第4卷第4期　复合材料学报　Vol. 4 No. 4
1987年12月　ACTA MATERIAE COMPOSITAE SINICA　December 1987

单向复合材料弹性常数微观力学分析的探讨

王震鸣　游绍建

（中国科学院力学研究所，北京）

摘　要

本文所探討的問題，由于复杂和困难，虽經过許多学者数十年的研究，取得了重大的进展，但至今还未很好解决。我們对各种簡化假定的合理性、不同計算模型的差别以及不同計算方法的影响等作了簡要的探討。对前人的工作略加評述。对常見公式的适用性提出一些看法。对一些現象的机理作了解释。給出了有一定的理論背景和实驗依据的半經驗公式，可适用于各种纤維增强聚合物基体复合材料。

一、引　言

本文所探讨的问题，由于复杂和困难，虽经过前人数十年的研究，还未很好解决。例如单向复合材料的横向弹性模量和剪切模量等几个弹性常数的微观力学分析问题，从严格而又比较精确的要求来看，由于问题过分复杂，没有很好解决。各种计算模型及导出的各种公式之间差别较大；同一公式用于不同复合材料，其精度相差很大；理论计算和实验结果的差别较大；不同来源的实验数据之间差别很大。因此，关于单向复合材料弹性常数微观力学的分析问题，仍需要继续探讨。

二、关于简化假定和计算模型的探讨

单向复合材料的弹性常数，实际上是接近正交各向异性的，在垂直于纤维的截面上，纤维的分布和排列是不规则的，情况比较复杂。例如碳纤维、Kevlar纤维和玻璃纤维是呈束状的，每束有数百至数千根不等，因此这些纤维在复合材料的截面上呈丛状分布：在一束纤维之间排列得相当密集，而在纤维束之间间隔较大。硼纤维较粗不呈束状，纤维在基体中的分布与束状纤维的分布有所不同。在蔡为仑采用 Hashin 公式的半经验公式中（见文献［2］的（3.65），（3.67）和（3.68）式），有一个修正系数C，表示纤维的邻接程度（C＝1 表示

本文1986年8月1日收到

互相接触，C＝0表示互相分离），他们从所得的玻璃/环氧实验数据和半经验公式作比较后发现，取C＝0.2，则若干弹性常数的计算和实验结果相当一致；对硼/环氧，取C≈0.05，可得较好的结果。对于碳/环氧，我们作了估算，倾向于取C≈0.4～0.6。暂且不论纤维的体积百分比V_f对C值应产生何种影响的问题，对于相同的V_f，为什么随复合材料的不同C值有如此巨大的差别呢？这与纤维直径的不同和纤维分布不均匀的方式都有关系，束状纤维的平均修正系数C大于分散纤维的平均修正系数，这是可以想像的了。

上述纤维分布的不均匀性和排列的不规则性是难于在微观力学分析中精确考虑的，需要作些简化假定，最简单的是假定纤维在截面上是均匀分布的和有规则排列的，把单向复合材料层片看成是正方晶系材料或横向同性材料，后者由于$G_{23}=E_2/[2(1-\nu_{23})]$，只有5个独立的弹性常数。

在单向复合材料作微观力学分析时，常用的简化假定有：（1）纤维是连续的，且互相平行；（2）纤维和基体在界面上的结合是完全的，应力和位移是连续的；（3）纤维在基体中按一定规则（正方点阵、斜方点阵和正六角形点阵等）均匀排列和分布；（4）各纤维具有相同的截面形状和大小，沿纤维方向不变；（5）纤维是横向同性或各向同性材料，基体是各向同性材料；（6）复合成复合材料后，纤维和基体的性能不变；（7）不考虑纤维和基体中裂纹和缺陷的影响；（8）不考虑孔隙率的影响；（9）不考虑残余应力、残余应变和吸湿的影响；（10）纤维和基体都是线性弹性的，不考虑粘弹性和塑性等。这些假定，在计算不同的弹性常数时可引入不同的误差，且和试件质量有关。对于计算E_1来说，上述假定所引起的误差都相当小。通常认为玻璃纤维和硼纤维是各向同性的，从电镜照片看，硼纤维在纵向呈迭盘状，在构造上也可出现一定程度的横向同性，在文献[1]表1中，E_1的计算值与实验值有较明显的差别（有的相差23.3%），是否与此有关，还是实验误差？碳纤维和Kevlar纤维可认为是横向同性的。在计算泊桑比时不考虑纤维和基体中裂纹、缺陷和孔隙率的影响以及界面结合的不完善，都会引入较大的误差。对于计算横向弹性模量E_2和剪切模量G_{12}，G_{23}来说，除刚才已指出的诸点外，纤维的不平行度和排列的随机性等都可产生误差。

