中 国 科 学

1991 年 12 月　　A 辑　　第 12 期

两层流体系统中含有悬浮粒子无平均剪切湍流混合层的增长*

鄂学全　王　薇

(中国科学院力学研究所，北京 100080)

摘　要

本文对两层流体系统中含有粒子的无平均剪切湍流混合层的增长(扩散)行为，进行了实验研究和理论分析，并提出一个估计湍流混合层扩散速率的理论方法，即势能模型．这种模型还包含了纯两层流体的湍流扩散的结果．实验结果与该模型符合很好．混合层中含有粒子时扩散距离 D 随时间 t 的变化、无因次扩散速率 E 与 Richardson 数 Ri_l 的关系均与纯两层流体的相同，但还与初始体积浓度 r_0 有关，D 和 E 分别以 $\eta(=1+\sigma_0\rho_p/\Delta\rho_0)$ 的负 $\frac{1}{5}$ 和负 1 次幂变化．

关键词：分层流体，振栅湍流，混合，湍流扩散

一、引　言

分层流体在地球物理流体和工业流体中广泛存在，而分层流体中的湍流混合对于水质控制、大气和水体污染的预测等等都有重要意义，因而引起了流体力学工作者的兴趣．混合层中含有悬浮粒子(如近地大气层的尘埃，水体中的泥沙)，需要消耗湍流动能，使其悬浮．这可能改变湍流结构并影响湍流扩散行为．然而粒子的不同浓度对湍流扩散影响尚需研究．

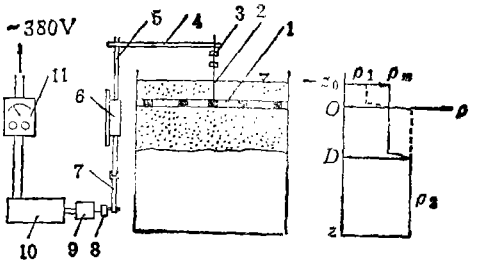


图 1　试验装置及布置示意图

(1——振栅，2——连杆，3——定位滑套，4——悬臂梁，5——滑杆，6——滑套，7——曲柄，8——凸轮，9——减速齿轮箱，10——调频电机，11——调频器)

作者之一和 Hopfinger[1] 在均匀流体中对底部沉淀固粒的湍流扩散作了研究，得出了平衡条件下的粒子湍流扩散距离与湍流均方根速度及浮力流量的关系．Баренблатт[2] 用量纲理论分析方法对含有悬浮粒子的近壁剪切湍流的临界饱和情况做了分析．文献 [3] 在两层流体系统中对密度界面上的粒子层对湍流扩散的影响做了实验研究．

本文 1990 年 8 月 24 日收到，1991 年 1 月 11 日收到修改稿．

* 国家自然科学基金资助项目．

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

要弄清含有悬浮粒子的湍流混合层的扩散，必须了解湍流特性．平面振栅（参见图 1）所产生的无平均剪切湍流的特性的研究较多[4,5]，它可模拟大大小于深度的尺度上输入湍流能量的自然过程，如海洋表面上的波破碎引起的混合[6]，所以选择振栅湍流是合适的．这些研究表明，在离振栅中心平面的距离 z 上的水平和垂直方向的均方根速度 $u \simeq v \sim w$，湍流的积分尺度 $l \sim z$，并有下列经验关系：

$$\frac{u}{fs} = Cs^{1/2} M^{1/2} z^{-1}, \tag{1.1}$$

$$l = \beta z, \tag{1.2}$$

其中 C 是比例系数，约等于 0.30；s 是振栅振动位移（等于振幅的两倍）；M 是格栅的网眼尺寸；f 是格栅的振动频率；β 是与 s 有关的常数，这里取 0.10[4]．(1.1) 式对于方棒（截面边长 d）所构成的格栅（$M/d = 5$，$f \leqslant 6\text{Hz}$）产生的均方根湍流速度是很好的近似．

本文较仔细地研究了在两层流体系统中无平均剪切的悬浮粒子湍流混合层的增长(扩散)规律，寻找其湍流扩散与粒子的浓度(以体积或总质量表示)及产生湍流源的外部参数的关系．在较宽的条件(振栅振动位移 $s = 2—5\text{cm}$；频率 $f = 2—5\text{Hz}$；粒子的初始浓度 $\sigma_0 = 2.97\% \sim 7.24\%$）下，进行了实验并同该文的势能模型做了比较．

