

微重力条件下熔-固相变对流与 浮区对流的耦合

熊斌 唐泽眉 胡文瑞

中国科学院力学研究所,北京,100080

1990年10月18日收到;1991年5月8日收到修改稿

本文以空间材料生长为背景,用有限元法研究微重力条件下的浮区单晶生长过程,考虑了表面张力对流与浮区对流的耦合作用,计算了凝固界面形状.结果表明,晶体的生长速度是个重要的影响因素,生长时,单晶-熔体界面比多晶-熔体界面更倾斜;当生长速度超过临界值时,多晶-熔体界面附近的 Marangoni 涡会分裂出二次涡.

PACC: 4725Q; 6470D; 6810; 8110

一、引言

近年来,人们对开发利用空间微重力资源的兴趣愈来愈高,空间材料加工已将众多学科融汇在一起.悬浮区域法,一种无容器加工技术,可用来生产高质量的高熔点晶体,被认为是空间生长单晶的主要方法之一^[1].图1为悬浮区域法的示意图,其中浮熔区的熔体靠表面张力来维持.

用此法生长的单晶质量依赖于熔区内杂质浓度的分布,熔化-凝固界面的形状及此界面附近的温度分布^[2].在微重力环境中,虽然克服了浮力对流的作用,但表面张力对流成为主要影响因素,所以很多学者对半浮区液桥模型作了大量的研究^[3-6].其中文献[5]用实验证实了表面张力对流的存在,文献[3]和[7]用数值方法对流场细节进行了研究,着重考察了一些无量纲参数的影响.数值方法所采用的另一不同模型是无对流的热传导模型^[8,9].采用不同模型是为了避免各种非线性耦合作用所带来的困难.

上述半浮区液桥模型忽略了相变界面的作用,无对流的热传导模型则没考虑熔区内对流的影响.本文给出熔化-凝固动边界处的流动条件和热力学条件,并用有限元法数值研究熔化-凝固动边界和浮区对流的相互作用,同时考虑凝固界面和热毛细对流的作用.

二、悬浮区域法晶体生长的数学模型

如图1所示,将柱坐标系建立在加热线圈上,单晶棒和多晶棒分别以相对速度 V_{p_1} 和 V_{p_2} 向下拉.不考虑自由面的变形,认为单晶棒半径 R_1 、多晶棒半径 R_2 和熔区半径 R

相同,保持为常数。考虑定常的生长过程,固区内的控制方程为

$$-V_{\rho_i} \frac{\partial T_{s_i}}{\partial x} = \alpha_i \left(\frac{\partial^2 T_{s_i}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{s_i}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{s_i}}{\partial r} \right) \quad (i = 1, 2), \quad (1)$$

其中下标 $i = 1, 2$ 分别表示单晶域和多晶域; T_{s_i} 为温度; x 为轴向坐标; r 为径向坐标; α_i 为热扩散系数。

熔区内的流动为定常的轴对称层流,采用 Boussinesque 近似,熔区内的控制方程为

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} = 0, \quad (2)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} = \beta g \Delta T - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right), \quad (3)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial r} = v \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} \right) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (4)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial r} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad (5)$$

其中 u, v 分别为轴向和径向的熔体流速; T 为熔区温度; β 为热膨胀系数; g 为重力加速度; ρ 为熔体密度; ν 为熔体的运动粘度; α 为熔体的热扩散系数; p 为压强。

下面讨论边界条件。在 $r = 0$ 处的正则条件要求

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{\partial v}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\partial T_{s_i}}{\partial r} = 0 \quad (i = 1, 2). \quad (6)$$

在悬浮区自由表面 $r = R$ 和固区处表面 $r = R_i$ 处的传热条件分别为

$$-K \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R} = \epsilon^* \sigma^* (T^* - T_0^*) f(x) + \eta (T - T_{amb}), \quad (7)$$

$$-K_i \frac{\partial T_{s_i}}{\partial r} \Big|_{r=R_i} = \epsilon_i^* \sigma^* (T_{s_i}^* - T_0^*) f(x) + \eta_i (T_{s_i} - T_{amb}) \quad (i = 1, 2), \quad (8)$$