在用微观力学方法确定复合材料的微观和宏观弹性常数之间的关系时，必须采用实验手段才能确定纤维、基体和复合材料层片的弹性常数值。在测量过程中都存在着有时较小有时较大的误差，视不同的弹性常数和不同的测试方法而有差别。这是理论计算结果和实验数据间存在差别的又一个重要因素。

纤维、纤维束和块状基体材料的性能，与单向复合材料中的纤维、纤维束和基体材料的力学性能是不完全相同的，存在着一定程度的不可忽视的差别。前者没有经过复合，不存在复合效应，一束或一根纤维在纤维方向受拉时应力和应变的分布在每根纤维和各纤维之间是是不均匀的，有许多薄弱环节，其最大应变和平均应变就不同于复合材料中的最大应变和平均应变。在复合材料中，纤维和基体在承载和变形方面有协同作用，主要是基体在界面上有传递剪应力的作用，使最大应变和平均应变的差别减小，平均断裂应变增大。被大量纤维分隔加上有无数孔隙和裂纹的基体，很难想象能和块状基体完全相同，在纤维、基体和裂纹孔隙间应力的相互作用和变形情况，很难用连续介质力学来精确描述。这些差别，也使理论计算和实验结果间存在差别。

单向复合材料若干弹性常数的测量精度往往高于纤维或纤维束有关弹性常数的测量精度。纤维很细是脆性材料，容易损伤折断，测量起来也比较困难。除纤维、纤维束和单向复合材料的E_{f1}和E_1可测得相当精确外，纤维的某些弹性常数如横向模量E_{f2}、剪切模量

G_{f12}，G_{f23}和纵向压缩模量E_{f1}等很难测量，往往要由复合材料层片测得的弹性常数按微观力学的公式反推算出来，除计算E_1的公式外，其余复合公式的精度尚有问题，由此推算纤维的弹性常数，其精度与适用范围也是有条件的了。用某个微观力学复合公式推算而得的纤维性能，就和用另一个复合公式推算得的纤维性能不一致，这是显然的。如将由两个不同公式所得的纤维和基体的力学性能，再用原来的复合公式，计算V_f有些改变时的性能，两者算得的单向复合材料的弹性常数都可相当精确而且接近，有实用价值。而用前一种复合公式反推算得的纤维和基体的性能，用于后一种复合公式，那误差就很大了，反之亦然。由单向复合材料的试验数据，用微观力学公式反算得的纤维和基体的性能，是一种平均意义下性能，它包括了复合材料在这种工艺条件下的孔隙率、裂纹、缺陷、吸收水份和残余应力等，与单独测量所得的纤维和块状基体的性能就不完全相同了。将单向复合材料的理论计算公式和实验结果作比较时，要用到纤维和基体的力学性能，若这些性能不是对纤维和基体直接测定的，而是用某种复合公式反推算出来的，且与新导得的复合公式不一致，那末误差就有可能很大，应注意到这种情况。

在理论上认为考虑得相当严格和周到的公式，如果和实验结果的规律性总是相差很大，那么这种公式就没有多少实用价值。

除简化假定外，计算模型的选取，纤维排列方式的假设和计算方法（弹性力学方法、材料力学方法和数值计算方法）的选择，都对用微观力学方法计算复合材料的弹性常数产生明显的影响。完善的计算模型，需要精确的计算方法；粗糙的计算模型，不值得采用精确的和非常严格的计算方法。

采用各种计算模型，例如片状模型(其中纤维和基体都呈片状，包括片状串联模型和并联模型)，回字形模型（基体围在方柱形纤维的周围，呈方形），外方内圆模型（基体围在圆柱形纤维的周围，呈方形）和同心圆柱形模型（基体围在圆柱形纤维的周围，呈圆形）等，再采用应力和应变分布的简化假定，满足力的平衡条件和应变协调条件，或$\varepsilon_1=0$或$\varepsilon_1\neq0$等假定，可用材料力学、弹性力学或有限元计算，得到许多理论公式或半理论半经验公式。我们在尚未出版的书稿中，详细地推导和分析过上述模型的许多公式，並设定几种材料，作过计算和比较，由于需要很多篇幅，在本文中就不再推导这些公式，只在必要时引录或提及某些公式。

