

微重力条件下悬浮区中的Marangoni对流

唐 泽 眉

(中国科学院·力学研究所)

本文研究微重力条件下悬浮区中的表面张力梯度驱动对流。采用有限元方法数值研究二维、轴对称悬浮区中的定常流动和温度分布,讨论 P_r 数及自由面上散热条件的影响。计算表明, P_r 数(M_a 数)增大时,流区大部分自由表面上温度梯度减小,流区流速较小,对流热输运较扩散效应增强。只要能维持自由面上一定的温度梯度,在较大的 P_r 数(M_a 数)时,仍能得到收敛的定常解。

主题词: 对流, 失重环境, 研究。

一、引 言

沿流区自由表面的表面张力梯度会驱动流体运动,称这种流动为Marangoni对流(也称表面张力对流或毛细对流)。沿流区自由表面温度或溶液浓度的改变会引起表面张力的变化并产生这种流动,它们相应地称为热毛细对流和扩散毛细对流,是独立于浮力驱动的另一种流动机制。在常重力情况下,很多问题中,重力和浮力都起着主要作用,往往忽略表面张力产生的对流效果。微重力环境中的某些空间材料生产过程,例如,具有较大的温度梯度和无容器的晶体生长过程,表面张力会对流动,传热,质量输运过程起控制作用,直接决定了空间材料生产的质量。

适应空间应用迅速发展的需要,国外已对Marangoni对流开展了广泛的研究。地面和空间实验观测分析了悬浮区液桥的浮力和表面张力驱动对流的区别和联系^[1]。详细的数值计算研究了悬浮区中的温度分布和流场,讨论了Marangoni数,表面张力雷诺数 R_o , P_r 数……等参数对表面张力驱动对流的影响^[2]。也有数值模拟结果与空间实验的比较^[3]。最近几年来,实验观测到,当 M_a 数增长到一定程度时,稳定对流转变为振荡对流,并量测了振荡频率^[4]。这种流动对晶体生长极为不利。许多工作都围绕这个问题进行:研究从恒定到振荡流动转换时的临界参数^[5,6];分析产生振荡流动的机制^[7,8],以及消除振荡对流的措施^[9,10]。在空间微重力环境中,一些在常重力条件下忽略的因素由于重力的减弱而突出出来,影响流动的参数很多,例如 M_a 数, P_r 数, R_o 表面张力雷诺数, G_r 数, B_i 数, B_o 数等等,理论分析解有一定的困难。空间实验的实现和量测难度很大。由于常重力条件,地面实验必须限制液桥高度(2 mm左右),以模拟空间晶体生长的表面张力对流问题,很小的尺寸给量测和研究液桥中的流场和温度场带来许多困难。因此,直到现在有关振荡Marangoni对流的研究还刚刚开始。为适应空间材料生产的需要,我们将从地面、空间实验、理论分析和数值模拟多方面分析研究Marangoni对流问题。本文讨论在无重力条件下,由于 P_r 数变化引起

Ma 数改变, 以及表面与环境温度对稳定表面张力对流场及温度分布的影响。

二、物理模型及基本方程

如图 1 所示, 我们用二个分别加热到不同温度的圆柱 ($T_2 > T_1 > T_c$) 和中间的液桥模拟悬浮区熔法晶体生长中的结晶体与熔体。结晶体与熔体的交界面取为平面, T_c 为环境温度, 表面张力随温度的变化率取为常数, 温度越低表面张力越大。因此, 将形成如图所示的表面张力驱动对流。根据我们对 Marangoni 对流自由边界问题的研究^[1], 在无重力和特定的压强与表面张力比值时, 静态流区边界是和上下圆柱直径相等的圆柱面 (接触角为 90°), 一般毛细管数 $Ca < 1$, 这个圆柱形静态流区边界是动态边界的良好近似。因此, 我们将流区边界取为圆柱面。流动是二维轴对称的, 取下端圆柱中心 O 为坐标原点, 采用柱坐标系。液桥中的流体满足下列质量、动量及能量守恒方程:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (2)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} \right) \quad (3)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial r} = K \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (4)$$

