

参 考 文 献

- [1] Nash, J.E., The form of the instantaneous unit hydrograph. *Int. Assoc. Sci. Hydrol.*, Vol. 45, No. 3, 1957, pp. 114—121.
- [2] Kulandaiswamy, V.C., A basic study of rainfall excess-surface runoff relationship in a basin system. *Ph.D. Thesis, Dep. of civil Engineering, univ. of Illinois, Champaign, Ill.*, 1964.
- [3] Casti, J.L., *Dynamical systems and their application: Linear theory*. Academic press, New York, N.Y., 1977.
- [4] Wang, G.-T. and Wu, K., The unit-step function response for several hydrological conceptual models. *J. Hydrol.*, Vol. 62, pp. 119—128, 1983.
- [5] O'Connor, K.M., Derivation of discretely coincident form of continuous linear time-invariant models using the transfer function approach. *J. Hydrol.*, Vol. 59, pp. 1—48, 1982.
- [6] Wang, G.-T. and Yu, Y.-S., Estimation of parameters of the discrete, linear, input-output model. *J. Hydrol.*, Vol. 85, pp. 15—30, 1986.
- [7] 席少霖, 赵凤治编著, 最优化计算方法. 上海科学技术出版社, 1983年.
- [8] 朱保佑, 袁明一, 用目标规划方法解算单位线. 水文, 1986年第1期.

一维入渗实验与土壤水扩散率的确定

戚隆溪 谢斌

(中国科学院力学研究所)

提 要

本文用一维水平入渗实验方法测定了土壤水非饱和扩散率 $D(\theta)$. 在实验中利用 γ 射线衰减装置测量了土壤干容重和含水量. 本文还采用新的数据处理方法获得了扩散率 $D(\theta)$ 的函数表达式. 这些保证了所得结果准确可靠. 本文还在分析结果的基础上提出了一种快速计算 $D(\theta)$ 的新方法, 这种方法大大简化了实验和计算过程.

在求解任何描述土壤水运动基本方程时, 首先要求可靠地确定水分运动参数, 诸如水分特征曲线 $h(\theta)$ 、导水率 $K(\theta)$ 和扩散率 $D(\theta)$ 等. 一般说来, 扩散率 $D(\theta)$ 的数值变化范围要比 $K(\theta)$ 的数值变化范围小得多^[1], 而且比较容易测定. 传统上, 人们是利用水平入渗实验给出土壤水扩散率作为容积含水量 θ 的函数, 其方法是Bruce和Klute^[2]提出的. 但这种方法的不足之处是要对实验得出的波尔兹曼变量 $\lambda(\theta)$ 曲线进行微分和积分. 一般说来, 实验数据都有一定的散布, 因此对它求导和求积会遇到困难. 特别是在饱和区附近, $D(\theta)$ 值很大, 是十分重要的部分, 但是 $\lambda(\theta)$ 曲线十分平坦, 用传统方法会带来较大的误差^[3]. 因此, 人们建议了很多方法用以克服由实验数据确定含水量分布曲线斜率时的困难. 首先, 有人试图以经验公式对 $D(\theta)$ 加以拟合^[4, 5], 但是, 一方面难以找到一个较通用的经验公式; 另一方面计算过程也较为复杂. 所以人们又转向直接拟合 $\lambda(\theta)$ 曲线^[6, 7], 他们分别用三次样条和分段二次抛物样条来拟合 $\lambda(\theta)$ 曲线,

其结果是求得的 $D(\theta)$ 没有解析表达式,而且数据有些抖动,不便于应用。

本文在所进行的水平土柱的一维吸湿实验中采用了作者研制的 γ 射线衰减装置^[6]来测定含水量变化,而且在理论上利用相似吸湿剖面的概念推导出 $\lambda(\theta)$ 和 $D(\theta)$ 的解析表达式。在实验和理论分析的基础上,本文还给出了一种快速测定 $D(\theta)$ 的新方法。

一、理 论

非饱和土壤中的自由水的吸湿过程可由如下非线性扩散方程来描述:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right), \quad (1)$$