三、若干弹性常数的计算公式

1、弹性模量E_1

对于纵向弹性模量，采用上述简化假定、各种计算模型和计算方法，都得到几乎完全相同的结果，公式为

$$E_1=k_1(E_{f1}V_f+E_mV_m) \tag{3.1}$$

其中k_1为修正系数，由实验确定。一般说来，$k_1=0.9\sim1.1$，为安全起见取$k=0.9\sim1.0$；对于较好的工艺条件和精确测定的试件，可取$k_1=0.95\sim1.00$；为简单起见，可取$k_1=1$。E_m为基体的弹性模量，V_m（$=1-V_f$）为基体的体积百分比。

用弹性力学方法导得的E_1公式，只比（3.1）式多一项，略去此项的误差小于0.1%。看来，测量误差和复合效应是$k_1\neq1$的主要原因。

可将(3.1)式推广应用到纤维和基体都具有非线性弹性的情况和拉、压模量不同的情况。

计算E_1的（3.1)式已经经典化了，这是计算弹性常数中最简单最精确和最重要的公式。

2、泊桑比ν_{12}和ν_{23}

（1）泊桑比ν_{12}用不同的计算模型和方法可以导得或简或繁的许多公式，加以比较后，取下列公式：

$$\nu_{12}=K'\left(\nu_{f12}V_f+\nu_m V_m\right) \tag{3.2}$$

（3.2）式看起来和（3.1）式一样简单，但实质上却复杂很多。例如，从文献[2]附录C中可看到硼/环氧和碳/环氧在纵向受拉（或受压）时，测得的ν_{12}随纵向拉伸（或压缩）应变的增大而减小（或增大）的现象。还可以看到，对于硼/环氧，当纵向压缩应变较大（譬如说大于1%）时，ν_{12}接近或超过0.5；对于碳/环氧，在纵向受压时，ν_{12}总是超过0.5。此外，在某些文献上记载的ν_{12}的实验值，明显小于按（3.2）式中$K'=1$时的结果。这些现象，单从纤维和基体的泊桑比是无法说明的，其中存在着相当复杂的应力和应变状态。在实际复合材料中，存在着空隙、缺陷、裂缝和界面结合不完善的情况，这些又和工艺水平、纤维的结晶构造、热膨胀系数和固化过程等有关。由于作理论推导时，所采用的简化假定和计算模型不大符合实际情况，因此所导得的理论公式就和实验结果不一致了。这是客观存在的现象，不是由实验误差引起的。大家知道，$\nu_{12}=-\dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$。在纵向受拉时，在硼/环氧和碳/环氧中，由于基体的ν_m大于纤维的ν_{f12}，使得复合材料中的空隙和裂纹增大和增多，造成试件在外观上的收缩量比预期的要小，因此，测得的即实际复合材料的ν_{12}变小了。这种情况是无法从简化模型来解释的。在大量纤维已经接触或相当接近的情况下，刚度较小且为大量纤维所分割的基体所产生的收缩应变，可为刚度较大的纤维所阻，引起裂纹的扩大和界面处的脱开，使测得的ν_2下降，並且ν_2随拉伸应变的增大而减小，这种现象碳/环氧要比硼/环氧来得明显。在纵向受压时，纤维和基体在横向处于可比较自由膨胀的状态，除克服一部分空隙和裂纹的间隙外，侧向应变较纵向受拉时的侧向应变大，纤维和基体之间亦存在着复杂的应力状态，产生裂纹和微屈曲，使侧向的膨胀应变比预期的大，因此ν_{12}变大，出现ν_{12}随纵向压缩应变的增大而增大接近和超过0.5的现象。当纵向的拉、压应变都很小时，对于硼/环氧，受拉与受压时的ν_{12}相差很小，而对于碳/环氧，则几乎相差一倍。这可能与碳纤维较细，纤维束间有较多孔隙和纵向裂纹，以及碳纤维的结晶沿纵向作片状排列，而硼纤维较粗不呈索状空隙主要来自基体和界面有关。既然纵向受拉和受压时，测得的ν_{12}不相等，所以采用（3.2）式就不够精确。对于玻璃/环氧，纵向受拉或受压时，ν_{12}值几乎相等，试验值和$K'=1$时的(3.2)式符合得比较好，因此给人们一种印象，好象这个公式是一个相当精确对于各种复合材料都适用的混合定律。从上面所讨论的情况来看，泊桑比ν_{12}的复合公式並没有很好解决。当试件的质量很好，对于玻璃/环氧，大部分的实验结果表明，若在（3.2）式中，取$K'=0.95\sim1.0$，可以符合得相当好。对于其他情况，研究得还不够充分。由于泊桑比在一般的问题中对计算结果影响不大，大多数的理论公式和(3.2)式相近，为简单起见常常采用（3.2）式。