其中 K 和 K_i ($i = 1, 2$) 分别为熔体和晶体的热传导系数; σ^* 为 Stefan-Boltzmann 常数; ϵ^* 和 ϵ_i^* ($i = 1, 2$) 分别为熔体和晶体的黑度; T_0^* 为加热线圈的温度; T_{amb} 为环境的温度; η 和 η_i 分别为熔体和晶体的对流换热系数; $f(x)$ 为热辐射角系数关系,这里取之为高斯分布 $f(x) = f_0 e^{-\lambda x^2}$ 。自由面 $r = R$ 处的流动条件为

$$\mu \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=R} = \sigma_c \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (9)$$

$$v \Big|_{r=R} = 0, \quad (10)$$

其中 σ_c 为热表面张力系数。由能量平衡,可得相变界面上的 Stefan 关系^[8-10]

$$\pm K_i \nabla T_{s_i} \cdot \mathbf{n} \mp K \nabla T \cdot \mathbf{n} = \Delta H_i \rho a_{n_i} \quad (i = 1, 2), \quad (11)$$

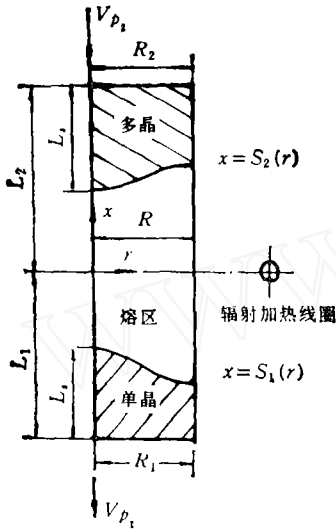


图1 悬浮区域法示意图

其中晶体沿相变界面法向的凝固/熔解速度 $a_{n_i} = V_{p_i} / \sqrt{1 + (dS_i/dr)^2}$, ΔH_i 为熔化潜热。其余的温度条件有

$$T|_{x=S_i(r)} = T_{m_i} \quad (i = 1, 2), \quad (12)$$

$$T_{S_i}|_{x=S_i(r)} = T_{m_i} \quad (i = 1, 2), \quad (13)$$

$$T_{S_i}|_{x \rightarrow \pm\infty} = T_{\infty_i} \quad (i = 1, 2), \quad (14)$$

其中 T_{m_i} ($i = 1, 2$) 为单晶和多晶的熔点; T_{∞_i} ($i = 1, 2$) 为单晶棒和多晶棒冷端的温度。

由熔化-凝固相变界面处的质量守恒和力的平衡, 可得速度在相变界面处的条件

$$u = \frac{\varepsilon_i V_{p_i}}{1 + \left(\frac{dS_i}{dr}\right)^2} - V_{p_i} \quad (15)$$

$$v = -\frac{\varepsilon_i V_{p_i} \frac{dS_i}{dr}}{1 + \left(\frac{dS_i}{dr}\right)^2} \quad (i = 1, 2), \quad (16)$$

其中 $\varepsilon_i = (p_i - p) / \rho$ 。

这里假设 $T_{m_1} = T_{m_2} = T_m$, $T_{\infty_1} = T_{\infty_2} = T_{\infty}$ 。引进无量纲量, 将方程和边界条件无量纲化

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{x}{R}, \quad \bar{r} = \frac{r}{R}, \quad \bar{u} = \frac{u}{U_0}, \quad \bar{v} = \frac{v}{U_0}, \\ \bar{p} &= \frac{p}{\rho U_0^2}, \quad \bar{T}_{S_i} = \frac{T_{S_i} - T_{\infty}}{T_m - T_{\infty}} \quad (i = 1, 2), \end{aligned} \quad (17)$$

其中特征速度取为 $U_0 = |\sigma_i| (T_0 - T_m) / \mu$ 。

将上述无量纲量代入方程和边界条件, 且将流动方程及相应的边界条件化成“涡度——流函数”形式, 省略无量纲符号“—”, 得

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} - \frac{\Psi}{r^2} = -\omega, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} Re \left[\frac{\omega}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r\Psi)}{\partial r} \frac{\partial \omega}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial r} \right] \\ = -Bo \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \omega}{\partial r} - \frac{\omega}{r^2}, \end{aligned} \quad (19)$$

$$Ma \left[\frac{1}{r} \frac{\partial (r\Psi)}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial r} \right] = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r}, \quad (20)$$

$$\frac{\partial^2 T_{S_i}}{\partial x^2} + Pe_i \frac{\partial T_{S_i}}{\partial x} + \frac{\partial^2 T_{S_i}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{S_i}}{\partial r} = 0 \quad (i = 1, 2), \quad (21)$$

