第21卷 第2期
1989年3月

力学学报
ACTA MECHANICA SINICA

Vol. 21, No. 2
Mar., 1989

激波稳定性(I)

黄迎雷　崔季平
(中国科学院力学研究所)

提要　本文先用 Ljapunov 泛函方法求解在具有任意状态方程的流体介质中传播的一维平面定常激波在一维小扰动下的运动学稳定性问题. 得出激波的运动学稳定条件为 $-1\leqslant j^2\left(\frac{dV}{dP}\right)_H\leqslant 1$. 其中 $-j^2$ 是激波 Rayleigh 线的斜率, $\left(\frac{dV}{dP}\right)_H$ 是 Hugoniot 线斜率. 此条件与过去从唯象方法得到的条件一致. 然后通过对这一条件能量意义的分析, 提出一般的激波一维稳定性的能量原理, 并由此得出激波能量稳定条件是 $-1\leqslant j^2\left(\frac{dV}{dP}\right)_H\leqslant 1-\frac{P_0}{P_1}$. 其中 P_0、P_1 分别是波前、波后压力. 这个条件比运动学条件为优, 由本文首次得到.

关键词: 激波、Ljapunov 稳定性, 能量稳定

一、导　言

激波稳定性研究始于四十年代. 它对于化学反应等激波尤为重要. 例如爆轰波就有着复杂的不稳定结构[1]. Griffiths 等[2]的实验清楚地表明, 由于电离、振动等分子内部自由度激发的影响, Ar、CO_2 等气体中激波面发生严重皱折从而变成三维不稳定形状.

Landau 最初提出波前 Mach 数大于1, 波后 Mach 数小于1的激波进化性条件. 以此为前提, Dyakov[3], Erpenbeck[4] 和 Fowles[5] 等人分别用 normal mode 求解线性化方程组初值问题及声波反射放大等方法讨论激波稳定性条件, 它一般是对 Hugoniot 线斜率的两个限制. 我们认为此领域中还有如下两个问题值得探讨:

i) 虽然文献[5]由声波放大的唯象方法得出了激波一维运动学稳定条件, 但从一般的小扰动分析方法还没能得到类似的结果, 甚至还得出了不依赖于 Hugoniot 线的中性稳定性的错误结论[1]. 而且热力学的稳定效应一直未被考虑.

ii) 已有的二维扰动分析所得到的结论都与实验相差甚远[2], 实际不稳定在理论不稳定上限之前早就发生.

针对 i), 本文将用 Ljapunov 泛函方法严格求解激波一维运动学稳定性条件. 进而从激波能量转换的角度讨论这一条件的物理意义, 提出了激波稳定性的能量原理, 从而得出包含热力学在内的更一般的激波能量稳定性条件.

问题 ii) 将另文讨论.

二、一维平面定常激波的基本关系

设在实验室坐标系 (x', y', z', t') 中, 一维平面定常激波以速度 D 沿 x' 正向传播.

本文于1986年6月24日收到, 于1988年6月1日收到修改稿.

介质的状态方程可以是任意的，但假设波前、波后的状态分别是热力学和化学平衡的，这意味只允许介质在通过激波时可发生化学反应等内部变化。波前、波后介质速度分别为 $\boldsymbol{u}_0=(u_0, 0, 0)$ 和 $\boldsymbol{u}_1=(u_1, 0, 0)$。$D, u_0, u_1$ 都是常数。文中用下标“0”和“1”分别表示波前、波后的量。激波坐标系 (x, y, z, t) 与实验室坐标系的变换关系为