二、实 验 方 法

本实验是在图 1 所示的振栅湍流实验设备中进行的，水箱振栅结构如文献[3]所描述．振栅由 1cm 直径的黄铜棒悬挂在水箱的上部，棒与振动机构连接，最大振幅为 $s/2 = 4.5\text{cm}$．振动机构由 2.2kW 的调频电机驱动，用调频器控制电机转速，通过减速齿轮把振动频率 f 控制在 0 至 6Hz 范围内．

粒子的布置．先将水箱放入 9cm 深的清水，然后将密度为 1.062 的盐水用专门的流体分层装置从水箱底部输入孔注入，下层较重盐水托着上层清水逐步上升，使分界面处于振栅中心平面的平均位置为止．这样可得到很强的分层流体，经取样测量和阴影法显示证明界面层的厚度为 1.5cm，具有很陡的线性分层特性． 最后如文献 [3] 中所述那样布置密度约为 1.04g/cm^3，直径约为 500 μm 的塑料粒子，并记下放于粒子后水位的增长量，以便较精确地计算出粒子的初始体积浓度(或由粒子材料密度和质量计算)．

我们用阴影法显示分层的分界面和湍流扩散的前锋，在水箱正面的两边贴上透明标尺纸，且挂上精度为 0.1s 的数字电秒表，用照相机拍照以记录前锋位置和对应的时间．实验之前先拍照一两幅，以确定两层流体之间的分界面的真实的初始位置．实验操作很简单，同时合上调频器起动开关、电秒表开关，接着拍照．振栅起动后，沉在分界面上的粒子在振栅作用下，立即混合并均匀悬浮在上部的湍流混合层中．在阴影底片(或相片)上，取混合层的湍流前锋水平上的平均位置为粒子混合层的湍流扩散距离(或称增长深度) D，其读数误差不大于 2mm．底片上的时间数字就是前锋所到达位置的时间经历，由此可以确定湍流混合层的扩散速率．

三、实 验 观 测

1. 扩散距离 D 与时间 t 的关系

在给定的初始分层条件（z_0 和 $\Delta\rho_0/\rho_2$ 不变，$\Delta\rho_0 = \rho_2 - \rho_1$）下，对于不同的 f，s 和初始

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

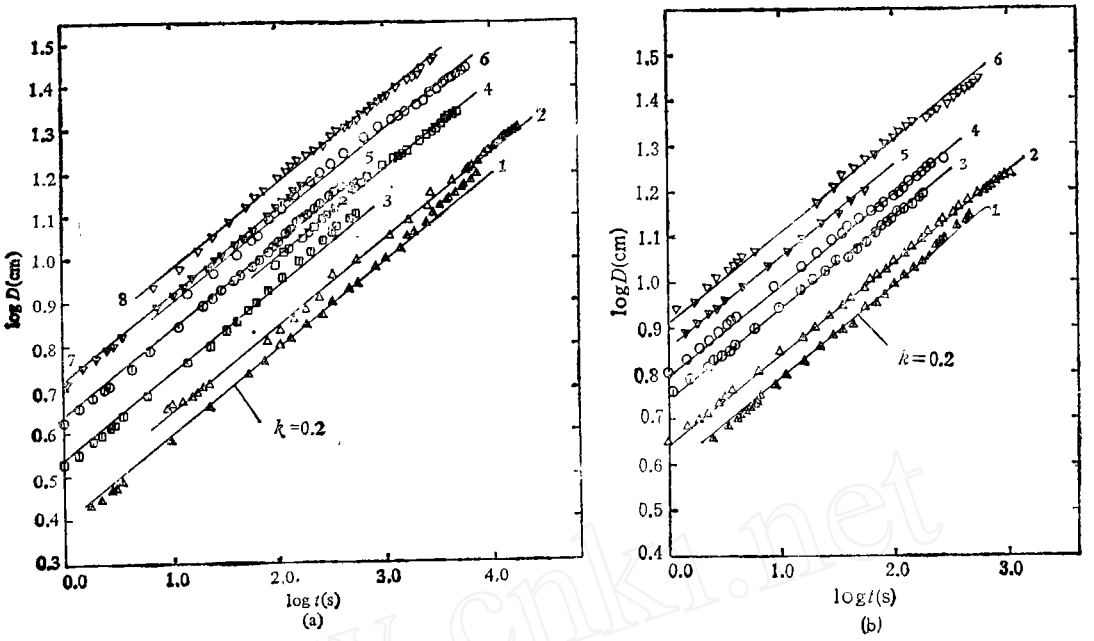


图 2　湍流扩散距离 D 随时间 t 的变化

((a) $s = 2$cm:
▲,□,○,▽——$\sigma_0 = 0$; △,◫,Φ,▽——$\sigma_0 = 2.97\%$
1,2——$f = 2$Hz,　3,4——$f = 3$Hz,
5,6——$f = 4$Hz,　7,8——$f = 5$Hz,
—— 为(4.10)理论曲线)