其中 $K = \frac{k}{\rho C_p}$ 为热扩散系数, k 为导热率。 x , u 以及 r , v 分别相应于轴向和径向的坐标与流速。 T 表示温度, μ —动力粘滞系数, ρ 流体密度, p —流体压强。

在流区自由表面上满足切向剪应力 (粘性力) 与表面张力平衡条件

$$\mu \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{\partial \sigma}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \quad (5)$$

由 (5) 式, 定义特征流速, 取液桥高度 L 为特征长度, 上下温差 $\Delta T = T_2 - T_1$ 为特征温度, 特征流速为 $U = \frac{|\partial \sigma / \partial T| \Delta T}{\mu}$, 方程组 (1) ~ (4) 的无量纲形式为:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} = 0 \quad (6)$$

$$R_\sigma \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} \quad (7)$$

$$R_\sigma \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} \quad (8)$$

$$M_\sigma \left(u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial r} \quad (9)$$

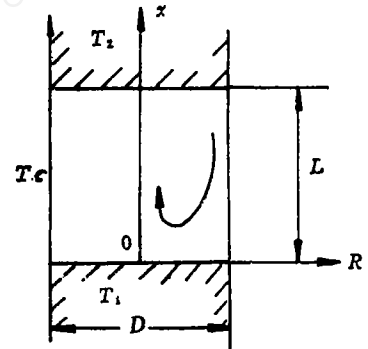


图 1 物理模型简图

其中表面张力雷诺数 $R_v = \frac{U_R L}{\nu} = \frac{\sigma_T \Delta T L}{\rho \nu^2}$ 表示表面张力驱动对流的惯性力与粘性力之比;

P_r 数 ($P_r = \frac{\nu}{K}$) 为动量扩散与热扩散之比; $Ma = R_v \cdot P_r = \frac{L U_R}{K}$, 是表面张力驱动对流引起的热迁移效应与扩散效应之比; 反映浮力与粘性力相对重要性的无量纲参数为 G_r 数,

$G_r = \frac{g \beta \Delta T L^3}{\nu^2}$, 无重力条件下, G_r 数为零; 无量纲压力参考值为 $\frac{u U_R}{L}$, θ 为无量纲温度。自由表面上的切向平衡条件 (5) 无量纲化为:

$$\frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (10)$$

三、计算方法及边界条件

将方程 (6)~(8) 化为涡度, 流函数方程。柱坐标系中, 由 $\frac{\partial \psi}{\partial x} = -v$, $\frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\psi}{r} = u$ 定义

流函数。涡度 $\xi = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial r}$ 。因此, 连续方程 (6) 自动满足。

$$\text{流函数方程: } \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{\psi}{r^2} = -\xi \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \text{涡度方程: } R_v \left[\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial (r\psi)}{\partial r} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial x} \xi \right] \\ = \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial r} - \frac{\xi}{r^2} \end{aligned} \quad (12)$$

从 (10) 式有

$$\xi|_{\text{自由面}} = \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (13)$$

能量方程 (9) 和式 (11), (12) 在以下边界条件下求解。

自由面及中心轴为流线, 取 $\psi = 0$, 液固交界面采用不滑移条件 $\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0$ 。在涡度方程

中, 自由面涡度由 (13) 式决定, $\xi = \frac{\partial \theta}{\partial x}$, 中心轴 $\xi = 0$, 液固交界面采用不穿透条件

$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} + \frac{\psi}{y}$ 。能量方程: 热端液固交界面上无量纲温度 $\theta = 1$; 冷端 $\theta = 0$; 中心轴上 $\frac{\partial \theta}{\partial n} = 0$ 。

自由面向外辐射能量 $\frac{\partial \theta}{\partial n} = -Bit(\theta^4 - \theta_c^4)$, θ 为流区自由表面上无量纲温度; θ_c 为环境温度;

Bit 为 Biot 数, 是热辐射与传导作用相对重要性的表征, $Bit = \frac{\epsilon \sigma L (\Delta T)^3}{k}$, ϵ —辐射系数,