$$x = x' - Dt,\ y = y',\ z = z',\ t = t' \tag{2.1}$$

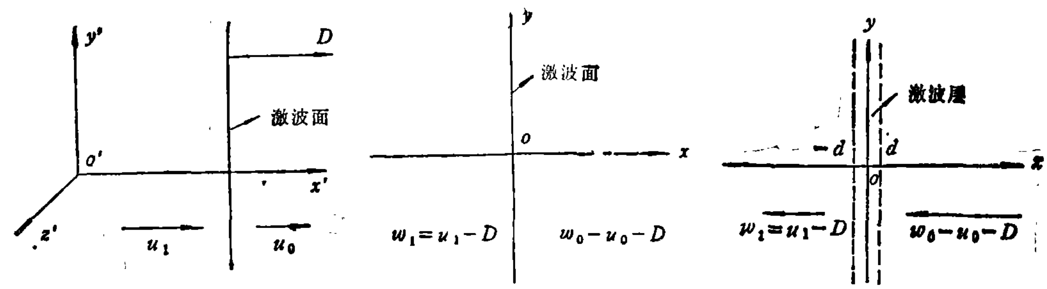
以 $\boldsymbol{w}=(w, 0, 0)$ 表示介质在激波系中的速度，则波前介质以速度 w_0 沿 $-x$ 方向进入波面，波后介质以速度 w_1 离开波面。显然有

$$w_0 = u_0 - D < 0,\quad w_1 = u_1 - D < 0 \tag{2.2}$$

激波前后的 Mach 数分别为

$$M_0 = \left|\frac{w_0}{c_0}\right| \qquad M_1 = \left|\frac{w_1}{c_1}\right| \tag{2.3}$$

其中 $c = \sqrt{-v^2\left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_s}$ 为声速，P 是压力，v 是比容，s 是比熵。若考虑粘滞性，则激波有一厚度设为 $2d$。忽略粘滞性时 $d \to 0$，激波层过渡为激波间断面。图一示意了激波与坐标系。



(a) 实验室坐标系　　(b) 激波坐标系　　(c) 激波结构

图 1

激波熵增的 Landau 条件及压缩性条件为

$$M_0 > 1,\qquad M_1 < 1 \tag{2.4}$$

$$v_1 < v_0,\qquad P_1 > P_0 \tag{2.5}$$

这些条件在本文中均满足。Landau 条件(2.4)使得波前禁讯，即波面的扰动不能传播到波前去。

激波前后各量满足 Ranking-Hugoniot 关系：

$$\rho_0 w_0 = \rho_1 w_1 = j < 0,\ P_0 + \rho_0 w_0^2 = P_1 + \rho_1 w_1^2 \tag{2.6}$$

$$E_1 - E_0 = \frac{1}{2}(P_1 + P_0)(v_0 - v_1) \tag{2.7}$$

其中 $\rho = v^{-1}$ 是质量密度，j 是流密度，E 是比内能。设介质状态方程为 $E = E(P, v)$，它与(2.7)一起给出 P_1，v_1 关系的 Hugoniot 曲线（H 线），如图二示。它在

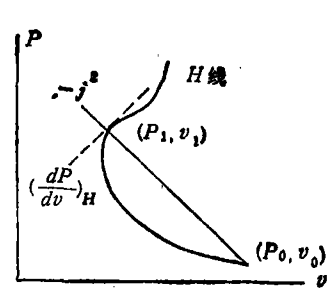


图 2　激波 Hugoniot 线

(P_1, v_1) 点的斜率表示为 $\left(\frac{dP}{dv}\right)_H$，连接 (P_0, v_0) 和 (P_1, v_1) 两点的直线为 Rayleigh 线，

其斜率 $-j^2$ 满足:

$$j^2 = \frac{P_1 - P_0}{v_0 - v_1} \tag{2.8}$$

从式(2.6)和(2.8)可得关系式

$$-w_0 = v_0(P_1 - P_0)^{1/2}(v_0 - v_1)^{-1/2} \tag{2.9}$$

$$w_1 - w_0 = u_1 - u_0 = [(v_0 - v_1)(P_1 - P_0)]^{1/2}. \tag{2.10}$$

三、激波的 Ljapunov 运动学稳定性

1. **Ljapunov 稳定性及 Ljapunov 泛函** 在实验室坐标系中，一维流体运动学方程组为

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \rho}{\partial t'} + \dfrac{\partial}{\partial x'}(\rho u) = 0 \\ \dfrac{\partial}{\partial t'}(\rho u) + \dfrac{\partial}{\partial x'}(\rho u^2) + \dfrac{\partial}{\partial x'}P - \dfrac{\partial}{\partial x'}\left(\mu' \dfrac{\partial u}{\partial x'}\right) = 0 \end{cases}$$

