

复合材料的比应变能密度破坏准则*

张双寅 蔡良武

(中国科学院力学研究所,北京)

关键词 复合材料、破坏分析、准则、应变能、密度

一、前言

在文献[1]中,提出了一个预测复合材料中裂纹扩展方向的比应变能密度准则(Strain energy density ratio criterion)。用一个短纤维复合材料层合板中 I-II 型复合型裂纹扩展方向的预测为例子与实验结果进行了对比。结果表明,该准则对预测复合材料中裂纹扩展方向是成功的。那么,这个准则可否用来预测复合材料的破坏强度呢,本文将研究这个问题。

二、比应变能密度准则

定义 比应变能密度就是用比应力和比应变计算的应变能密度。所谓比应力,即应力值与相应的强度值之比,

$$\bar{\sigma}_1 = \sigma_1 / X, \quad (1a)$$

$$\bar{\sigma}_2 = \sigma_2 / Y, \quad (1b)$$

$$\bar{\tau}_{12} = \tau_{12} / S, \quad (1c)$$

其中 X, Y 分别为 1, 2 方向上材料的拉伸强度值, S 为剪切强度值; 比应变为应变值与其对应的临界值之比。

$$\bar{\epsilon}_1 = \epsilon_1 / \epsilon_{1c}, \quad (2a)$$

$$\bar{\epsilon}_2 = \epsilon_2 / \epsilon_{2c}, \quad (2b)$$

$$\bar{\gamma}_{12} = \gamma_{12} / \gamma_{12c}, \quad (2c)$$

其中 ϵ_1, ϵ_2 分别为 1, 2 方向上拉应变, γ_{12} 为剪应变; $\epsilon_{1c}, \epsilon_{2c}$ 与 γ_{12c} 为它们的临界值。对于片状标准拉伸试件,临界应变值可由强度值计算。

$$\epsilon_{1c} = X / E_{11}, \quad (3a)$$

$$\epsilon_{2c} = Y / E_{22}, \quad (3b)$$

$$\gamma_{12c} = S / G_{12}, \quad (3c)$$

于是,比应变能密度可由比应力与比应变得出

$$S_r = \frac{1}{2} (\bar{\sigma}_1 \bar{\epsilon}_1 + \bar{\sigma}_2 \bar{\epsilon}_2 + \bar{\tau}_{12} \bar{\gamma}_{12}). \quad (4)$$

将式(1)、(2)与(3)代入(4),得到

本文 1988 年 3 月 14 日收到。

* 国家自然科学基金资助项目。

$$S_r = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\sigma_1}{X} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{Y} \right)^2 - \frac{\nu_{12}}{E_{11}} \sigma_1 \sigma_2 \left(\frac{E_{11}}{X^2} + \frac{E_{22}}{Y^2} \right) + \left(\frac{\tau_{12}}{S} \right)^2 \right]. \quad (5)$$

命题 当复合材料中比应变能密度的二倍等于 1 时, 材料破坏. 即设材料的破坏条件为

$$2S_r \geq 1. \quad (6)$$

这就是我们提出的复合材料比应变能密度破坏准则.

三、单向纤维复合材料偏轴拉伸强度的预测

图 1 表示在偏轴拉伸载荷 σ_x 作用下的一个单向纤维复合材料. 由此,

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_x \cos^2 \theta, \\ \sigma_2 &= \sigma_x \sin^2 \theta, \\ \tau_{12} &= -\sigma_x \sin \theta \cos \theta. \end{aligned} \quad (7)$$

将(7)代入(5), 得到

$$\begin{aligned} &\frac{\cos^4 \theta}{X^2} + \frac{\sin^4 \theta}{Y^2} - \frac{\nu_{12}}{E_{11}} \sin^2 \theta \cos^2 \theta \left(\frac{E_{11}}{X^2} + \frac{E_{22}}{Y^2} \right) + \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \theta}{S^2} \\ &= \frac{1}{\sigma_x^2}. \end{aligned} \quad (8)$$

为了便于对比, 这里也给出关于图 1 的 Tsai-Hill 准则的表达式^[2]

$$\frac{\cos^4 \theta}{X^2} + \left(\frac{1}{S^2} - \frac{1}{X^2} \right) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + \frac{\sin^4 \theta}{Y^2} = \frac{1}{\sigma_x^2}. \quad (9)$$

用式(8)与式(9)对文献[3]报道的 AS4/3501-6 石墨环氧复合材料的偏轴拉伸破坏强度进行了预测, AS4/3501-6 的材料常数为(这里换算成国际单位制): $E_{11} =$

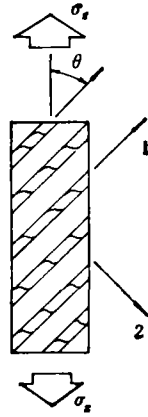


图 1 偏轴拉伸试验

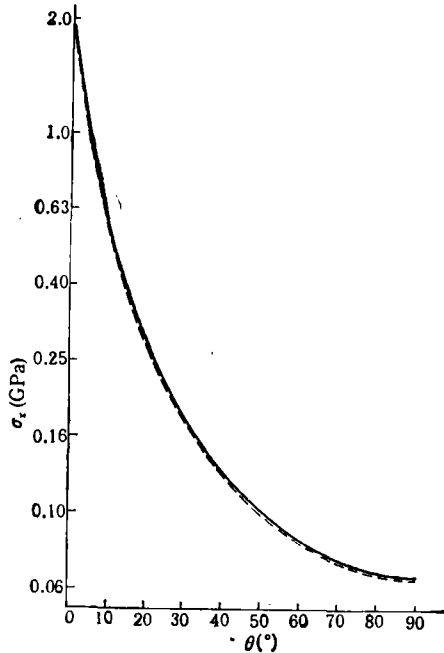


图 2 $\sigma_x - \theta$ 曲线

--- Tsai-Hill; — 比应变能密度准则

151.9GPa, $E_{22} = 13.7\text{GPa}$, $G_{12} = 5.83\text{GPa}$, $\nu_{12} = 0.28$, $X = 1.983\text{GPa}$, $Y = 0.0703\text{GPa}$, $S = 0.0998\text{GPa}$. 计算结果表示在表1与图2上。可见, 本文的比应变能密度准则与 Tsai-Hill 准则的计算值极为接近, 说明该准则在预测复合材料破坏强度时也是成功的。

表1 偏轴拉伸强度 σ_x 随 θ 的变化

$\sigma_x(\text{Mpa})$ \ / \ θ (度)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
Tsai-Hill 准则	1983	546	274	178	130	103	86.8	77.1	71.9	70.3
比应变能密度准则	1983	558	279	181	131	104	87.1	77.2	72.0	70.3

四、结 束 语

由算例证明本文的比应变能密度破坏准则不仅可用来预测复合材料中裂纹扩展方向, 也可预测无裂纹材料的破坏强度。并且具有物理意义明确的优点。

参 考 文 献

- [1] Tsai, L. W. and Zhang, S. Y., *Composite Science and Technology*, 31(1988), 2: 97—110.
- [2] Jones, R. M., *Mechanics of Composite Materials*, McGraw-Hill Comp., 1975, 79.
- [3] Gregory, M. A. and Herakovich, C. T., *Jour. Comp. Mater.*, 20(1986), 1: 67—85.