((b) $f = 2$Hz:
△,○,▽——$\sigma_0 = 0$;△,Φ, ▽——$\sigma_0 = 2.97\%$
1,2——$s = 3$cm,　3,4——$s = 4$cm,
5,6——$s = 5$cm,
——为(4.10)式的理论曲线)

表 1　(3.1),(3.2)和(3.6)式中有关数值 ($z_0 = 9$cm, $\Delta\rho_0/\rho_2 = 0.0584$, $s = 2$cm)*

σ_0	f (Hz)	a (cm · s^{-k})	a_1 (cm · s$^{\alpha_1-k}$)	a_s (cm · s$^{\alpha_1-k}$)	α_1 (0.80)	α_3 (−0.20)	k (0.20)
0	2	2.73	1.57	1.56	0.846	−0.240	0.203
	3	4.14					0.214
	4	5.25					0.195
	5	5.86					0.196
0.0297	2	2.51	1.40		0.824		0.213
	3	3.46					0.234
	4	4.13					0.219
	5	5.51					0.209
0.0506	2	2.34	1.35		0.798		0.219
	3	3.31					0.230
	4	3.81					0.229
	5	5.06					0.218
0.0724	2	2.14	1.29		0.750		0.206
	3	2.93					0.240
	4	3.49					0.234
	5	4.31					0.229

* 括号中的数值为(4.10)式中的理论值，$a_s = a_1/\eta^{\alpha_3}$.

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

粒子体积浓度 σ_0($\sigma_0=0$ 时为纯两层流体)进行了湍流实验，测量了扩散距离和相应的时间，测量结果表示于图 3. 从图中可知，扩散距离 D 可表示为:

$$D=at^k,\quad k=0.20\pm^{0.034}_{0.009},\tag{3.1}$$

其中 a 是与 f, s 和 σ_0 有关的由实验确定的常数(见表 1). 图 2 表明，悬浮粒子混合层随时间的扩散规律同纯两层流体的一样: $D\propto t^{\frac{1}{5}}$，只不过有悬浮粒子的曲线在相同条件下的纯两层流体的下面(图 2(a)). 这说明有悬浮粒子的混合层的扩散较慢. $\sigma_0=0$ 时，

$$k=0.20\pm^{0.014}_{0.009},$$

同已有的结果[8]完全一致.

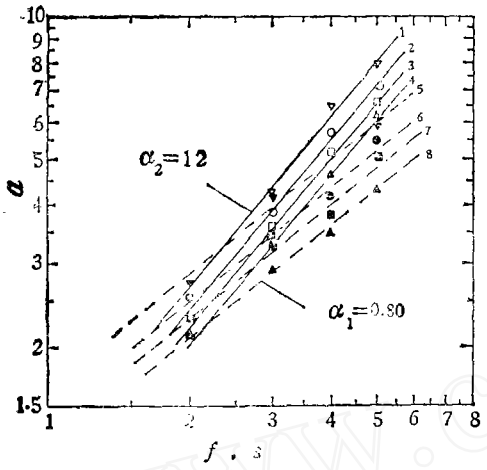


图 3 比例系数 a 对频率 f 和振栅位移 s 的关系 (a-s关系: $f=2$Hz, 1——$\sigma_0=0$, 2——2.97%, 3——5.06%, 4——7.24%; a-f 关系: $s=2$cm; 5——$\sigma_0=0$, 6——2.79%, 7——5.06%, 8——7.24%实、虚线为(4.10)式的理论曲线)

表 1 给出了实验结果的有关数值. 所有这些数值都是用最小二乘法对测量数据点 (D,t) 拟合得到的，其相关线性度均在 0.99 以上.

以上结果同本文下节中所述的势能模型结果(4.10)式中的 $D\propto t^{\frac{1}{5}}$ 符合很好.

需要指出的是，有悬浮粒子时，在不同频率 f 情况下，所测得的 k 值均大于 0.20，最大偏差达 0.034，而无负偏差. 这可能是，当粒子到达一定距离 D 时，由于粒子的密度不均匀有部分密度较小的粒子开始上浮，而使混合扩散加快所造成的. 在变化振幅的实验中，我们注意了这一问题，选取密度较均匀的粒子作为实验粒子，结果良好(见表 1).

