料及结构有关的两个常数. 将(1)和(5)式代入公式(4)得出

$$D=\frac{n}{K}\left(\sqrt{2}\sigma\Gamma\left(\frac{m}{2}+1\right)^{1/m}\right)^m \tag{6}$$

$$D=\frac{n}{K}\bar{s}^m \tag{7}$$

(7)式中的$\bar{s}$为等损伤峰值应力

$$\bar{s}=\sqrt{2}\sigma\Gamma\left(\frac{m}{2}+1\right)^{1/m} \tag{8}$$

根据(7)、(8)两式可计算该海况所产生的疲劳损伤.

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

2.2.3 累积频次法

对于Rayleigh分布，超越应力水平s的概率分布为

$$Ex(s)=\exp(-s^2/2\sigma^2) \tag{9}$$

超越应力水平s的累积频次为

$$nEx(s)=n\exp(-s^2/2\sigma^2) \tag{10}$$

式中 n 为某一短期海况的总循环次数．由公式 (10) 得到该海况的超越累积频次曲线．对于各短期海况组成的长期海况，叠加各短期海况的累积频次曲线得出长期海况的累积频次曲线，如图 2 所示．合成的累积频次曲线通常可用 Pascal 函数描述[4]．

$$N=N_0\exp(-(s/s_0)^m\ln N_0) \tag{11}$$

式中 s_0 为长期海况中仅出现一次的最大应力水平，N_0 是总的循环次数．m 为描述累积频次曲线形状的一个指数．m 等于 1 为直线，m 小于 1 曲线向下凹，m 大于 1 曲线向上凸．根据长期海况的累积频次曲线和 $s-N$ 曲线可计算疲劳损伤．

2.2.4 随机应力次序法

一个具有 Rayleigh 分布的窄带随机过程可以用一个产生伪随机的程序来模拟．用这种方法可以产生若干具有不同应力次序的窄带随机载荷，然后用局部应力－应变法[5]一周一周地计算损伤．伪随机载荷的产生利用均匀分布随机数和 Rayleigh 分布随机数的下列关系

$$Y(n)=(2\sigma^2\ln(1/x(n)))^{1/2} \tag{12}$$

$x(n)$是 0 和 1 之间的一个均匀分布随机数，$Y(n)$是符合 Rayleigh 分布的一个随机数.

3 宽带随机载荷下的疲劳寿命估算方法

3.1 P.H.Wirsching 宽带随机载荷谱

P.H.Wirsching 提出北海海况波浪载荷引起的海洋结构响应的应力频谱可用下列公式表示[2]

$$W(f)=AH_s^{2\varphi}\psi(f)=AH_s^{2\varphi}\frac{\exp(-1050/(2\pi T_d f)^4)}{T_d^4(2\pi f)^5((1-(f/f_n)^2)^2+(2\zeta f/f_n)^2)}$$

式中 H_s 为有效波高，T_d 为波浪的主周期，ζ 为阻尼系数，f_n 为结构的固有频率．A 为标定系数，φ 反应应力随波高变化的指数，此二参数与结构所在海域及结构部位有关，由结构静动力分析确定．图 3 给出某海洋平台的热点应力频谱 ($H_s=12.9$m，$\varphi=1.5$，$T_d=14.4$s，$f_n=0.2857\text{s}^{-1}$，$\zeta=0.05$). P.H.Wirsching 建议的北海海况由 11 个短期海况组成，在表 2 中给出．

3.2 宽带随机载荷下的疲劳寿命估算方法

3.2.1 修正宽带等损伤应力法[2]

P.H.Wirsching 给出修正的损伤计算公式，以考虑宽带的影响

$$D=\lambda D_{NB}=\lambda\frac{n}{K}\left(\sqrt{2}\sigma\Gamma\left(\frac{m}{2}+1\right)^{1/m}\right)^m \tag{14}$$