其中 $\mu' = \frac{3}{4}\eta + \zeta$，$\eta$、$\zeta$ 是第一、第二粘滞系数。

用式(2.1)，上方程组在激波系中的形式为

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial \rho}{\partial t} - D\frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) = 0 \\ &\frac{\partial}{\partial t}(\rho u) - D\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2) + \frac{\partial}{\partial x}P - \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu'\frac{\partial u}{\partial x}\right) = 0 \end{aligned}\right\} \tag{3.1}$$

不管能量方程，平面定常激波是(3.1)的特解。

Ljapunov 运动稳定性理论研究当流场特解的初始状态受一小扰动后，扰动流场随时间的发展。将一般特解写成 $\phi_i(x, t)$（如 $\rho(x, t)$, $u(x, t)$ 等），在初始 $t = t_0$ 时的流场状态为 $\phi_i(x, t_0)$。设在某一初始小扰动 $\delta\phi_i(x, t_0)$ 下，方程组(3.1)的解变成 $\phi_i'(x,t)$，它与无扰动时的特解有一偏差

$$\delta\phi_i(x, t) = \phi_i'(x, t) - \phi_i(x, t) \tag{3.2}$$

这个偏差量随时间发展的情况就给出了特解 ϕ_i 是否 Ljapunov 稳定的判据。一般有定义[6]:

若对 $\forall \varepsilon > 0$，$\exists \eta(\varepsilon) > 0$，使得对任何初始扰动 $\delta\phi_i(x, t_0)$，只要满足 $|\delta\phi_i(x, t_0)| < \eta(\varepsilon)$，就有 $|\delta\phi_i(x, t)| < \varepsilon$ 对任意 $t > t_0$ 都成立，则称流场特解 $\phi_i(x, t)$ 是 Ljapunov 稳定的。

对方程组(3.1)取变分得扰动量的线性方程:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial \delta\rho}{\partial t} = D\frac{\partial \delta\rho}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial x}\delta D - \frac{\partial}{\partial x}\delta(\rho u) \\ &\frac{\partial}{\partial t}\delta(\rho u) = D\frac{\partial}{\partial x}\delta(\rho u) + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x}\delta D - \frac{\partial}{\partial x}\delta(\rho u^2) \\ &\qquad - \frac{\partial}{\partial x}\delta P + \frac{\partial}{\partial x}\delta\left(\mu'\frac{\partial u}{\partial x}\right) \end{aligned}\right\} \tag{3.3}$$

或一般写为 $\partial_t\delta\phi_i(x,t)=\phi_i(\delta\phi_i(x,t))$

显然 $\delta\phi_i=0$ 是(3.3)的一个解，这样对原方程组(3.1)的特解 $\phi_i(x,t)$ 的稳定性讨论就化成了对扰动方程组(3.3)的零解稳定性的讨论。讨论的基本方法是所谓 Ljapunov 直接法，它将稳定性与一个 Ljapunov 函数 $V(\delta\phi_i)$ 联系起来。具体有如下定理[6]：

若对扰动方程组(3.3)可以找到一个连续函数 $V(\delta\phi_i(x,t))$，它满足

$$V(\delta\phi_i(x,t))>0,\ V(\delta\phi_i=0)=0 \tag{3.4}$$

且它对于时间 t 的由这个方程组所构成的全导数是常负函数，即

$$0\geqslant\left.\frac{\partial V}{\partial t}\right|_{(3.3)}=\sum_i\frac{\partial V}{\partial\delta\phi_i}\phi_i(\delta\phi_i(x,t)) \tag{3.5}$$

对流场各点 x 都成立，则扰动方程组(3.3)的零解是 Ljapunov 稳定的。

将 Ljapunov 函数对全流场积分得

$$\mathscr{V}(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}dxV(\delta\phi_i(x,t))$$