其边界条件为:

$$t = 0 \quad x \geq 0, \quad \theta = \theta_i,$$

$$t > 0 \quad x = 0, \quad \theta = \theta_s,$$

$$t > 0 \quad x \rightarrow \infty, \quad \theta = \theta_i,$$

式中 t 为时间, x 为水平位置, θ_i 为初始含水量, θ_s 为饱和含水量。

Bruce和Klute通过引入波尔兹曼变换 $\lambda(\theta) = x \cdot t^{-1/2}$,并对式(1)进行积分,从而给出扩散率为:

$$D(\theta) = -\frac{1}{2} \frac{d\lambda}{d\theta} \int_{\theta_i}^{\theta} \lambda(\theta) d\theta, \quad (2)$$

式(2)是利用水平入渗实验确定扩散率 $D(\theta)$ 的理论基础。

二、实 验

(一) 实验过程 水平入渗实验装置如图1所示,它由试验土槽、马里奥特供水瓶和 γ 射线衰减装置以及试验台组成。试验段内按一定的干容重均匀装填过1mm筛的风干土,并用 γ 射线衰减方法进行检测,检测结果证明土密度分布是均匀的。本实验中保持水头与土面持平,从而维持进水端处在恒定、均匀的饱和状态。

抽掉隔板,入渗随即开始。试验中,记录入渗时间 t 和相应的累计进水量 Q 。湿润锋位置 x_f ,同时用 γ 射线衰减法测量含水量 θ 的变化。利用 γ 射线衰减法测定土壤含水量较之国内普遍采用的快速分段取样烘干法具有空间分辨率高、测量精度高、不干扰或破坏系统等优点。它既可以扫描测量土柱含水量分布,又可以固定在某 x 点测定含水量随时间的变化情况。而且能做到 θ 、 x 、 t 同步取数,使得到的 λ - θ 数据更加准确,这点是常规的取样法无法实现的。

(二) γ 射线衰减法 γ 射线衰减装置的放射源和探头安装在土柱两侧,放射源为 $0.22 \times 10^{10} \text{Bq}$ 的 ^{137}Cs 。当经过准直的 γ 射线束透过试验土柱后,其强度被衰减并被探头所接收。用计数值表示的衰减方程为

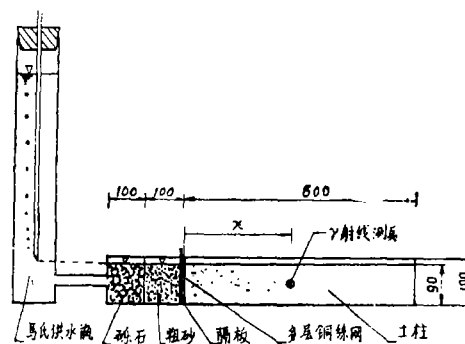


图1 水平入渗试验装置(单位: mm)

$$N_m = N_e \exp[-l(\rho_b \mu_s + \rho_w \mu_w \theta)], \quad (3)$$

式中: N_m 为透过湿土及容器的计数率 (s^{-1}); N_e 为透过空容器的计数率 (s^{-1}); μ_s 为干土的质量吸收系数 ($cm^2 \cdot g^{-1}$); μ_w 为水的质量吸收系数 ($cm^2 \cdot g^{-1}$); l 为射线透过的土层厚度 (cm); ρ_b 为土的干燥密度 ($g \cdot cm^{-3}$); θ 为容积含水量 ($cm^3 \cdot cm^{-3}$); ρ_w 为水的密度 ($g \cdot cm^{-3}$).

对于干燥土, $\theta = 0$, 这时式 (3) 可以写成:

$$N_d = N_e \exp[-l \cdot \rho_b \cdot \mu_s], \quad (4)$$

其中 N_d 为透过干燥土及容器的计数率. 由式 (3) 和式 (4) 可得:

$$\theta = \frac{\ln(N_d/N_m)}{\rho_w \mu_w l}. \quad (5)$$

实验中首先需要仔细标定土和水的质量吸收系数. 本实验标定结果是: $\mu_w = 0.0814$, 砂土的 $\mu_s = 0.0746$, 壤土的 $\mu_s = 0.0744$. 本测量的空间分辨率为 1cm. 测量的标准误差可由总计数值 (计数率和计数时间的乘积) 的平方根来估计^[8]:

$$\sigma_\theta = \frac{1}{l \mu_w} \left(\frac{1}{N_d} + \frac{1}{N_m} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (6)$$

式中 N_d 和 N_m 分别为风干土和湿土的总计数值. 当 $N_d \gg N_m$ 时, 式 (6) 可以写成:

$$\sigma_\theta = \frac{1}{l \mu_w} \left(\frac{1}{N_m} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (7)$$

在动态实验中, 计数时间要由渗透情况决定, 例如砂土入渗快, 计数时间取 10s, 测量误差为 $0.0065g \cdot cm^{-3}$; 而壤土可取 60s, 相应的测量误差为 $0.0025g \cdot cm^{-3}$.