式中D是宽带应力谱的损伤，D_{NB} 是具有同样均方根应力的窄带谱的损伤. λ 是考虑带宽的修正系数

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

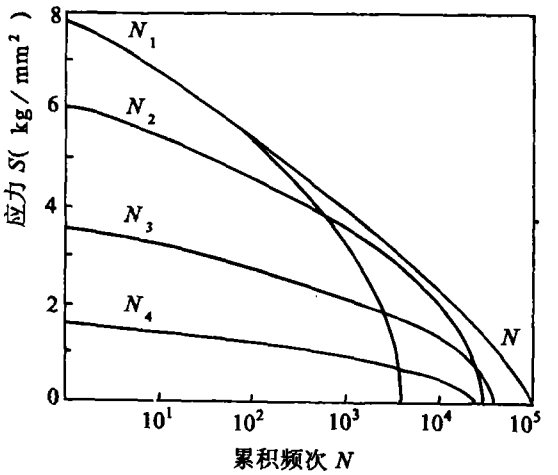

图 2　窄带随机载荷的累积频次曲线

(N_1,N_2,N_3,N_4：单个海况的累积频次曲线

N：长期海况的合成累积频次曲线)

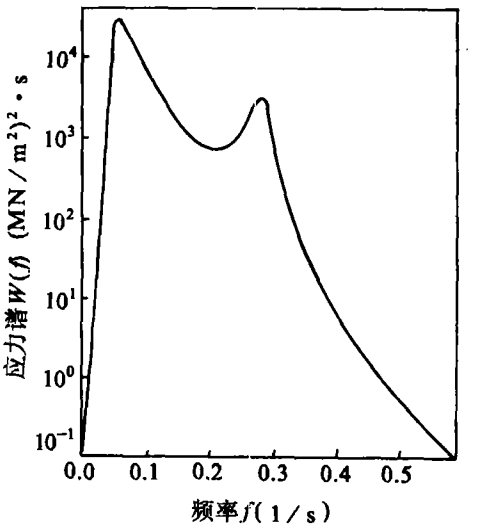

图 3　P.H. Wirsching 宽带应力谱

($H_s = 12.9$m，$\Phi = 1.5$，$T_{c1} = 14.4s$，

$f_n = 0.2857 / s$，$c = 0.05$)

表 2　北海长期海况中每一短期海况的有效波高，主周期及时间比

海况	有效波高(m)	主周期(s)	时间比
1	16.0	17.3	0.0000368
2	14.5	16.5	0.0000932
3	13.0	15.8	0.00037
4	11.4	14.7	0.0022
5	9.9	13.6	0.0073
6	8.4	12.7	0.0135
7	6.9	11.6	0.0265
8	5.3	10.3	0.060
9	3.8	9.1	0.210
10	2.3	7.7	0.490
11	0.8	4.4	0.190

$$\lambda = a + (1-a)(1-\varepsilon)^b \tag{15}$$

$$a = 0.926 - 0.033m \tag{16a}$$

$$b = 1.587m - 2.323 \tag{16b}$$

式中m是$s-N$曲线的斜率，ε是$\varepsilon = (1 - m_2^2 / m_0 m_4)^{1/2}$　(17)

宽带应力谱的均方根应力按下列公式计算

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$\sigma = \sqrt{m_0} \tag{18}$$

在 (17)、(18) 式中的 m_0，m_2，m_4 分别是应力频谱的 0 次，2 次，4 次谱矩．一般 n 次谱矩的表达式为

$$m_n = \int_0^\infty f^n w(f) \mathrm{d}f \tag{19}$$

3.2.2　宽带累积频次法

宽带随机载荷峰值应力的概率密度函数可表达如下[6]

$$p(\xi) = \frac{\varepsilon}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\frac{\xi^2}{\varepsilon^2}\right) + \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2}}{\sqrt{2\pi}} \xi \exp\left(-\frac{1}{2}\xi^2\right) \int_{-\infty}^{\xi\sqrt{1-\varepsilon^2}/\varepsilon} \exp\left(-\frac{1}{2}u^2\right) \mathrm{d}u \tag{20}$$