称其为 Ljapunov 泛函，对其稳定判据(3.5)成为

$$0\geqslant\dot{\mathscr{V}}(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}dx\sum_i\frac{\partial V}{\partial\delta\phi_i}\phi_i(\delta\phi_i(x,t)) \tag{3.6}$$

运动学的 Ljapunov 函数可选为流场动能密度的二次变分[6]，即令

$$V(\delta\rho,\delta(\rho u))=\delta^2\left(\frac{1}{2}\rho u^2\right) \tag{3.7}$$

不难证明　　$V(\delta\rho,\delta(\rho u))=\frac{1}{\rho}[\delta(\rho u)-u\delta\rho]^2=\rho(\delta u)^2$

它满足条件(3.4)。由判据(3.6)并用式(3.7)，(3.3)，(2.2)，(2.6)，经过较繁推导可得如下一维扰动流场的 Ljapunov 运动学稳定判据

$$0\leqslant\int_{-\infty}^{+\infty}dx\left[\frac{\partial u}{\partial x}\delta u\delta j+\delta u\frac{\partial}{\partial x}\delta P+\frac{j}{2}\frac{\partial}{\partial x}(\delta u)^2-\delta u\frac{\partial}{\partial x}\delta\left(\mu'\frac{\partial u}{\partial x}\right)\right] \tag{3.8}$$

2. 激波 Ljapunov 运动学稳定条件　设平面定常激波受一纵向（x 方向）扰动，激波有一速度扰动 $\delta D(t)$，即 $D\to D+\delta D(t)$。

与之相应，激波流场也被扰动，注意波前是禁讯的，扰动情况可归结如下：

波前流场 $(x\geqslant d)$：$u_0\to u_0,\ P_0\to P_0,\ w_0\to w_0+\delta w_0(t)$；

波后流场 $(x<-d)$：$u_1\to u_1+\delta u(x,t),\ P_1\to P_1+\delta P(x,t)$；

波后　　$(x=-d)$：$u_1\to u_1+\delta u_1(t),\ P_1\to P_1+\delta P_1(t)$；

激波层　$(-d<x<d)$：$u(x)\to u(x)+\delta u(x,t),\ P(x)\to P(x)+\delta P(x,t)$。

物理上要求无穷处的扰动为零，即

$$\delta P|_{x=\pm\infty}=\delta u|_{x=\pm\infty}=\delta\rho|_{x=\pm\infty}=0 \tag{3.9}$$

由(3.9)并注意流密度守恒 $\frac{dj}{dx}=0$，知稳定判据(3.8)的第三项贡献为 0。忽略粘滞系数的扰动，$\delta\mu'=0$，粘性项对稳定判据的贡献是

$$-\int_{-\infty}^{+\infty}dx\delta u\frac{\partial}{\partial x}\delta\left(\mu'\frac{\partial u}{\partial x}\right)=\int_{-\infty}^{+\infty}dx\mu'\left(\frac{\partial\delta u}{\partial x}\right)^2>0$$

即粘滞性使流场稳定性加强。下面我们忽略粘滞性，令 $\mu' \to 0$，激波厚度 $d \to 0$ 而成为 $x = 0$ 处的间断面，稳定判据(3.8)成为

$$0 \leqslant \int_{-\infty}^{+\infty} dx \left[\frac{\partial u}{\partial x}\delta u \delta j + \delta u \frac{\partial \delta P}{\partial x}\right] \tag{3.10}$$

为处理激波间断面，引进 Heviside 函数:

$$h(x) = \begin{cases} 1 & 当\ x > 0 \\ 0 & 当\ x < 0 \end{cases}$$

则激波的速度和压力场可表示为

$$\left.\begin{aligned} u(x) &= (1 - h(x))u_1 + h(x)u_0 \\ P(x) &= (1 - h(x))P_1 + h(x)P_0 \end{aligned}\right\} \tag{3.11}$$