2. 扩散距离 D 与振栅频率 f 的关系

从图 2(a) 中可知，当 s 和 σ_0 给定时，截距 $\log a$ 对于不同的 f 值有不同的值，即 a 只与 f 相关:

$$a=a_1f^{\alpha_1},\quad \alpha_1=0.8\pm0.05,\tag{3.2}$$

其中 a_1 是与 s 和 σ_0 有关的比例系数. 图 3 给出了 a 随 f 变化的关系. 由(3.1)和(3.2)式得出 D 正比于 $f^{0.3}$，即:

$$D\propto f^{0.3}.\tag{3.3}$$

这就是说，扩散距离 D 以频率 f 的幂次关系变化. 同时也表明，有、无悬浮粒子的混合层的增长均具有相同的频率关系. 表 1 给出了有关数值.

3. 扩散距离 D 与振栅振动位移 s 的关系

为了确定 D 与 s 的关系，固定一个频率(f 等于 2Hz)及与频率实验相同的 σ_0 值的情况下进行不同 s 的湍流扩散距离 D 的测量. 图 2(b) 给出了测量结果. 显然，当 f 一定时，(3.1)式中的 a 与 s 和 σ_0 有关. 图 3 表示出 σ_0 给定时的 a 与 s 的对数关系，由此得出:

$$a=a_2s^{\alpha_2},\quad \alpha_2=1.20\pm^{0.03}_{0.04},\tag{3.4}$$

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

表 2　(3.1),(3.4)和(3.6)式中有关数值 (z_0 = 9cm, $\Delta\rho_0/\rho_2$ = 0.0584 f = 2Hz)*

σ_0	s (cm)	a (cm · s^{-k})	a_f (cm$^{1-\alpha}$ · s^{-k})	a_f (cm$^{1-\alpha}$ · s^{-k})	α_2 (1.20)	α_3 (−0.20)	k (0.20)
0	3	4.27	1.13	1.13	1.23	−0.214	0.200
	4	6.46					0.191
	5	7.94					0.196
0.0297	3	3.85	1.04		1.20		0.215
	4	5.62					0.199
	5	7.08					0.193
0.0506	3	3.60	1.00		1.17		0.219
	4	5.15					0.201
	5	6.53					0.193
0.0724	3	3.41	0.95		1.16		0.227
	4	4.61					0.209
	5	6.18					0.205

* 括号中的数值为(4.10)式中的理论值；$a_f = a_2/\eta^{\alpha_3}$.

这里 a_2 是与 f 和 σ_0 有关的常数；在同一 f 值时它只是 σ_0 的函数．表 2 给出了有关数值．不论是纯两层流体还是有悬浮粒子的混合层的扩散都随 s 的 1.20 次方变化，即

$$D \propto s^{1.20}. \tag{3.5}$$

这同关系式(4.10)的理论预测的完全一致．

4. 扩散距离 D 与初始粒子浓度 σ_0 的关系

获得 D 与 f 及 s 的关系之后，寻找扩散距离 D 同初始粒子体积浓度的关系是比较容易的．图 2 表示在 f 和 s 固定不变的情况下截距 $\log a$ 对于不同的 σ_0 有不同的值．这意味着 a 与 σ_0 有关．表 1 和表 2 中的 a_1 和 a_2 的值也说明了这种依赖关系．但是要考虑到，当 $\sigma_0 = 0$ 时 D-t 关系应退化到纯两层流体的关系，所以用 $\eta = 1 + \sigma_0\rho_p/\Delta\rho_0$（这里 ρ_p 为塑料粒子的密度）作为参量取代 σ_0 是合理的．图 4 给出了 a_1, a_2 和 a_3 与 η 之间的关系．如果 a_1 和 a_2 分别除以 $s^{1.2}$ 和 $f^{0.8}$，并进行统计平均就得到只与 σ_0 相关的比例系数 a_3．在一般情况下，a_3 还与 z_0, $\Delta\rho_0/\rho_2$ 和 M 有关，但在实验中 3 个参量都是始终不变的．由图 4 可得到

$$a_3 = a_4\eta^{\alpha_3},\quad \alpha_3 = -0.20 - 0.027, \tag{3.6}$$

这里 a_4 是与 M, z_0 和 $\Delta\rho_0/\rho_2$ 有关的比例系数．由(3.1),(3.2),(3.4)和(3.6)可知 D 正比于 η^{α_3}，