(三) 结果与分析 实验结果参见图 2--4. 图 2 中 (a)、(b) 分别为砂土和壤土的 $\lambda(\theta)$ 曲线, 比较结果可以看到砂土中入渗速度要比壤土中快得多. 图 3 为累计进水量 Q 与入渗时间 t 的关系. 图 4 为湿润锋位置 x_f 与入渗时间的关系.

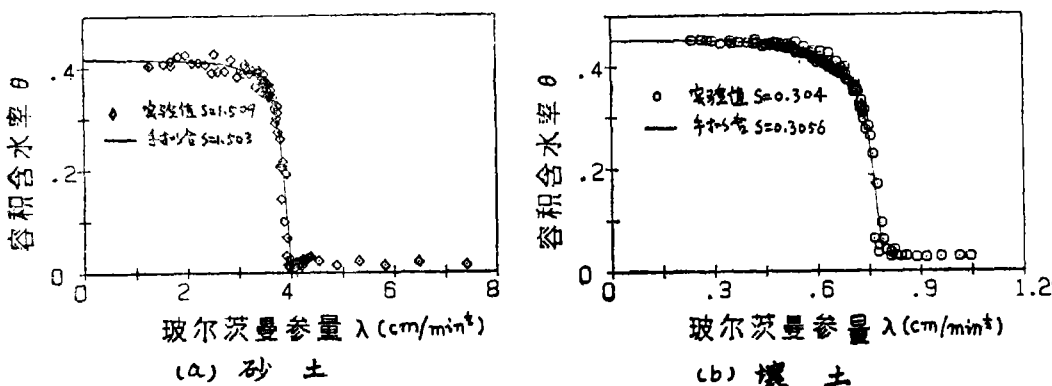


图 2 水平入渗实验的 $\lambda(\theta)$ 曲线

我们引入一个吸湿因子 S , 定义为:

$$S = \int_{\theta_i}^{\theta_s} \lambda(\theta) d\theta. \quad (8)$$

我们可以在某时刻测出含水量沿 x 向的分布 $x(\theta)$, 由于 $t = \text{常数}$, 由式 (8) 可得:

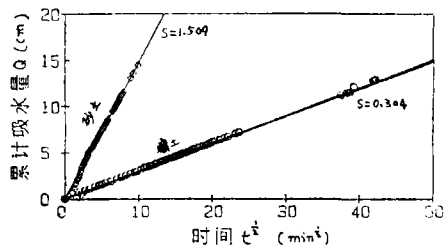


图3 水平入渗的 $Q-\sqrt{t}$ 曲线

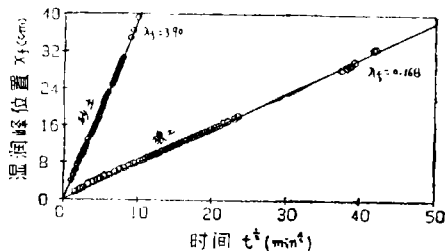


图4 水平入渗的 $x_f-\sqrt{t}$ 关系

$$S = \int_{\theta_i}^{\theta_s} \lambda(\theta) d\theta = \int_{\theta_i}^{\theta_s} \frac{1}{\sqrt{t}} x(\theta) d\theta = \frac{1}{\sqrt{t}} \int_{\theta_i}^{\theta_s} x(\theta) d\theta = Q \cdot t^{-\frac{1}{2}} \quad (9)$$

图3和图4的线性关系表明对均质土入渗来说,吸湿因子 S 和湿润锋处的玻尔兹曼参量 λ_r 均为常数。但是各种土壤的 S 和 λ_r 值相差很大,如本文所用的砂土 $S=1.509$, $\lambda_r=3.90$,而壤土的 $S=0.304$, $\lambda_r=0.768$ 。