扰动场表示为

$$\left.\begin{aligned} \delta u &= (1 - h(x))\delta u'(x, t) \\ \delta P &= (1 - h(x))\delta P'(x, t) \end{aligned}\right\} \tag{3.12}$$

从激波守恒关系(2.6)，(2.7)可得出

$$\left.\begin{aligned} &\rho_0\delta w_0 = \delta(\rho_1 w_1) = \delta j, \quad \delta(\rho_0 w_0^2) + \delta P_1 + \delta(\rho_1 w_1^2) \\ &\delta P_1 = \left(\frac{dP}{dv}\right)_{\rm H}\delta v_1 \end{aligned}\right\} \tag{3.13}$$

由(3.13)和(2.2)式不难导出

$$\delta w_0 = \frac{1 + j^2(dv/dP)_{\rm H}}{2j(1 - w_1/w_0)}\delta P_1, \qquad \delta u_1 = -\frac{1 - j^2(dv/dP)_{\rm H}}{2j}\delta P_1 \tag{3.14}$$

波后等熵流的小扰动满足特征关系[7]

$$\delta P(x, t) = \pm\rho c\delta u(x, t) \tag{3.15}$$

考察稳定判据(3.10)，后一项的贡献为

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx\delta u \frac{\partial \delta P}{\partial x} = \int_{-\infty}^{0-} dx\delta u\frac{\partial \delta P}{\partial x} + \int_{0-}^{0+} dx\delta u\frac{\partial \delta P}{\partial x} + \int_{0+}^{\infty} dx\delta u\frac{\partial\delta P}{\partial x}$$

显然上式最后一项为零。而由(3.15)和(3.9)有

$$\int_{-\infty}^{0-} dx\delta u\frac{\partial \delta P}{\partial x} = \frac{1}{2}\delta u_1\delta P_1$$

而对间断面的积分可通过先求 $(-d, d)$ 域上的积分，再令 $d \to 0$ 得到。根据(3.12)式，δu 和 δP 的奇异性可归结为函数 $(1 - h(x))$ 上，而认为 $\delta u'(x, t)$ 和 $\delta P'(x, t)$ 在 $(-d, d)$ 内是连续的，且满足边界条件 $\delta u'(-d,t) = \delta u_1$ 和 $\delta P'(-d,t) = \delta P_1$。这样可求得:

$$\begin{aligned} \int_{0-}^{0+} dx\delta u\frac{\partial\delta P}{\partial x} &= \lim_{d\to 0}\int_{-d}^{d} dx\delta u\frac{\partial \delta P}{\partial x} = \frac{1}{2}\lim_{d\to 0}\left[-\delta u(-d, t)\delta P(-d, t)\right] \\ &= -\frac{1}{2}\delta u_1\delta P_1 \end{aligned}$$

综合以上结果得

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx\delta u\frac{\partial \delta P}{\partial x} = 0 \tag{3.16}$$

这样稳定判据(3.10)化为

$$0 \leqslant \int_{-\infty}^{+\infty} dx \frac{\partial u}{\partial x} \delta u \delta j = \int_{0-}^{0+} dx \frac{\partial u}{\partial x} \delta u \delta j \tag{3.17}$$

用相同的取极限处理方法并用式(3.11)—(3.13)即得

$$0 \leqslant \frac{1}{2} \rho_0 (u_0 - u_1) \delta u_1 \delta w_0$$

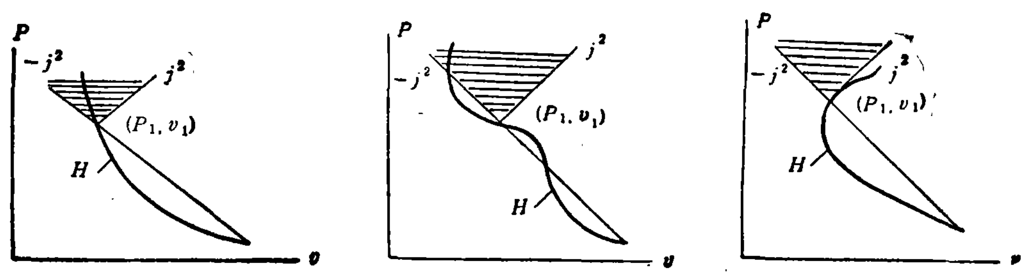
将(3.14)代入上式并注意 $j < 0$，最终得平面定常激波在一维小扰动下的 Ljapunov 运动学稳定条件为