$$D \propto \eta^{-0.20}. \tag{3.7}$$

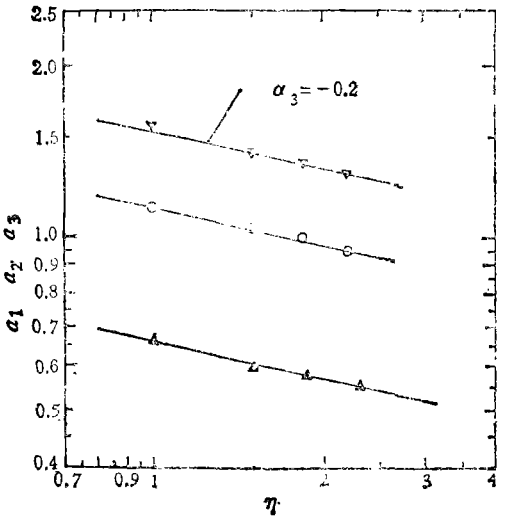
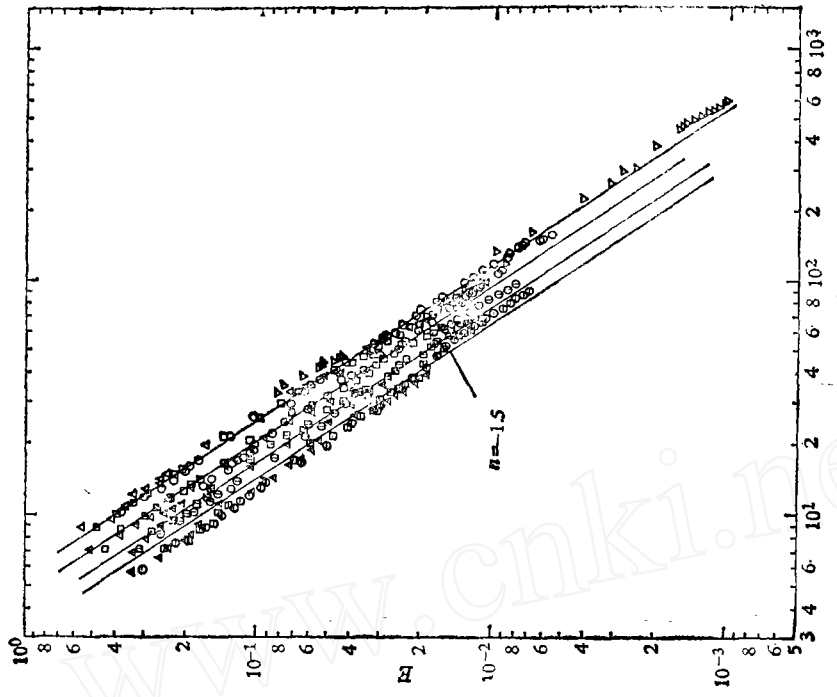


图 4　比例系数 a_1, a_2, a_3 对粒子浓度 η 的关系
(▽——a_1, f = 2Hz; ○——a_2, s = 2cm; △——a_3; 实线为(4.10)式理论线)

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net



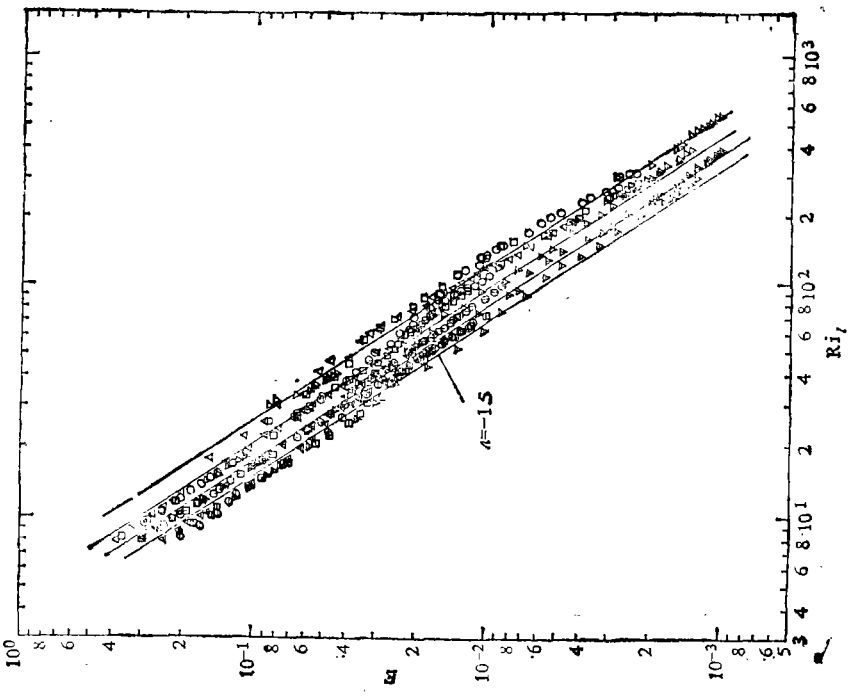


图 5 扩散速率 E 与 Richardson 数 R_{li} 的关系

((a) $s=2$cm:
$\sigma_0=0$, 2.97%, 5.06%, 7.24% 分别对应于:
▽,▽,▽,▽——$f=2$Hz, ○,⊙,①,⊖——$f=3$Hz,
□,⊡,▣,⊟——$f=4$Hz, △,△,△,△——$f=5$Hz;
实线为(4.13)式理论线)