三、扩散率 $D(\theta)$ 的解析表达式

本文从Philip^[9]的相似吸湿剖面的概念出发,以精确解的形式得出 $\lambda(\theta)$ 的显函数,从而保证所推导的 $D(\theta)$ 函数关系的可靠性。

对于 $\theta_i < \theta \leq \theta_s$ 区间,假设相似剖面为:

$$\lambda(\theta) = \lambda_i f(\Theta), \quad (10)$$

其中, $\Theta = (\theta - \theta_i) / (\theta_s - \theta_i)$ 为归一化含水量, λ_i 为匹配常数, $f(\Theta)$ 为相似剖面函数。

$f(\Theta)$ 满足在 $\theta = \theta_s$ 时, $f(1) = 0$; $df/d\Theta \leq 0$,且 $\int_0^1 f(\Theta) d\Theta$ 存在。适当选取 λ_i ,使得:

$$\int_{\theta_i}^{\theta_s} \lambda(\theta) d\theta = (\theta_s - \theta_i) \int_0^1 \lambda_i f(\Theta) d\Theta = S, \quad (11)$$

式(10)、(11)表示任何土壤都具有相似吸湿剖面 $f(\Theta)$ 。将式(10)代入式(2)可得:

$$D(\theta) = -\frac{\lambda_i^2}{2} \frac{df}{d\Theta} \int_0^{\Theta} f(\Theta) d\Theta. \quad (12)$$

我们选取 $f(\Theta)$ 为指数函数形式:

$$f(\Theta) = (1 - \Theta)^\rho \quad (1 > \rho > 0), \quad (13)$$

其中 ρ 为一个与 $\lambda(\theta)$ 曲线形状有关的参数。将式(13)代入式(11),积分可得:

$$S = \frac{\lambda_i (\theta_s - \theta_i)}{\rho + 1}. \quad (14)$$

将式(13)、(14)代入式(10)得:

$$\lambda(\theta) = \lambda_i (1 - \Theta)^{\lambda_i (\theta_s - \theta_i) - 1}, \quad (15)$$

式(15)为相似吸湿剖面的函数形式。它表明 S 值确定以后,取不同的系数 λ_i , $\lambda(\theta)$ 就有不同的形状。当形状与实验测得的 $\lambda(\theta)$ 曲线相匹配时,就可以得所需的 λ_i 。表1给出

表 1 水平入渗数据处理结果

	$\lambda_i (\text{cm} \cdot \text{s}^{-\frac{1}{2}})$	$\theta_s (\text{cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3})$	$\theta_f (\text{cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3})$	$S (\text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1/2})$
砂 土	4.00	0.418	0.013	1.503
壤 土	0.7875	0.452	0.030	0.3056

了数据处理结果.

将式 (13) 代入式 (12) 积分可得

$$D(\theta) = \frac{\lambda_i^2 \rho}{2(\rho+1)} [(1-\theta)^{\rho+1} - (1-\theta)^{\rho}], \quad (16)$$

其中

$$\rho = \frac{\lambda_i(\theta_s - \theta_i)}{S} - 1. \quad (17)$$

式 (16)、(17) 就是本文给出的 $D(\theta)$ 函数解析表达式. 从式 (16) 可以看到: 当 $\theta \rightarrow \theta_i$ 时, $\theta \rightarrow 0$, $D(\theta) \rightarrow 0$, 这就表明 θ_i 必须为零. 因此, 严格说来, 式 (16) 只适用于干土 ($\theta_i = 0$) 的水平入渗情况, 但对于风干土 ($\theta_i \approx 0$) 亦是近似成立的. 当 $\theta \rightarrow \theta_s$ 时 $\theta \rightarrow 1$, $D(\theta) \rightarrow \infty$, 这表明在饱和区附近, 扩散率数值很大, 这与 Clothier^[10] 的实验结果相符. 图 5 为两种土样的 $D(\theta)$ 的计算结果. 图中曲线具有对称的 S 形, 这种形状是符合大多数土壤的实际情况的.