$$-1 \leqslant j^2 \left(\frac{dv}{dP}\right)_{\rm H} \leqslant 1 \tag{3.18}$$

这个条件与 Fowles[5] 用声波反射放大等唯象方法得到的稳定条件一致。它是对激波H线斜率的两个限制。只有当波后状态点 (P_1, v_1) 处的H线斜率位于正负两条 Rayleigh 线的夹角之内时，激波才是一维稳定的，否则是不稳定的。如图 3 所示。由于H线的形状与介质状态方程有关，故激波稳定性也与之有关。

四、稳定性能量原理和能量稳定条件

本节从激波与介质之间的能量转换角度来讨论稳定性的意义。



(a) 稳定激波　　(b) 超过下限的不稳定激波　　(c) 超过上限的不稳定激波

图 3

沿激波H线对(2.8)式求导数得

$$\left(\frac{dj^2}{dv_1}\right)_{\rm H} = j^2 \frac{\frac{1}{j^2}\left(\frac{dP}{dv}\right)_{\rm H} + 1}{v_0 - v_1} \tag{4.1}$$

再对(2.10)式求导得

$$\left(\frac{dP_1}{du_1}\right)_{\rm H} = \frac{2j}{j^2\left(\frac{dv}{dP}\right)_{\rm H} - 1} \tag{4.2}$$

显然

$$dj^2 = -2j\rho_0 dD = 2\rho_0 |j| dD \tag{4.3}$$

对(2.7)式求微分并用(4.1)和(4.3)式我们得波后介质内能随激波速度D的变化关系式：

$$\left(\frac{dE_1}{dD}\right)_{\rm H}=\rho_0|j|(v_0-v_1)^2\frac{1}{\frac{1}{j^2}\left(\frac{dP}{dv}\right)_{\rm H}+1}\left[\left(\frac{1}{j^2}\left(\frac{dP}{dv}\right)_{\rm H}-1\right)-\frac{2P_0}{P_1-P_0}\right] \tag{4.4}$$

在波前介质静止坐标系中,波后介质动能是

$$E_{1K}=\frac{1}{2}(u_1-u_0)^2$$

用式(4.1)—(4.3)可求得 E_{1K} 对D的变化关系式:

$$\left(\frac{dE_{1K}}{dD}\right)_{\rm H}=\rho_0|j|(v_0-v_1)^2\frac{1-j^2(dv/dP)_{\rm H}}{1+j^2(dv/dP)_{\rm H}}=\frac{\delta E_{1K}}{\delta D} \tag{4.5}$$

此式给予运动学稳定条件(3.18)一个物理解释,即当 $(\delta E_{1K}/\delta D)\geqslant 0$ 时激波才是稳定的。假设激波面本身具有一随其速度D单调增的能量,则稳定条件(3.18)就表现为对激波面与介质之间进行(扰动)能量交换的一种约束。具体就是,对稳定激波而言波面能量与介质动能的扰动是同相的,波面扰动能量增大时介质扰动动能也随之增大。由能量守恒知这时介质吸收了波面的扰动能量而变成其扰动动能,这样造成波面扰动能量的"负反馈",使之稳定。反之对不稳激波这两种能量扰动是反相的 $(\delta E_{1K}/\delta D)<0$,从而造成介质将自己的扰动动能反过来提供给激波面的"正反馈",使得波面扰动增大而不稳定。这种解释启发我们将此能量反馈机制推广到介质的总能量(动能+内能)。这正是我们下面提出的激波稳定性能量原理:

$$\left.\begin{array}{l}\text{稳定激波}\Longleftrightarrow\left[\dfrac{d}{dD}(E_1+E_{1K})\right]_{\rm H}\geqslant 0\\[2ex]\text{不稳定激波}\Longleftrightarrow\left[\dfrac{d}{dD}(E_1+E_{1K})\right]_{\rm H}<0\end{array}\right\} \tag{4.6}$$