((b) $f=2$Hz:
$\sigma_0=0$,2.97%,5.06%,7.24% 分别对应于:
▽——$s=2$cm, ○,⊙,①,⊖——$s=3$cm,
□,⊡,▣,⊟——$s=4$cm, △,△,△,△——$s=5$cm;
实线为(4.13)式理论线)

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

因为 $\sigma_{0max}=1$，$\rho_p=1.04g/cm^3$，ρ_{2max}（饱和盐水）$\approx 1.18g/cm^3$，所以 $\eta_{max}=5.8$。但这是不可能的，故 $1\leqslant\eta<5.8$。当 $\eta=1$ 时为纯两层流体。

5. 湍流混合层的增长行为

混合层的增长是以扩散距离 D 表征的。如前面已证明，D 正比于 $t^{0.20}$，$f^{0.80}$，$s^{1.20}$ 和 $\eta^{-0.20}$，故 D 可表示为：

$$D=a_5\eta^{-0.20}s^{1.20}f^{0.80}t^{0.20}, \tag{3.8}$$

其中 a_5 是与 M，z_0 和 $\Delta\rho_0/\rho_2$ 相关的比例常数。此公式也可从(3.1)式中对 a 逐步分解而得到。它说明了含有悬浮粒子的混合层的增长规律。实验结果同理论结果(4.10)式符合很好。比例系数 a_5 实际上等于 a_4，即 $a_5=0.664$。

当 $\sigma_0=0$ 时，$\eta=1$，则(3.8)式变为

$$D=a_5s^{1.20}f^{0.80}t^{0.20}. \tag{3.9}$$

此式为纯两层流体的扩散行为，与文献[7]的结果一致。

6. 扩散速率 E 与 Richardson 数 Ri_l 的关系

确定 D-t 关系之后，不难求出混合层的增长（扩散）速率：$u_e=dD/dt$。无量纲扩散速率 E 和当地 Richardson 数 Ri_l（以 $z=D$ 时的 u 来定义）分别由下式确定[7]：

$$E=u_e/u, \tag{3.10}$$

$$Ri_l=\left(g\frac{\Delta\rho}{\rho}l\right)\Big/u^2, \tag{3.11}$$

其中

$$\Delta\rho=(\rho_2-\rho_1)\frac{z_0}{z_0+D}, \tag{3.12}$$

$$\rho=\rho_1\frac{z_0}{z_0+D}+\rho_2\frac{D}{z_0+D}. \tag{3.13}$$

图 5 以对数坐标形式给出 E 对 Ri_l 的依赖关系。用下式拟合数据点是令人满意的：

$$E=KRi_l^{-1.5}. \tag{3.14}$$

由图 6 可知 K 与 σ_0 或 η 有关，可表示为 $K=K_0\eta^{\alpha_4}$。表 3 给出了这些数据，图 6 给出它们的关系曲线。作统计平均得 $K_0=13.536$，$\alpha_4=-1.018$，故 K 可表示为：

$$K=K_0'\eta^{-1}. \tag{3.15}$$

K_0' 是 $\sigma_0=0$ 时的普适常数，此处 $K_0'=13.421$。

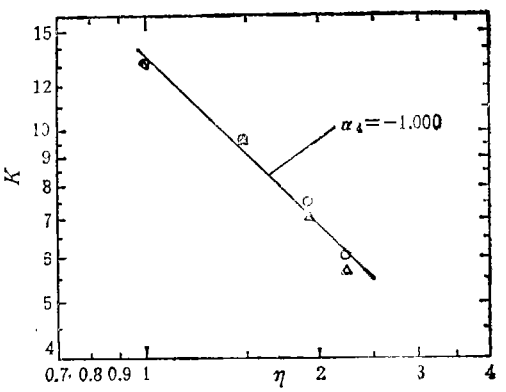


图 6　比例系数 K 与 η 的关系
（○—— $s=2cm$，$f=2-5Hz$；
△—— $f=2Hz$，$s=3-5cm$）

(3.14)式表明，有悬浮粒子的混合层的无量纲扩散速率 E 不改变 Ri_l 的幂次律；同纯两层流体相比，只相差一个乘积因子 η^{-1}。这意味着，η（即 σ_0）增大时，E 以 η 的一次幂而减小（$E\propto 1/\eta$）。这一结果同理论预测(4.10)式符合得很好。当 $\sigma_0=0$ 时(3.13)式变为 $E=K_0\cdot Ri_l^{-3/2}$，同已有的实验结果[7]完全一致。