σ —Stefan-Boltzman 常数, k —导热率。

采用有限元方法对 (9), (11), (12) 式进行数值计算。流区分分为 300 个大小不等

的三角元, 考虑到在高 M_a 数条件下, 热边界层很薄, 液固相交边界附近温度梯度很大, 相应地有较密的网格, 较小的三角元。计算中采用线性插值函数。

四、结果和讨论

1. 计算结果

我们研究 P_r 数不同的流体在几种加热温差和散热情况下的流场和温度场, 计算的参数如表所示, 表面张力雷诺数均取为100。

表1 计算参数

	P_r	M_a	Bit	T_c (°C)	T_2 (°C)	T_1 (°C)
1	1	1×10^2	2×10^{-4}	20	30	20
2	10	1×10^3	2×10^{-4}	20	30	20
3	50	50×10^3	2×10^{-4}	20	30	20
4	1×10^2	1×10^4	2×10^{-4}	20	30	20
5	1.2×10^2	1.2×10^4	2×10^{-4}	20	30	20
6	40	4×10^3	2×10^{-4}	20	30	20
7	40	4×10^3	2×10^{-4}	20	75	65
8	40	4×10^3	0.25	20	70	20
9	1.0×10^2	1×10^4	1.25	20	70	20

图2是一组表面温度分布曲线, 它们的加热温度, 环境温度, Bit数均相同 ($T_1 = T_c = 20^\circ\text{C}$, $\Delta T = 10^\circ\text{C}$)。不同的 P_r 数相应于不同的 M_a 数 ($M_a = R_o P_r$), P_r 数增加, M_a 数增大。图中曲线①是 $P_r = 1$, $M_a = 100$ 时的表面温度分布, 它接近于仅有热扩散无热对流和散热的 45° 表面温度分布直线。 P_r 数增大时, 对流输运热相对于传导热作用加强, 流体沿自由面自热端向冷端流动, 把热量带至冷端, 使冷端, 自由面附近区域温度增高, 在接近冷端及热端液固交界面附近, 温度梯度加大, 自由面中间大部分区域温度梯度减小, 表面温度分布曲线往图右侧移动。 P_r 数越大曲线越往右移。在 $P_r = 120$ 时 (曲线⑤), 自由面的大部份 ($x = 0.1 \sim 0.8$) 温度梯度接近于零, 而在热、冷两端有很大的温度梯度。当 P_r 数继续增加时, 我们没有得到收敛的定常解。

图3是两组表面温度分布曲线的比较, 它们的 P_r (M_a) 数相同, 但实验温度和散热条件不同。曲线⑥—⑦仅是实验温度不同 (见表), 这意味着辐射散热的边界条件不同, 实验温度越高, 相对于不变的环境温度会越好的散热效果, 这也就是曲线⑦位于⑥左侧的原因。曲线⑨和④的加热温度和 Bit 数都不同, 曲线⑨虽有较高的 M_a 数, 因它的散热效果最好, 它仍位于图3中各条曲线的最左面, 有最大的表面温度梯度。

流区内部的温度梯度如图4所示, 根据分析可知, 当 M_a 数为零, 表面为绝热条件时, 等温线将是水平, 均匀分布的。随着 M_a 数的加大, 沿自由面从热端向冷端的流动, 将使自