利用此原理,我们可进一步得到能量稳定条件。将(4.4)与(4.5)两式相加得

$$\left[\frac{d}{dD}(E_1+E_{1K})\right]_{\rm H}=2\rho_0|j|(v_0-v_1)^2\frac{1}{\frac{1}{j^2}\left(\frac{dP}{dv}\right)_{\rm H}+1}\times\left[\left(\frac{1}{j^2}\left(\frac{dP}{dv}\right)_{\rm H}-1\right)-\frac{P_0}{P_1-P_0}\right] \tag{4.7}$$

从(4.6)、(4.7)我们得激波一维扰动能量稳定条件:

$$-1\leqslant j^2\left(\frac{dv}{dP}\right)_{\rm H}\leqslant 1-P_0/P_1 \tag{4.8}$$

与运动学稳定条件(3.18)相比,能量稳定条件的上限较小。过去的文献中,对激波稳定上限颇有争议。然而实验所给出的稳定上限总是小于 1 的[1,2],本文从理论上证实了这一点。这是由于引入内能后的稳定性判据(4.6)是比上节 Ljapunov 运动学稳定判据更为一般的运动学-热力学判据。

五、结　论

本文首次将 Ljapunov 泛函方法用于讨论激波稳定性,在忽略粘性耗散的假设下得出一维扰动下激波运动学稳定条件(3.18)。通过对这一条件的能量解释提出了稳定性的

能量原理，并得到一维扰动激波的能量稳定条件，它包含了运动学和热力学两方面的因素，与实际更为接近。但是如何将粘滞性、热传导甚至化学反应等弛豫过程考虑进来，得出有结构激波（爆轰波）的稳定条件，尚是有待研究的一个领域。或许由 Ljapunov 泛函方法得出的积分形式的稳定判据能给这个问题的求解带来帮助。

感谢谈镐生教授对本工作的支持和鼓励。感谢朱如曾教授的有益讨论和意见。另外本文的完成还得到孙祉伟教授的帮助，在此感谢。

参 考 文 献

[1] Fickett, W. Davis W. C., Detonation, University of California Press, Berkeley, CA, (1979): Chapter 7.
[2] Griffiths R. W., Sandeman R. J., Hornung H. G., J. Phys. D: *Appl. Phys.*, 9(1976): 1681.
[3] D'yakov S. P., Zh. Eksp. *Teor. Fiz.*, 27(1954): 88.
[4] Erpenbeck, J. J., *Phys. Fluids*, 5(1962): 1181.
[5] Fowles G. R., *Phys. Fluids*, 19(1976): 227.
[6] Glansdorff P., Prigogine I., Thermodynamic Theory of Structure, Stability and Fluctuations, Wiley, New York (1971): Chapter 6.
[7] Courant R., Fridrichs K. O., Supersonic Flow and Shock Waves, Interscience, New York (1948): 82.

SHOCK WAVE STABILITY (I)

Huang Yinglei,　Cui Jiping
(Institute of Mechanics, Academia Sinica)

Abstract The kinetic stability condition for step shocks under one-dimensional longitudinal perturbation in media with arbitrary equation of state has been solved by the Ljapunov functional method. This kinetic condition is found to be $-1 \leqslant j^2(dV/dP)_H \leqslant 1$, where $-j^2$ is the slope of the Rayleigh line and $(dV/dP)_H$ the slope of the Hugoniot curve. This results agrees with Fowles' one. An energy principle of stability is proposed according to the physical meaning of the kinetic stability condition The derived energy condition of stability is $-1 \leqslant j^2(dV/dP)_H \leqslant 1-P_0/P_1$, where P_0, P_1 are pressures aherd of the shock front and behind it respectively. This condition is more acceptable than the kinetic one.

Key words shock waves, Ljapunov stability, energy stability.