四、理论分析

从湍流能量方程出发，求出如图 1 所示的含有悬浮粒子的无平均剪切湍流混合层的扩散

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

表 3 方程 $K = K_0\eta^{\alpha_4}$ 的有关测量值*

z_0 (cm)	s (cm)	f (Hz)	σ_0	η	K	K_0	α_4
9	2	2—5	0 0.0297 0.0506 0.0724	1 1.498 1.849 2.214	13.213 9.638 7.447 6.026	13.583	−0.984 (−1.000)
9	3—5	2	0 0.0297 0.0506 0.0724	1 1.498 1.849 2.214	12.972 9.550 7.015 5.636	13.490	−1.052 (−1.000)

* 括号中的数值为(4.13)式中的理论值.

速率,是极困难的. 我们不得不考虑用其他方法来解决扩散速率的问题.

振栅的振动不断地输送动能,使水箱中水柱的势能发生变化. 假定水柱每单位水平面积上的势能变化速率,正比于垂直输入到界面上的能量流量,于是得:

$$\frac{dV}{dt} = B\frac{1}{2}\rho_2 w_l^3, \tag{4.1}$$

其中 V 为水柱的总势能; B 为比例常数; w_l 为界面上的法向速度.

对于图 1 布置的实验,每单位水平面积上流体和悬浮粒子的势能分别为:

$$V_f = \frac{1}{2}g\Delta\rho_0 z_0 D + \text{constant}, \tag{4.2}$$

和

$$V_p = \frac{1}{2}g\rho_p\sigma_0 z_0(z_0 + D). \tag{4.3}$$

总势能为两势能之和 $(V_f + V_p)$:

$$V = \frac{1}{2}gz_0(\Delta\rho_0 + \rho_p\sigma_0)D + \text{constant}. \tag{4.4}$$

将(4.4)式对时间微分,得到势能的变化速率:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{2}gz_0(\Delta\rho_0 + \rho_p\sigma_0)\frac{dD}{dt}. \tag{4.5}$$

湍流混合区与稳定的线性分层流体之间界面上的法向湍流速度 w_l 与水平湍流速度 u_l 之间有下列关系[8]:

$$w_l^2 \propto u_l^2\left(\frac{u_l}{ND}\right)^{2/3}, \tag{4.6}$$

此处 N 为浮力频率,这一表达式接近实验的观测结果. 两层流体之间的分界面实际上是有一定厚度的线性密度的界面层[7],因此,可把此式推广到两层流体系统,将 N 以当地浮力频率表示之: $N^2 = g\frac{\Delta\rho_0}{\rho l}$. 利用 (1.2), (3.12) 和 (3.13)式,并考虑到 $\rho_1 z_0 \ll \rho_2 D$, 则 $N = \left(g\frac{z_0}{\beta}\frac{\Delta\rho_0}{\rho_2}\right)^{1/2}D^{-1}$, (4.6)式可写为:

$$w_l^2 \propto u_l^2\left[u_l\Big/\left(\frac{gz_0}{\beta}\frac{\Delta\rho_0}{\rho_2}\right)^{1/2}\right]^{2/3}. \tag{4.7}$$

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

把(4.7)式代入(4.1)式得到含粒子的混合层的扩散速率方程

$$u_e = \frac{dD}{dt} = C_1\beta^{\frac{1}{2}}(gz_0)^{-3/2}\left(\frac{\Delta\rho_0}{\rho_2}\right)^{-3/2}\eta^{-1}u_l^4, \tag{4.8}$$

其中 $\eta = 1 + \frac{\rho_g\sigma_0}{\Delta\rho_0}$. 把(1.1)式代入(4.8)式，则得

$$\frac{dD}{dt} = C_2\left(g\frac{\Delta\rho_0}{\rho_2}z_0\right)^{-3/2}\eta^{-1}M^2s^6f^4D^{-4}, \tag{4.9}$$

这里 C_2 为比例系数. 考虑到 $t = 0$ 时，$D = 0$. 积分(4.9)式，则得

$$D = A\left(g\frac{\Delta\rho_0}{\rho_2}z_0\right)^{-3/10}\eta^{-1/5}M^{2/5}s^{6/5}f^{4/5}t^{1/5}, \tag{4.10}$$

此处 A 为由实验确定的普适常数. 事实上，比较(3.8)和(4.10)式，就可得出 $A = 1.721$. 此式说明了含悬浮粒子混合层扩散行为与实验结果一致. 扩散距离 D 与 η 的 1/5 次成反比；扩散速率 u_e 与 η 的 1 次幂成反比，这表明初始浓度 σ_0 愈大，扩散距离和速率愈小. 如果 $\eta = 1$ (即 $\sigma_0 = 0$)，则(4.10)式同文献[7]的结果完全一样，为纯两层流体中振栅湍流的扩散规律.