其中 Ψ 为流函数; ω 为涡度; $Re = U_0 R / \nu$ 为 Reynolds 数; $Bo = g\beta R^2 \Delta T / \nu U_0$ 为动 Bond 数; $Ma = U_0 R / \alpha$ 为 Marangoni 数; $Pe_i = V_{p_i} \cdot R / \alpha_i$ ($i = 1, 2$) 为 Peclet 数。在

$$r = 0, S_1(0) \leq x \leq S_2(0) \text{ 上} \quad \Psi = \omega = \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad (22)$$

在

$$r = 0, x \leq S_1(0) \text{ 或 } x \geq S_2(0) \text{ 上 } \frac{\partial T_{s_i}}{\partial r} = 0 \quad (i = 1, 2), \quad (23)$$

在 $r = 1, S_1(1) \leq x \leq S_2(1)$ 上

$$\psi = (\varepsilon_1 + 1) \frac{V_{p_1}}{2} = (\varepsilon_2 + 1) \frac{V_{p_2}}{2}, \quad (24)$$

$$\omega = \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (25)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = -Bit[(T + T_m^*)^4 - T_0^{*4}]f(x) + Nu[(T + T_m^*) - T_{amb}^*], \quad (26)$$

$$\frac{\partial T_{s_i}}{\partial r} = -Bit_i^*[(T_{s_i} + T_m^*)^4 - T_0^{*4}]f(x) + Nu_i[(T_{s_i} + T_m^*) - T_{amb}^*], \quad (27)$$

在 $x = S_i(r), 0 \leq r \leq 1$ 上 ($i = 1, 2$)

$$\psi = (\varepsilon_i + 1) \frac{rV_{p_i}}{2}, \quad (28)$$

$$\omega = (2 + \varepsilon_i) \frac{V_{p_i} \sin^2 \alpha_i}{r} + (3 + \varepsilon_i) \frac{V_{p_i} \sin \alpha_i}{\Delta n_i} - \frac{2(\psi_{B_i} - \psi_{A_i})}{\Delta n_i^2} \quad (i = 1, 2), \quad (29)$$

$$T = T_m, \quad (30)$$

$$T_{s_i} = T_m \quad (i = 1, 2), \quad (31)$$

$$\pm \frac{\partial T_{s_i}}{\partial n} \mp \delta_i \frac{\partial T_{s_i}}{\partial n} = \frac{Ste_i}{\sqrt{1 + \left(\frac{dS_i}{dr}\right)^2}} \quad (i = 1, 2), \quad (32)$$

在 $x \rightarrow \pm\infty$ 处, $T_{s_i} = T_\infty \quad (i = 1, 2), \quad (33)$

其中 $Bit = f_0 Re^* \sigma^* \Delta T^3 / K$ 和 $Bit_i^* = f_0 Re_i^* \sigma^* \Delta T_m^3 / K_i \quad (i = 1, 2)$ 分别为熔体和晶体的热辐射数 (Biot 数); Nu 和 $Nu_i \quad (i = 1, 2)$ 分别为熔体、晶体的 Nusselt 数. T_{amb}^* , T_m^* , T_0^* , T_0^* , T_m^* 为无量纲温度. $Ste_i = \Delta H_i \rho R U_0 / K_i (T_m - T_\infty)$ 为 Stefan 数; $\delta_i = K(T_0 - T_m) / K_i (T_m - T_\infty)$; $\tan \alpha_i = \left. \frac{dS_i}{dr} \right|_{x=S_i(r)}$. 焔度条件为一阶近似.

无量纲化时, 得出一些重要的无量纲参数, 分析这些参数在某些典型值范围内对流动和热力学特性的影响是理解物理机制的关键.