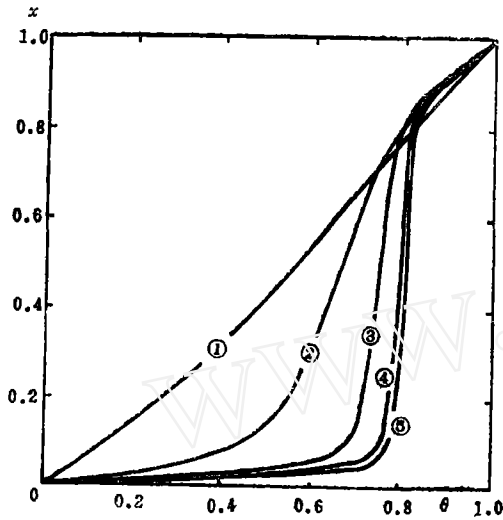


图2 表面温度分布

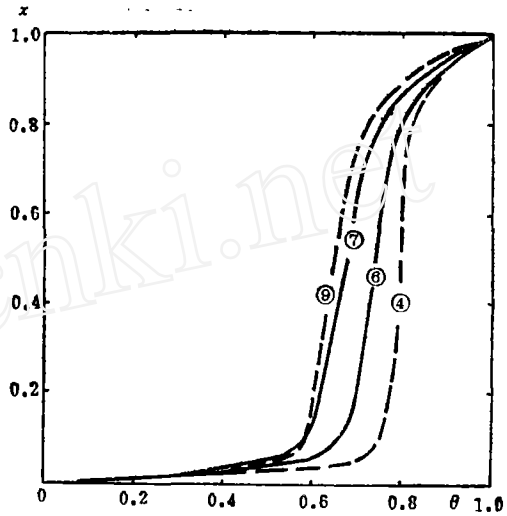
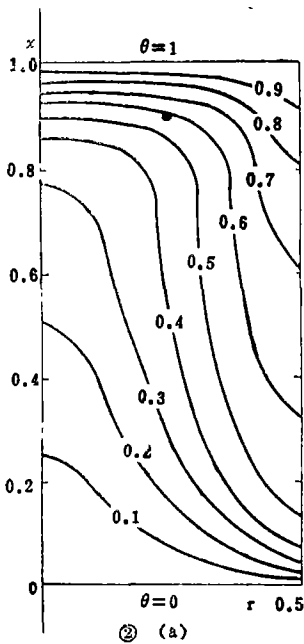
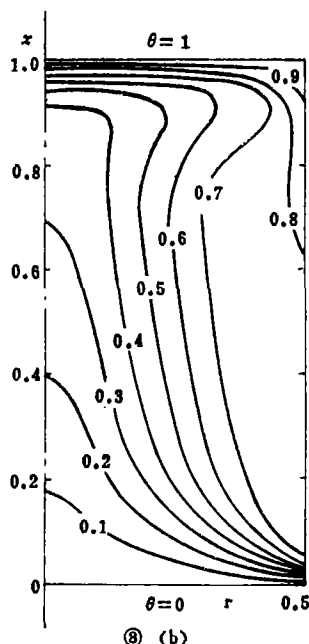


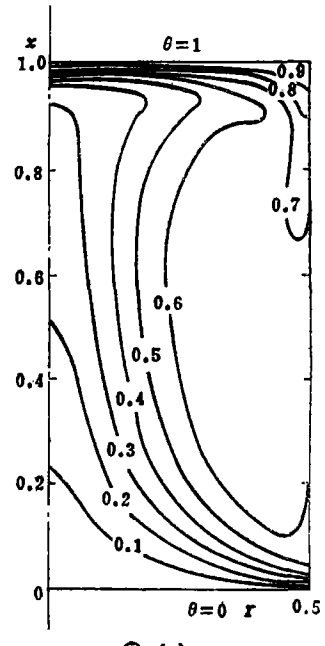
图3 表面温度分布



② (a)



④ (b)



⑥ (c)

图4 流区温度分布

由面附近等温线向冷端集中，而中心轴附近，由于从冷端向热端流动，使等温线向热端中心部分集中，因此，这两个区域的温度梯度都很大。图4 (b) ($Ma = 1 \times 10^4$) 的热端附近区域温度梯度为负值。图4 (b, c) 都相应于 $Ma = 1 \times 10^4$ ，它们内部温度分布的差别是由不同散热条件引起的。较好的散热效果 (图4 (c)) 使流区接近自由面的区域中温度降低，自由面中心区域切向温度梯度增加，对流输运作用较强。