式中 $p(\xi)$ 是峰值应力 s 的概率密度 ($\xi = s/\sigma$)，ε 是带宽．$\varepsilon = 0$，(20) 式转化为 Rayleigh 分布，$\varepsilon = 1$，(20) 式转化为 Gaussian 分布．每一短期海况的总的循环次数可以用下列公式计算

$$N = f_0 T \tag{21}$$

式中 T 是每一海况的持续时间，f_0 是穿0频率

$$f_0 = \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \tag{22}$$

在应力水平 s 和 $s + \Delta s$ 之间的循环次数可以积分确定

$$n(\Delta s) = N \int_s^{s+\Delta s} p(s) \mathrm{d}s \tag{23}$$

超越应力水平 s 的循环次数可以用下式计算

$$n(>s) = N \int_s^\infty p(s) \mathrm{d}s \tag{24}$$

由此可以得出每一短期海况的累积频次曲线．各海况叠加得出长期海况的合成的累积频次曲线，如图 4 所示．根据累积频次曲线，$s-N$ 曲线和 Miner 公式计算疲劳损伤．

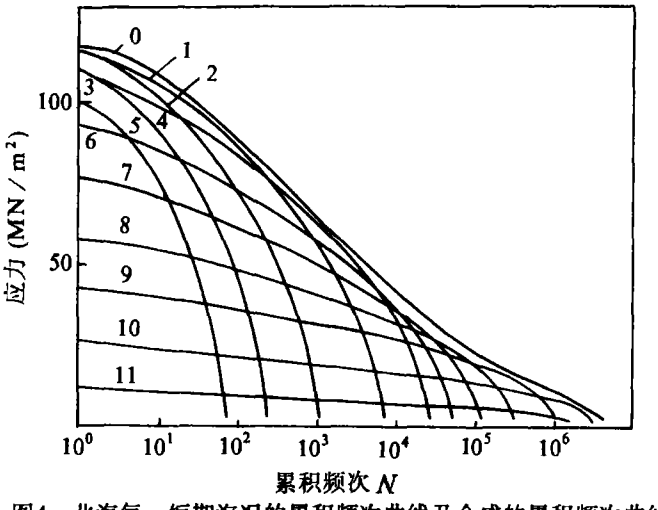

图4　北海每一短期海况的累积频次曲线及合成的累积频次曲线

(1 – 11　每一短期海况的累积频次曲线

0　合成的长期海况的累积频次曲线)

3.2.3　伪随机应力次序法

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

给定了应力频谱，可以用计算机模拟的方法产生伪随机应力 – 时间历程，然后用局部应力 – 应变法一周一周地计算损伤，以研究应力次序的影响．为了构造伪随机时间历程，将应力频谱区分为若干小的区间 Δf_i，以 f_i 代表该区间中点的频率．每一频率区间相应一个频率为 f_i 的正弦波，其峰值应力为$\sqrt{2W(f_i)\Delta f_i}$．随机应力历程用叠加这些正弦波产生

$$x(t)=\sum\sqrt{2W(f_i)\Delta f_i}\cos(2\pi f_i t+\varphi_i) \tag{25}$$

各正弦波具有不同的频率和不同的相位角．式中 φ_i 是一个在 0 到 2π 间均匀取值的随机相位角．随机应力历程也可通过快速付里叶逆变换 (IFFT) 更快地得到

$$x(t)=\sum_{k=0}^{N_p-1}x_k e^{i(2\pi kr/N_p)} \qquad r=0,1,\cdots(N_p-1) \tag{26}$$

式中$x_k=\sqrt{2W(f_i)\Delta f_i}$，$N_p$是离散点数.

4　计算程序和算例

本文编制了窄带和宽带随机载荷下的疲劳寿命估算程序 LIFENB，该程序包括了累积频次统计，均方根应力和等损伤应力计算，伪随机时间历程的构造及上述各种疲劳寿命估算方法. 作为一个算例，计算了某海洋结构热点部位(应力集中部位)在北海海况作用下的损伤. 波浪统计资料已在表 2 中给出，宽带应力谱的参数已在前文和图 3 中给出，$s-N$曲线选用 API [7] 规范中的热点应力$s-N$曲线($\Delta s=AN^B$，$A=274.53\mathrm{kg/mm^2}$，$B=-0.228$). 计算结果在表 3 中给出. 从计算结果看，除窄带等损伤应力法计算损伤偏于严重外，其它几种方法计算结果比较接近. 宽带累积频次法和伪随机应力次序法的计算结果更为接近. 如取方法 4 的计算结果为 1，方法 1 的计算结果为 1.8. 这说明宽带随机载荷如按窄带处理，疲劳损伤过估 80%，在结构设计时势必降低应力，加大截面造成浪费. 从表 3 中还可以看出主要的损伤不是出现在波高很高，次数很少的海况下. 而是出现在波高不是太高，但次数很多的海况下. 例如海况 7 造成的损伤最大. 表 3 中的方法 4 给出的是 8 种随机应力次序的平均计算结果，计算的损伤值变化范围从 0.033 到 0.095，这说明随机载荷的次序对疲劳寿命也有一定影响.