三、计算方法

采用 Galerkin 有限元法对数学模型进行离散, 计算网格在各边界处进行加密. 计算时, 对问题作进一步的假设和近似, 认为 1) 单晶和多晶具有相同的热力学性质; 2) 不考虑重力作用, 取 $Bo = 0$; 3) 熔化速度和凝固速度相同; 4) $\left. \frac{\partial T_{s_i}}{\partial n} \right|_{x=S_i(r)} \approx$ 常数, 即沿熔化-凝固界面处的固区的吸热分布均匀. 若棒冷端温度为零, 熔点为 1, 棒长为 L_* , 则

$$\left. \frac{\partial T_{s_i}}{\partial n} \right|_{x=s_i(r)} \approx 1/L_s, \text{ 当 } L_s = 1 \text{ 时, } \left. \frac{\partial T_{s_i}}{\partial n} \right|_{x=s_i(r)} \approx 1.$$

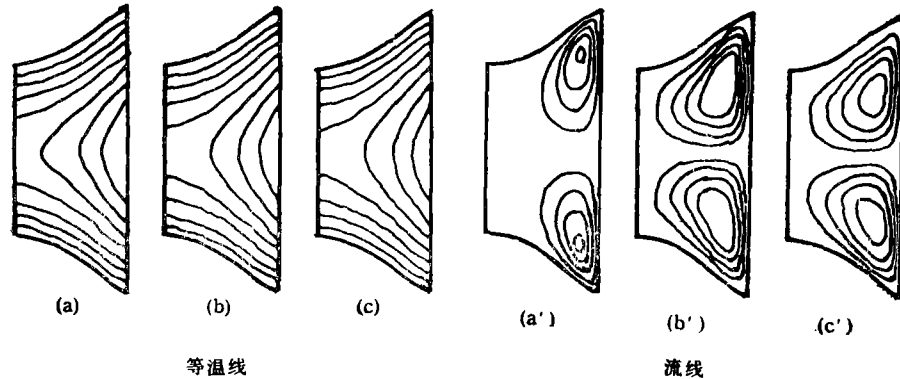
经验算,只要凝固界面的倾斜度相对熔区轴向尺寸较小,假设 4) 就有效,此时不必耦合固区温度场来确定相变界面位形。采用 Gauss-Seidel 迭代求出场量,迭代时进行松弛调整。用“伪不定常法”^[10]迭代求解相变界面位形。

四、计算结果分析

现在对如下几种情形进行数值实验:

1. Re 数变化的影响

给定 $Ma = 100$, $Bo = 0$, $\left. \frac{\partial T_{s_i}}{\partial n} \right|_{x=s_i(r)} = 1.0$, $Bit = 0.2$, $V_p = 0$, 改变 Re , 可求出图 2, 图 4 所示结果。可见,随 Re 增大,温度最大值增大;尽管如此,给定 Ma 时, Re 值变化对温度分布和相变界面位形的影响不大。但 Re 数变化对流场影响很大,当 $Re = 10^4$ 时,流动基本上集中在自由面和相变界面的交点附近,流动边界层很薄。