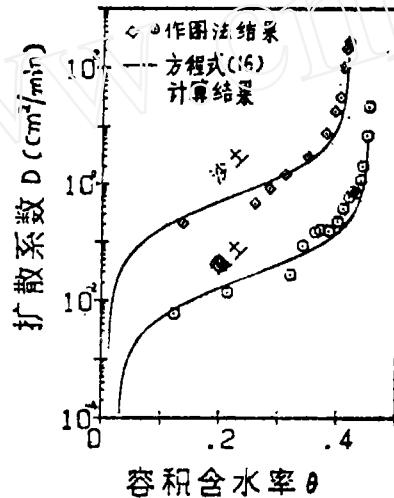


图 5 扩散率 $D(\theta)$ 的计算结果

四、测定 $D(\theta)$ 的新方法

在比较实验结果 $x_f - \sqrt{t}$ 关系 (图 4) 与数据处理结果表 1 时会发现 λ_f 和 λ_i 数值十分一致. 如果分析一下 $D(\theta)$ 函数式 (16) 的推导过程, 便可得知这个结果是必然的. 因为当 $\theta = \theta_i$ 时, $\theta \rightarrow 0$, 由式 (13) 可得 $f(\theta) = f(0) = 1$, 这时式 (10) 可写成:

$$\lambda(\theta_i) = \lambda_i f(0) = \lambda_i.$$

而在水平入渗过程中, 湿润锋 x_f 处的含水量最接近初始值, 即 $\theta_f \approx \theta_i$. 所以

$$\lambda_f \approx \lambda_i. \quad (18)$$

这样, 在计算扩散率方程式(16)时, 只需在一维水平入渗实验中测出累计入渗量与入渗时间 t 和湿润锋位置 x_f 与时间 t 的关系, 以及风干土的含水量 θ_d 和饱和含水量 θ_s , 就可以确定式(16)中的所有系数. 此时不再需要去测出在入渗中的含水量变化, 也不需要再在数据处理中拟合相似吸湿剖面来求得 λ_i . 这两步正是利用水平入渗试验测定扩散率的方法中最繁杂部分. 这种方法为快速、准确地测定土壤水非饱和扩散率提供一条可靠途径.

五、结 论

本文用水平入渗实验和新的数据处理方法得到了两种土样的非饱和扩散率. 实验中采用 γ 射线衰减方法测量了入渗中含水量变化, 这种先进的测湿技术保证了试验结果的准确可靠. 在数据处理过程中, 本文从相似吸湿剖面的概念出发, 以显函数的形式得出 $\lambda(\theta)$ 的表达式, 以精确解的形式导出 $D(\theta)$ 函数的解析表达式. 对实验结果既用传统方法又用本文方法作了数据处理, 结果相符. 在分析实验结果和数据处理基础上, 本文提出一种利用水平入渗实验测定扩散率的新方法. 该方法既准确可靠又大大简化了实验和计算过程.

参 考 文 献

- [1] Hillel, D., *Soil and water*. Academic Press, New York, 1971.
- [2] Bruce, R.R., and A. Klute, The measurement of soil moisture diffusivity. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, Vol. 29, 1956, pp458—462.
- [3] Clothier, B.E., Scotter, D.R., and A.E. Green, Diffusivity and one-dimensional absorption experiments. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol. 47, 1983, pp641—644.
- [4] Ahuja, L.R., and D. Swartzendruber, An improved form of soilwater diffusivity function. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, Vol. 36, 1972, pp. 9—14.
- [5] Miller, R.D., and E. Resler, A quick method for estimating soil. *Sci. Soc. Am. Proc.*, Vol. 41, 1977, pp. 1020—1022.
- [6] Erh. K.T., Application of the spline function to soil science. *Soil Sci.*, Vol. 14, 1972, pp. 333—338.
- [7] Kimball, B.A., Smoothing data with cubic spline. *Agron. J.*, Vol. 68, 1976, pp. 126—129.
- [8] 戚隆溪等, 用 ^{137}Cs - γ 射线衰减方法测量土壤密度和含水量. 中国科学院力学研究所, 1987年.
- [9] Philip, J.R., General methods of exact solution of the concentration-dependent diffusion equation. *Aust. J. Phys.*, Vol. 13, 1960, pp. 1—20.
- [10] Clothier, B.E., and R.A. Wooding, The soil water diffusivity near saturation. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol. 47, 1983, pp. 636—640.