无量纲扩散速率 E 与当地 Richardson 数 Ri_l 的关系很容易求得. 由(1.1)式可知，$z = D$ 时，$u = u_l \propto D^{-1}$，把(4.8)式两边同除 u_l，则有

$$E \equiv u_e/u = C_1\beta^{1/2}\left(g\frac{\Delta\rho_0}{\rho_2}z_0\right)^{-3/2}\left(\frac{1}{u_l^2}\right)^{-3/2}\eta^{-1}. \tag{4.11}$$

根据质量守恒定理，对于两层流体有 $z_0\Delta\rho_0 = D\Delta\rho$；当 $D \gg z_0$ 时 $\rho_2 \sim \rho$ (或直接以 ρ_2 定义)，于是得到

$$E = K_1\left[\left(g\frac{\Delta\rho}{\rho}l\right)\Big/u_l^2\right]^{-3/2}\cdot\eta^{-1} \tag{4.12}$$

或

$$E = K_1\eta^{-1}R_{il}^{-3/2}, \tag{4.13}$$

其中 K_1 为由实验确定的比例常数. 事实上，把(3.14)和(4.13)式加以比较，得 $K_1 = K$. $\eta = 1$ 时(即 $\sigma_0 = D$)，该式为纯两层流体系统的 E-Ri_l 关系，完全同文献 [7] 中的结果相同. (4.13) 式与实验结果符合很好.

实验结果证明了含悬浮粒子的两层流体系统的势能模型的正确性. 它还包括了纯两层流体系统的结果.

五、结　　论

本文在两层流体系统中对含有悬浮粒子的湍流混合层的增长(扩散)，作了理论分析和实验研究. 势能模型和实验结果符合很好，其主要结论是：

(1) 势能模型能很好地预测两层流体系统中有和无悬浮粒子的混合层的湍流扩散 (D, u_e 和 E).

(2) 有悬浮粒子的同纯两层流体混合层的扩散一样，其扩散距离(或称增长深度) D 以时间 t 的 1/5 次幂律变化：$D = at^k$，$k = 1/5$.

(3) D 与产生湍流源的振栅的外部参数的关系是：D 正比于 $f^{4/5}$ 和 $s^{6/5}$.

(4) 在 $D \gg z_0$ 的范围内(长时间过程)，扩散距离 D 可用公式

$$D = A\left(g\frac{\Delta\rho_0}{\rho_2}z_0\right)^{-3/10}\eta^{-1/5}\cdot M^{2/5}s^{6/5}f^{4/5}t^{1/5}$$

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

来估计，同无粒子的混合层扩散只相差一个因子 $\eta^{-1/5}$.

(5) 混合层扩散速率 u_e 随 η (即 σ_0) 增大而降低: $u_e \propto \eta^{-1}$.

(6) 有悬浮粒子的无量纲扩散速率 E 同无粒子的 E 具有相同 Ri_l 的幂次律变化，$E = K \cdot Ri_l^{-3/2}$，其中 $K = K_0\eta^{-1}$，两者只相差一个乘积因子 η^{-1}. 这表明有悬浮粒子的 E 随 η 的增大而成反比变化. 当 $\eta = 1$ 时 $E = K_0 Ri_l^{-3/2}$，为纯两层流体的湍流扩散规律. 因此势能模型包括了纯两层流体系统的湍流扩散的结果.

参 考 文 献

[1] 鄂学全、Hopfinger, E. J., 中国科学A辑, 1989,2: 168—172.

[2] Баренблатт, Г. И., *Подобие, автомодельность, промежуточная асимптотика——теория и приложения к геофизической гидродинамике*, Ленинград. гидрометеоиздат, 1982.

[3] 鄂学全,中国科学A辑, 1989,12: 1270—1278.

[4] Hopfinger, E. J. & Toly, J. A., *J. Fluid Mech.*, **78** (1976), 155.

[5] Long, R. P., *Rhys. Fluid*, **21** (1978), 1887.

[6] Turner, J. S., *Buoyancy Effects in Fluids*, Cambridge University Press, 1973, 288—310.

[7] E Xuequan & Hopfinger, E. J., *J. Fluid Mech.*, **166** (1986), 227.

[8] Carruthers, D. J. & Hunt, J. C. R., *ibid.*, **165** (1986), 475.

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net