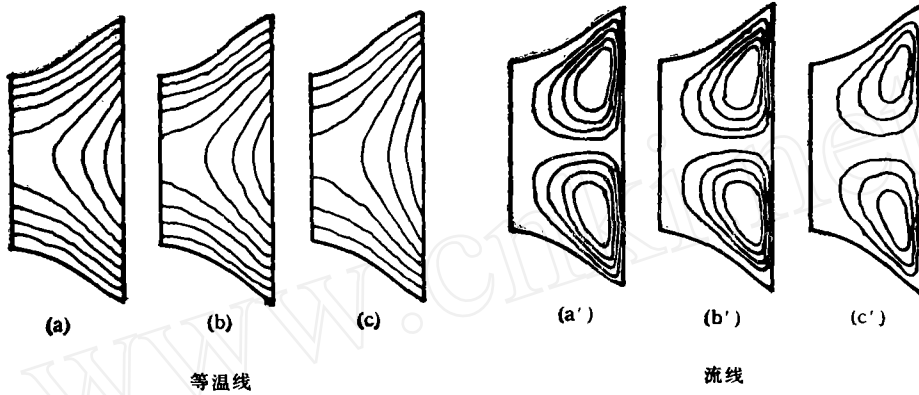


(a) $T_{\max} = 0.244$, $T_{\min} = 0$, $\Delta T = 0.03$; (b) $T_{\max} = 0.238$, $T_{\min} = 0$, $\Delta T = 0.03$;
 (c) $T_{\max} = 0.237$, $T_{\min} = 0$, $\Delta T = 0.03$;
 (a') $\Psi_{\max} = 0.13 \times 10^{-2}$, $\Psi_{\min} = -0.13 \times 10^{-2}$, $\Delta \Psi = 0.03 \times 10^{-2}$; (b') $\Psi_{\max} = 0.22 \times 10^{-2}$, $\Psi_{\min} = -0.22 \times 10^{-2}$, $\Delta \Psi = 0.04 \times 10^{-2}$;
 (c') $\Psi_{\max} = 0.23 \times 10^{-2}$, $\Psi_{\min} = -0.23 \times 10^{-2}$, $\Delta \Psi = 0.05 \times 10^{-2}$;
 (a),(a') $Re = 10^4$ (b),(b') $Re = 10^3$ (c),(c') $Re = 10$

图 2 改变 Re 数时的结果 $Ma = 100$; $Bit = 0.2$; $Q = 1.0$; $Bo = 0$; $V_p = 0$

2. Ma 数变化的影响

图 3, 图 5 为 $Re = 1000$, $Bo = 0$, $\left. \frac{\partial T_{s_i}}{\partial n} \right|_{x=s_i(r)} = 1.0$, $Bit = 0.2$, $V_p = 0$, 改变 Ma 时的一组结果。改变 Ma 值,流场和温度场均有很大不同。随 Ma 数增大,相变界面附近的温度梯度增大,熔区温度最大值减小。另外大 Ma 数时的相变界面比小 Ma 数时更倾斜。



(a) $T_{\max} = 0.238$, $T_{\min} = 0$, $\Delta T = 0.03$; (b) $T_{\max} = 0.222$, $T_{\min} = 0$, $\Delta T = 0.03$;
 (c) $T_{\max} = 0.203$, $T_{\min} = 0$, $\Delta T = 0.03$;
 (a') $\Psi_{\max} = 0.22 \times 10^{-2}$, $\Psi_{\min} = -0.22 \times 10^{-2}$, $\Delta \Psi = 0.04 \times 10^{-2}$; (b') $\Psi_{\max} = 0.19 \times 10^{-2}$, $\Psi_{\min} = -0.19 \times 10^{-2}$, $\Delta \Psi = 0.04 \times 10^{-2}$;
 (c') $\Psi_{\max} = 0.15 \times 10^{-2}$, $\Psi_{\min} = -0.15 \times 10^{-2}$, $\Delta \Psi = 0.04 \times 10^{-2}$;
 (a),(a') $Ma = 100$ (b),(b') $Ma = 250$ (c),(c') $Ma = 500$

图3 改变 Ma 数时的结果 $Re = 10^3$; $Bit = 0.2$; $Q = 1.0$; $Bo = 0$; $V_p = 0$

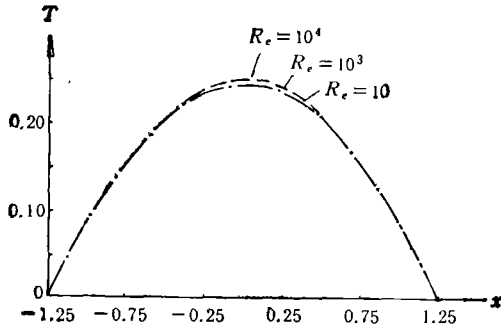


图4 不同 Re 数时自由表面上的温度分布 $Ma = 100$;
 $Bit = 0.2$; $Q = 1.0$; $Bo = 0$; $V_p = 0$

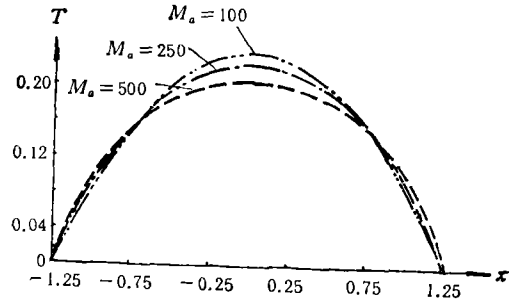


图5 不同 Ma 数时自由表面上的温度分布
 $Re = 10^3$; $Bit = 0.2$; $Q = 1.0$; $Bo = 0$; $V_p = 0$

3. 改变提拉速度 V_p 时的影响

当 $Ma = 1000$, $Re = 100$, $\left. \frac{\partial T_{si}}{\partial n} \right|_{x=s_i(r)} = 1.0$, $Bo = 0$, $Bit = 0.2$, 改变 V_p 时,

