研究通讯

关于 Tumura-Clunie 定理的推广

设 $f(z)$ 为开平面上非常数的亚纯函数，开平面上的亚纯函数 $a(z)$ 称为小函数，如果

$$T(r, a(z)) = o(T(r,f)) = S(r, f)$$

至多除去一个线性测度为有限的集合 E.

本文的定理推广了文献 [1] 的结论，而且例子说明本文定理结论为最好的.

定理 设 $f(z)$ 为开平面上非常数的亚纯函数令

$$F(z) = a_n f^n + a_{n-1} f^{n-1} + \cdots + a_0, \quad (a_n \not\equiv 0) \tag{1}$$

其中 $a_i(z)(i = 0, 1, \cdots, n)$ 为小函数. 若

$$T(r, f) > \frac{1}{2}\left\{\bar{N}\left(r, \frac{1}{F}\right) + \bar{N}(r, f) + \bar{N}\left(r \frac{1}{f + \frac{a_{n-1}}{na_n}}\right)\right\} + S(r, f)$$

则

$$F(z) \equiv a_n\left(f + \frac{a_{n-1}}{na_n}\right)^n. \tag{2}$$

本文给出了两个例子说明定理的结论是最好的，不能再改进.

例 1.

$$f = \frac{z}{e^z - 1}, \quad F = \left(\frac{z}{e^z - 1}\right)^2 - 1,$$

例 2.

$$f = e^z - 1, \quad F = (e^z - 1)^2 - 1.$$

本文还给出一个例子说明定理的逆不成立.

例 3.

$$f = \frac{z-1}{z}, \quad F = \left(\frac{z-1}{z}\right)^n, \quad (n \geqslant 2).$$

由定理立即有

推论 设 f 为亚纯函数，F 由 (1) 式给出，则

$$T(r, f) \leqslant \bar{N}\left(r, \frac{1}{F}\right) + \bar{N}(r, f) + S(r, f)$$

或者

$$F(z) \equiv a_n\left(f + \frac{a_{n-1}}{na_n}\right)^n.$$

这就是文献 [1] 中的定理结论.

参 考 文 献

[1] Weissenborn, G., *Bull. London Math. Soc.*, **18**(1986), 371—373.

詹小平
(山东大学数学系，济南)

线性迭代算法基本定理

我们考虑非定线性方程组: $Ax = b$.

定理 1 线性迭代法 $x^{k+1} = Sx^k + d$, $k = 1, 2, \cdots$ 对任意初值 x^0 都收敛的充要条件是:

(1) $x = Sx + d$ 有解.

(2) 迭代矩阵 S 的任一特征值 $\lambda = 1$ 或 $|\lambda| < 1$.

(3) 特征值 $\lambda = 1$ 有完备的特征向量组.

注. 对不同初值，x^k 可能收敛到不同的解.

定理 2 设系数矩阵 $A = D - L - L^T$ 是半正定的实矩阵(即对任意 $x, x^T Ax \geqslant 0$)，D 为正定的对角阵，L 为严格下三角阵. 则当 $Ax = b$ 有解时，Gauss-Seidel 迭代法

$$x^{k+1} = (D - L)^{-1} L^T x^k + (D - L)^{-1} b$$

和超松弛迭代方法

$$x^{k+1} = (D - \omega L)^{-1}[(1-\omega)D + \omega L^T]x^k + \omega(D - \omega L)^{-1}b$$

都收敛，其中ω为松弛因子，$0 < \omega < 2$.

应用 用 Gauss-Seidel 迭代法或超松弛迭代法解 $A^TAx = A^Tb$，可得到任意线性方程组 $Ax = b$ 的一个特解或最小二乘解，其中系数矩阵A是任意$m \times n$阶实矩阵。

于 欣

(中国科学院力学研究所，北京)

拟一致分子格的 p. q. 度量化

本文讨论拟一致分子格的 p. q. 度量化问题。

引理 1 设 $(L(M), \rho)$ 为 p. q. 度量分子格，对 $r \in (0, +\infty)$，令

$$Vr = \{(a, b) \in MXM : \rho(a, b) \geqslant r\},$$

则 $\mathscr{B} = \{Vr : r \in (0, +\infty)\}$ 是 $L(M)$ 上某拟一致结构 $\mathscr{U}$ 的基。我们称这个 $\mathscr{U}$ 为ρ诱导的拟一致结构。

拟一致分子格 $(L(M), \mathscr{U})$ 叫做可 p.q. 度量化的，若其拟一致结构$\mathscr{U}$可由某个 p.q. 度量所诱导。

定理 1 拟一致分子格 $(L(M), \mathscr{U})$ 可 p.q. 度量化当且仅当$\mathscr{U}$具有可数基。

引理 2 设P为分子格 $L(M)$ 上的 p. q. 度量的族。对每个 $\rho \in P$ 及

$$r \in (0, +\infty),$$

令 $V_{\rho, r} = \{(a, b) : \rho(a, b) \geqslant r\}$，则

$$\varphi = \{V_{\rho, r} : \rho \in P,\ r \in (0, +\infty)\}$$

是 $L(M)$ 上某拟一致 $\mathscr{U}$ 的子基。我们称 $\mathscr{U}$ 为P诱导的拟一致结构。

定义 设$\mathscr{U}$是分子格 $L(M)$上的拟一致结构，$L(M)$ 上的 p. q. 度量ρ称作关于$\mathscr{U}$是拟一致的，若 $\forall r \in (0, +\infty)$，$V_{\rho, r}$ 是$\mathscr{U}$中的元。

定理 2 分子格 $L(M)$ 上的每个拟一致结构$\mathscr{U}$，可由所有在 $L(M)$ 上关于$\mathscr{U}$为拟一致的 p. q. 度量的族P所诱导。

杨乐成

(青海师范大学数学系，西宁)

中微子质量与 SN1987A 中微子暴的周期现象

中微子质量问题是一个重要的粒子物理与宇宙学问题，超新星 SN1987A 的中微子爆发为研究中微子质量及其它有关问题提供了机会。本工作从 IMB 和 Kamiokande 观测组实测的中微子到达时间入手，研究其周期现象以及与中微子质量的关连，并寻找 SN1987A 中可能存在中子星的证据。工作中同时使用了三种检验统计量，并用蒙特卡洛模拟方法，建立起对 (0,1) 均匀相位分布、由N个随机数样本计算的统计量的分布，即这些统计量的数值的概率密度函数和概率分布函数，以作为对周期折迭结果进行显著性检验的概率依据。例如，其中主要的一个检验统计量为：

$$Q \equiv \sum_{i=1}^{10} (n_i - \bar{n})^2,$$

这里，n_i为对N个相位样本以相位间隔 0.1 进行分道时落在第 i 道上的累积计数，$\bar{n}$为每道平均计数 ($\bar{n} = N/10$)。在对选定的一系列中微子质量进行到达时间修正后，进行周期折迭。计算各统计量的数值，检验其显著性。经普遍搜索和重点分析，得到一个高显著性事例，其对应的中微子质量和周期值