图5，分别相应于表中②、④组的流函数分布。 P_r 数 (Ma 数) 越大，对流热输运相对

于热扩散作用越大，表面切向温度梯度越小，因此，相应的流函数值和流速都比较小。图6是相应于这两组参数的涡度分布。

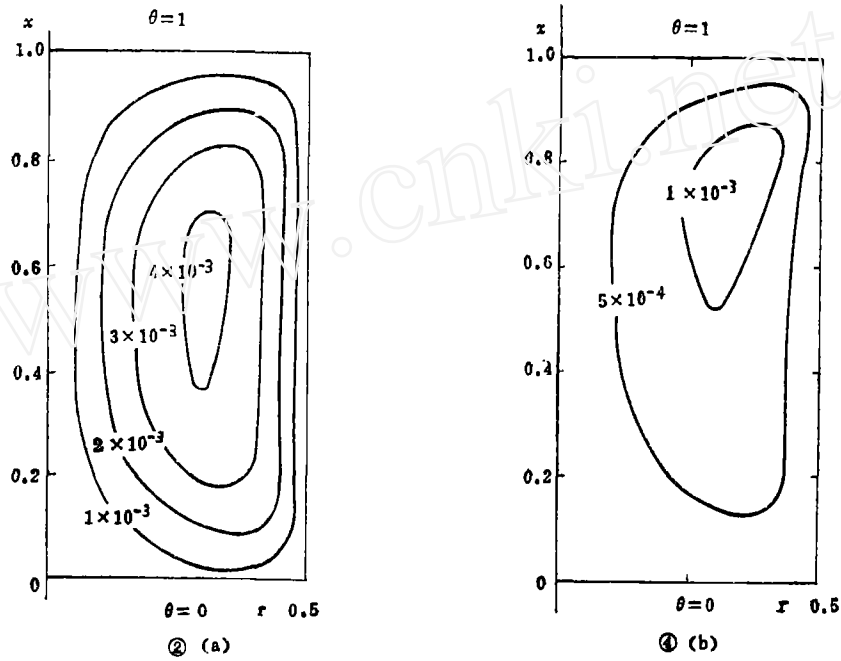


图5 流函数分布

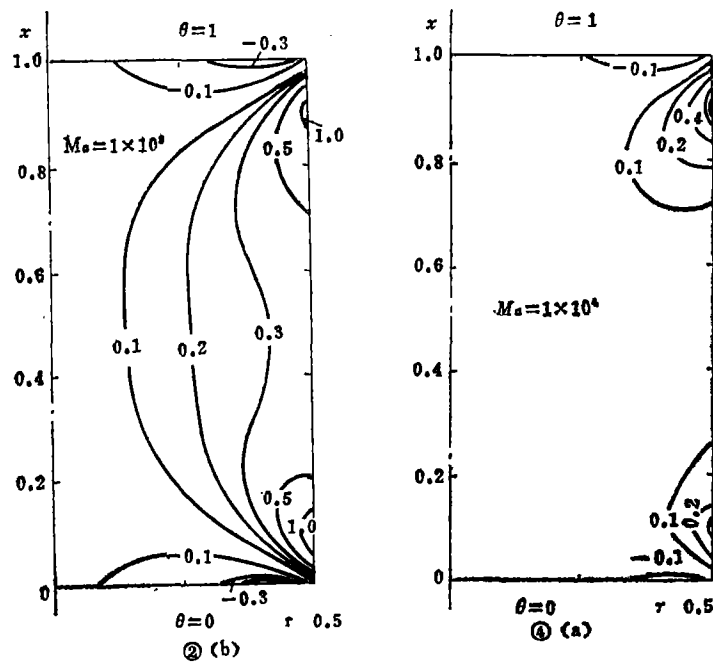


图6 涡度分布图

2. 讨论

从计算结果可以看出,流区自由面上的温度分布不仅受到 P_r 数的影响,也受到自由面散热条件的直接作用。在 Marangoni 对流中,表面温度分布决定了表面张力梯度的大小,从而决定了流动的驱动力。散热效果好将会有较大的表面张力梯度。

这些结果给我们一个启示, Marangoni 对流的驱动力来源于表面张力梯度,因此,自由面上的边界条件至关重要。只要改变自由面上的温度分布或流速分布,就可能改善区域中的流场和温度场,抑制振荡对流。这些可以用改变环境温度、散热条件(例如冷却或环境气流循环)或加表面切向气流来实现。

当 P_r 数增加到大于120($Ma > 1.2 \times 10^4$)时,我们没有得到收敛的定常解,也难于设想和推断更大的 P_r 数(Ma 数)会有什么样的流动和温度场。计算不能得到收敛的结果反映了物理原因引起的振荡还是数值计算的振荡值得进一步研究。当 Ma 数较大时,流区温度分布图中局部负温度梯度的出现也使我们很感兴趣,在适当的微重力及常重力条件下,若重力作用在 x 轴相反方向,它们可能引起浮力不稳定,产生振荡对流,对材料生产极为不利。