可以得到一些有趣的结果。如图6和图7所示,在 $V_p \leq 10^{-4}$ 时,无量纲的提拉速度 V_p 对流场、温度场和相变界面位形的影响不大,由于这一范围比实际晶体生长时的无量纲提拉速度要大得多,因而在实际晶体生长时不必担心提拉强迫对流的作用。

当 $V_p > 10^{-4}$ 时,强迫对流的作用逐渐明显,随 V_p 值增大,所有等温线挤向单晶端,熔区下端的 Marangoni 涡变小。将总体流谱减去均匀提拉流谱,得表面张力对流流谱,当 $V_p = 10^{-2}$ 时,线圈和多晶间的表面张力对流涡几乎占据整个熔区,而且分裂出二次涡。

有提拉时,熔体-单晶界面比熔体-多晶界面更倾斜,过于倾斜的生长面对单晶质量无益^[2]。

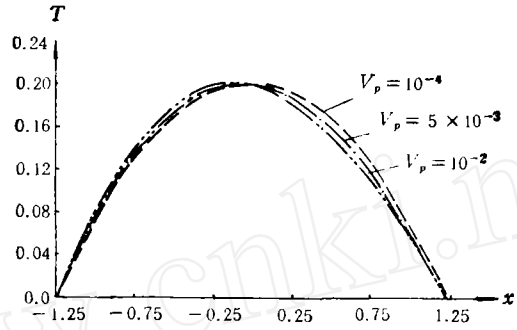
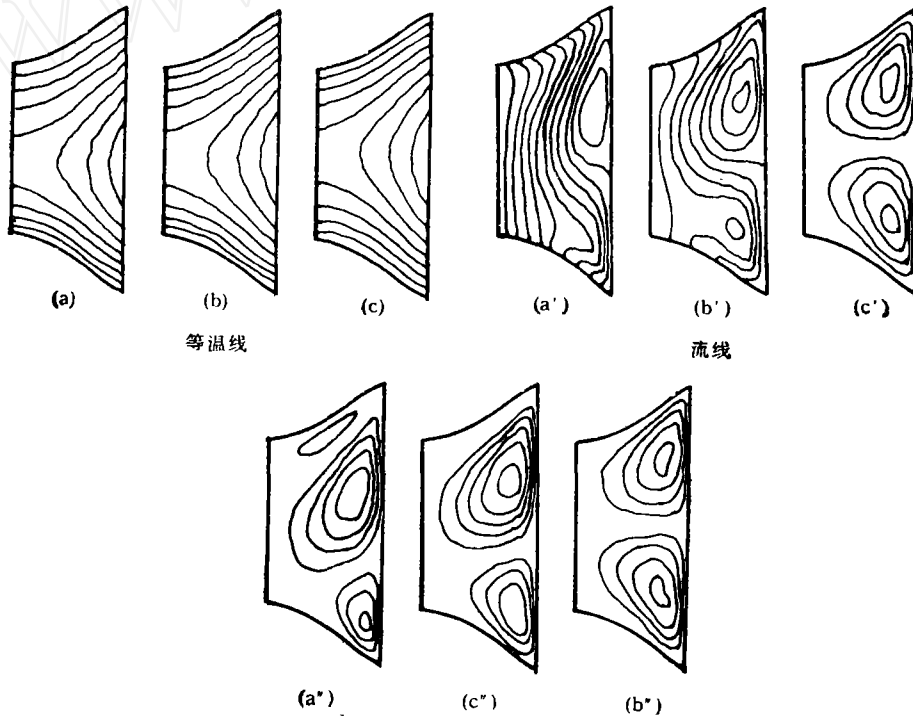