5　总结

a. 本文综述了窄带和宽带随机载荷下的疲劳寿命估算方法.

b. 本文编制的 LIFENB 程序可用于海样平台结构在窄带和宽带随机载荷下的疲劳损伤和寿命估算.

c. 如用窄带方法处理宽带随机应力将过估疲劳损伤.

d. 在海洋结构疲劳寿命估算中主要损伤由不太严重，但循环次数很多的海况产生.

e. 随机载荷的次序对疲劳寿命有一定影响.

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

表 3　用不同方法计算得出的北海一年海况下的疲劳损伤

海况	有效波高 (m)	相应热点均方根应力幅值 (kg / mm²)	损伤			
			方法 1	方法 2	方法 3	方法 4*
1	16.0	6.37	0.00001334	0.00001120	0.00001254	0.00000988
2	14.5	5.47	0.00139523	0.00110045	0.00116914	0.00066707
3	13.0	4.70	0.00677864	0.00531288	0.00528419	0.00292324
4	11.4	3.95	0.00979456	0.00766162	0.00711158	0.00447557
5	9.9	3.30	0.01523558	0.01190837	0.0127041	0.00793189
6	8.4	2.66	0.02054556	0.01605459	0.01306448	0.01073269
7	6.9	2.08	0.02629783	0.02054796	0.01583606	0.01477346
8	5.3	1.52	0.01595460	0.01246549	0.00889221	0.01030301
9	3.8	1.03	0.00523624	0.00409082	0.00239797	0.00347913
10	2.3	0.57	0.00241857	0.00189349	0.00071326	0.00155692
11	0.8	0.24	0.00163508	0.00127334	0.00024205	0.00101582
总和			0.10530508	0.08232009	0.06499380	0.05786866
比值			1.81	1.41	1.13	1.0

注：方法 1　窄带等损伤应力法

方法 2　宽带修正等损伤应力法

方法 3　宽带累积频次法

方法 4*　伪随机应力次序法，8 种伪随机应力次序的平均结果

参 考 文 献

1 Pook L P. An approach to practical load histories for fatigue testing relevant to offshore structure, SCE Symposium on "Environmental Problems of North Sea Platforms", 9 March 1977

2 Wirsching P H. Digital simulation fatigue damage in offshore structures, Computational Methods for offshore structures, edited by Harry Armen, 1980, 69–76

3 Miner M A. Cumulative damage in fatigue. J Appl Mech, 1945, 12, A–159

4 Buxbaum O. Random load analysis as a link between operational stress measurement and fatigue lift assessment, ASTM STP671, 1979, 5–20

5 伍义生. 局部应变法和计算程序. 航空学报, 1982, 3(1)

6 Lin Y K. Probabilistic theory of structural dynamics. McGraw–Hill, 1967, 303

7 American Petroleum Institute. Recommended practice for planning, designing and constructing fixed offshore platforms, API RP2A 16th Edition, April 1, 1986, 36

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

FATIGUE LIFE ESTIMATION UNDER NARROW BAND AND BROAD BAND RANDOM LOADING

Wu Yisheng

(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing, 100080)

Abstract

A summary of the methods for estimating the fatigue life of offshore structures under the random loading of narrow and wide band is given. A computer program, LIFENB, is carried out for the estimation of fatigue lift. Various methods of estimating fatigue lift are compared by an example. The conclusion is that for the random loading of wide band an overestimated fatigue damage would be obtained by narrow band treatment, so the methods of fatigue lift estimation for the random loading of broad band must be adopted. The fatigue damage caused by many low stress cycles can not be omitted. There is some effect of random stress sequence on fatigue lift.

Key words

fatigue lift, random loading, narrow band, broad band, offshore structure

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net