我们的计算相应于不变的 Re 数,反映了 P_r 数改变时引起的流场,温度分布的变化。计算的 P_r 数在1~120之间变化。 P_r 数是所讨论流体本身物理特性的表征。这些结果对硝酸钠($P_r=9.3$),硅油(3000cst, $P_r=79\sim 87$),氟油($P_r=64$),甲醇(6.8)……等液体是适用的,这些液体用于表面张力对流的地面、空间实验研究。但是空间材料生产的液态金属, P_r 数都远小于1(例如铝, $P_r=2 \times 10^{-2}$;镓, $P_r=2.4 \times 10^{-2}$)。小 P_r 数会使结果有什么变化,它是实际应用需要解决的问题,使我们很感兴趣。

我们工作中将晶体和熔体交界面假定为固定平面。实际上,晶体不断熔化、结晶的过程使这个界面的形状与温度分布密切相关,它涉及到相变对流的问题。

我们将进一步深入研究这些问题,计算结果将与即将进行的实验结果相比较。

参 考 文 献

- [1] D. Schwabe, A. Scharmann and F. Preisser; Studies of Marangoni Convection in Floating Zones, Acta Astronautica, 9 (1982), No. 3, PP.183—186
- [2] B-I. Fu and S. Ostrach; Numerical Solutions of Thermocapillary Flows in Floating Zones, ASME, PED-10, HTD-29 (1983), PP.1—9
- [3] Ch. H. Chun; Numerical Study on the Thermal Marangoni Convection and Comparison with Experimental Results from the Texas-Rocket Program, Acta Astronautica, 11 (1984), No. 3—4, PP.227—232
- [4] D. Schwabe and A. Scharmann; Some Evidence for the Existence and Magnitude of a Critical Marangoni Number for the Onset of Oscillatory Flow in Crystal Growth Melts, Journal of Crystal Growth, 46 (1979), PP.125—131
- [5] Rodolfo Monti; On the Onset of the Oscillatory Regimes in Marangoni Flow, Acta Astronautica, 15 (1987), No. 8, PP.557—560
- [6] C. H. Chun and W. Wuest; Experiments on the Transition from the Steady to the Oscillatory Marangoni-Convection of a Floating Zone under reduced Gravity Effect, Acta Astronautica, 6 (1979), PP.1073—1082
- [7] S. Ostrach, Y. Kamotani, C. L. Lai; Oscillatory Thermocapillary Flow, Physicochemical

- Hydrodynamics, 6 (1985), No. 5/6, PP.585—599
- [8] Wen Rui Hu: The Influence of Buoyancy on the Oscillatory Thermocapillary Convection with Small Bond Number, The Paper IAF-88-365 at The 39th Congress of the International Astronautical Federation, Bangalore, India, October 8—15, 1988
- [9] CH.H.Chun and W.Wuest, Suppression of Temperature Oscillations of Thermal Marangoni Convection in a Floating Zone by Superimposing of Rotating Flows, Acta Astronautica, 9 (1982), No. 4, PP.225—230
- [10] Y.Kamotani and J.Kim, Effect of Zone Rotation on Oscillatory Thermocapillary Flow in Simulated Floating Zones Journal of Crystal Growth, 87 (1988), PP.62—68

THERMAL MARANGONI CONVECTION IN FLOATING ZONES UNDER MICROGRAVITY CONDITIONS

Tang Zemei

(Institute of Mechanics, Academia Sinica)

Abstract

The convection driven by surface tension in floating zones under microgravity condition is studied in present paper. The Finite Element Method is used to determine the two-dimensional, axisymmetric steady flow and temperature fields. The interest of this study is centered on the effects of the Prandtl number and surface heat loss. The results show that the tangential temperature gradient in the considerable section of free surface and the flow velocity in the liquid bridge decrease as Prandtl number increases, and compared with thermal diffusion the thermal convection becomes more and more dominant over most of the floating-zone. A convergent steady flow pattern and temperature field for a higher Pr (Ma) number can be get if a certain temperature gradient along free surface is maintained.

Subject Term: Convection, Weightless environment, Research.