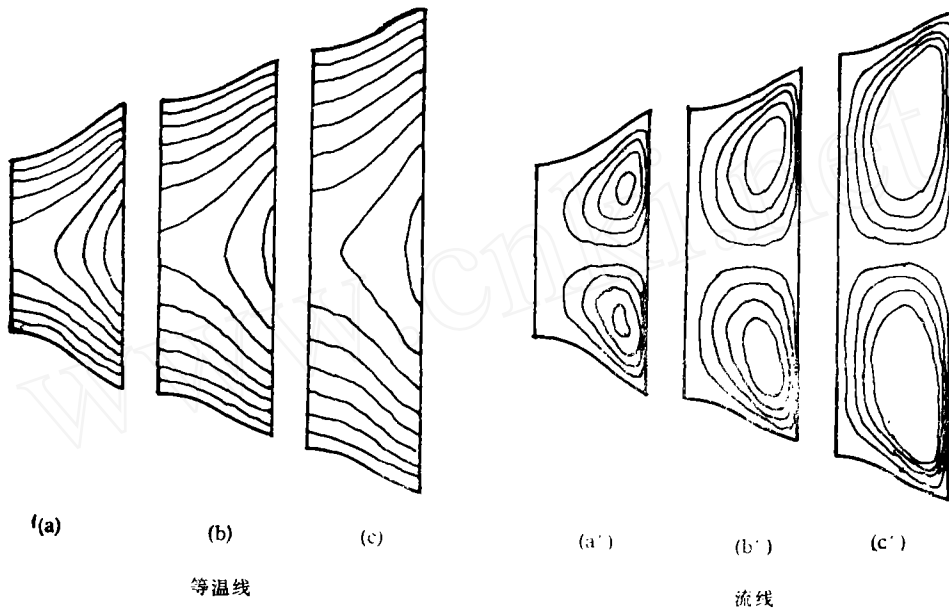
图 6 不同 V_p 时自由表面上的温度分布 $Re = 10^2; Ma = 10^3; Bit = 0.2; Q = 1.0; Bo = 0$



(a) $T_{max} = 0.236, T_{min} = 0, \Delta T = 0.03$; (b) $T_{max} = 0.238, T_{min} = 0, \Delta T = 0.03$;
 (c) $T_{max} = 0.238, T_{min} = 0, \Delta T = 0.03$;
 (a') $\Psi_{max} = 0, \Psi_{min} = -0.60 \times 10^{-2}, \Delta\Psi = 0.05 \times 10^{-2}$; (b') $\Psi_{max} = 0, \Psi_{min} = -0.41 \times 10^{-2}, \Delta\Psi = 0.05 \times 10^{-2}$; (c') $\Psi_{max} = 0.21 \times 10^{-2}, \Psi_{min} = -0.22 \times 10^{-2}, \Delta\Psi = 0.04 \times 10^{-2}$;
 (a'') $\Psi_{max} = 0.13 \times 10^{-2}, \Psi_{min} = -0.19 \times 10^{-2}, \Delta\Psi = 0.04 \times 10^{-2}$; (b'') $\Psi_{max} = 0.16 \times 10^{-2}, \Psi_{min} = -0.23 \times 10^{-2}, \Delta\Psi = 0.04 \times 10^{-2}$; (c'') $\Psi_{max} = 0.22, \Psi_{min} = -0.22, \Delta\Psi = 0.04 \times 10^{-2}$;
 (a),(a'),(a'') $V_p = 10^{-2}$ (b),(b'),(b'') $V_p = 5 \times 10^{-3}$ (c),(c'),(c'') $V_p = 10^{-4}$
 图 7 改变 V_p 值时的影响 $Ma = 10^3; Re = 10^2; Bit = 0.2; Q = 1.0; Bo = 0$

4. 熔化-凝固界面处热条件的影响

固区在相变界面处的传热分布直接决定相变界面位形和熔区的大小。图 8 为 $Ma \rightarrow$



(a) $T_{\max} = 0.238$, $T_{\min} = 0$, $\Delta T = 0.03$; (b) $T_{\max} = 0.416$, $T_{\min} = 0$, $\Delta T = 0.05$;
 (c) $T_{\max} = 0.584$, $T_{\min} = 0$, $\Delta T = 0.07$;
 (a') $\psi_{\max} = 0.23 \times 10^{-2}$, $\psi_{\min} = -0.23 \times 10^{-2}$, $\Delta\psi = 0.05 \times 10^{-2}$; (b') $\psi_{\max} = 0.49 \times 10^{-2}$, $\psi_{\min} = -0.49 \times 10^{-2}$, $\Delta\psi = 0.1 \times 10^{-2}$; (c') $\psi_{\max} = 0.69 \times 10^{-2}$, $\psi_{\min} = -0.69 \times 10^{-2}$, $\Delta\psi = 0.1 \times 10^{-2}$;
 (a),(a') $Q = 1.03$ (b),(b') $Q = 1.32$ (c),(c') $Q = 1.64$

图 8 改变 $Q = \frac{\partial T_{s_i}}{\partial n} \Big|_{x=s_i(r)}$ 值时的结果 $Ma = 10^2$; $Re = 10^3$; $Bit = 0.2$; $Bo = 0$; $V_p = 0$

100, $Re = 1000$, $V_p = 0$, $Bo = 0$, $Bit = 0.2$ 时, 改变 $\frac{\partial T_{s_i}}{\partial n} \Big|_{x=s_i(r)}$ 所得到的结果. 改变 $\frac{\partial T_{s_i}}{\partial n} \Big|_{x=s_i(r)}$ 的值, 相当于改变了棒的长度, 结果表明, 熔区大小对 $\frac{\partial T_{s_i}}{\partial n} \Big|_{x=s_i(r)}$ 的值的敏感.

五、总 结

计算结果表明, 同时考虑相变对流和浮区对流的作用, 可得到一些新的结论. 除了一些重要的无量纲参数(如 Ma), 加热线圈的提拉速度也是一个重要的影响因素:

1) 有提拉作用时, 单晶-熔体界面比多晶-熔体界面更倾斜; 靠近单晶端的温度边界层变薄.

2) 当提拉速度超过临界值时, 靠近多晶端的涡泡变得很大, 分裂出二次涡.

此外, 相变界面处固体的吸热量也很重要, 它直接影响动界面位形和熔区大小.

本文只是全面模拟晶体生长的初步工作, 为了更真实地反映实际, 有必要结合固区的温度场进行计算, 也应进一步完善有关的物理模型.

- [1] B. Feuerbacher, H. Hamacher & R. J. Naumann, *Materials Sciences in Space*, Springer-Verlag, Berlin, (1986).
- [2] 张克从, 近代晶体学基础, 科学出版社, 北京, (1987).
- [3] 唐泽眉, 中国空间科学技术, **6**(1988), 44.
- [4] F. Preisser, D. Schwabe & A. Scharmann, *J. Fluid Mechanics*, **126**(1983), 545.
- [5] Ch. E. Chang & W. R. Wilcox, *International Journal Heat Mass Transfer*, **19**(1976), 355.
- [6] Ch-H. Chun, *J. Crystal Growth*, **48**(1980), 600.
- [7] B-I. Fu & S. Ostrach, *ASME, PED-10, HTD-29*, (1983), p. 1.
- [8] J. L. Duranceau & R. A. Brown, *J. Crystal Growth*, **75**(1986), 367.
- [9] J. Zheng, Y. Kamotani & S. Ostrach, AIAA-90-0318, 28th Aerospace Sciences Meeting, Jan. (1990), Reno, Nevada.
- [10] P. G. Kroeger & S. Ostrach, *International Journal of Heat Mass Transfer*, **17**(1974), 1191.

COUPLING OF MELTING-SOLIDIFICATION PHASE CHANGE CONVECTION WITH FLOATING ZONE CONVECTION UNDER MICROGRAVITY

XIONG BIN TANG ZE-MEI HU WEN-RUI

Institute of Mechanics, Academia Sinica, Beijing, 100080

(Received 18 October 1990; revised manuscript received 8 May 1991)

ABSTRACT

A finite element algorithm is used to analyze the process of floating zone crystal growth under microgravity. The effect of phase change convection coupled with surface tension convection is considered. The results show that the rate of crystal growth is very important. The single-crystal-melt interface is steeper than the feed-melt interface during the process of crystal growth. When the rate exceeds a critical value, the Marangoni vortex nearby the feed-melt interface will become so large that a secondary vortex exists.

PACC: 4725Q; 6470D; 6810; 8110