对于ν_{12}，取正六角形点阵排列的计算模型要比取正方点阵排列的模型大些。采用同心圆柱模型和弹性力学方法导得的公式，相当于在（3.2）式中取$K'=0.97$，也是假定复合材料中没有空隙、裂纹和缺陷的情况下导得的。

（2）泊桑比ν_{23}有许多文献和著作建议采用下式：

$$\nu_{23}=\nu_{f23}V_f+\nu_m V_m \tag{3.3}$$

(3.3) 式和实验结果相比，明显偏小。如在文献[3]和他们的研究报告中，给出了用超声波法测得的玻璃/环氧和碳/环氧的ν_{23}比（3.3）式算得的大。对于没有空隙、裂纹和缺陷的理想情况，（3.3）式是比较合理的。对于实际复合材料，由于简化假定不大符合实际情况，因而和（3.3）式给出的数值不一致。

在文献[4]中，与实验数据作比较后给出：

$$\nu_{23}=\nu_{f23}V_f+\nu_m V_m\left(1+\nu_m-\nu_{12}\frac{E_m}{E_1}\right)\left(1-\nu_m^2+\nu_m\nu_{12}\frac{E_m}{E_1}\right)^{-1} \tag{3.4}$$

由于$\nu_{23}=-\dfrac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2}$，在方向2上分别受拉或受压时，测得的两个$\nu_{23}$，按理论概念判断，应有所不同，但目前还没见到这种实验资料。用超声波法测得的ν_{23}（或ν_{12}），是受拉和受压时ν_{23}（或ν_{12}）在应变较小时的平均值。关于计算ν_{23}，我们建议采用下列公式：

$$\nu_{23}=(\nu_{f23}V_f+\nu_m V_m)\left\{1.095+(0.8-V_f)\left[0.27+0.23\left(1-\frac{E_{f2}}{E_{f1}}\right)\right]\right\} \tag{3.5}$$

3、E_2、G_{12}和G_{23}

这些模量的计算问题，由于计算公式和问题的复杂性方面存在着类似的情况，因此放在一起研究。大家知道，片状模型的公式很简单，串联模型的公式为

$$\frac{1}{E_2}=\frac{V_f}{E_{f2}}+\frac{V_m}{E_m},\quad \frac{1}{G_{12}}=\frac{V_f}{G_{f12}}+\frac{V_m}{G_m},\quad \frac{1}{G_{23}}=\frac{V_f}{G_{f23}}+\frac{V_m}{G_m} \tag{3.6}$$

並联模型的公式为

$$\left.\begin{array}{l} E_2=E_{f2}V_f+E_{m2}V_m,\qquad G_{12}=G_{f12}V_f+G_mV_m \\ G_{23}=G_{f23}V_f+G_mV_m \end{array}\right\} \tag{3.7}$$

由(3.6)式算得的E_2，G_{12}和G_{23}比实验值小百分之几十，误差较大，不能令人满意。由(3.7)式算得的E_2，G_{12}和G_{23}，比实验值大若干倍，只有在理论探讨和在植村-山胁经验公式中用到它。

采用回字形模型和等应力或等应变假设，可导得两组计算E_2，G_{12}和G_{23}的公式，都比片状串联模型的公式更接近于实验值，但仍不能令人满意，误差还较大，其中以等应变假设导得的公式较好，公式为：

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{E_2}{E_m}=\left\{1-\sqrt{V_f}+\sqrt{V_f}\left[1+\sqrt{V_f}\left(\dfrac{E_{f2}}{E_m}-1\right)\right]^{-1}\right\}^{-1} \\ \dfrac{G_{12}}{G_m}=\left\{1-\sqrt{V_f}+\sqrt{V_f}\left[1+\sqrt{V_f}\left(\dfrac{G_{f12}}{G_m}-1\right)\right]^{-1}\right\}^{-1} \\ \dfrac{G_{23}}{G_m}=\left\{1-\sqrt{V_f}+\sqrt{V_f}\left[1+\sqrt{V_f}\left(\dfrac{G_{f23}}{G_m}-1\right)\right]^{-1}\right\}^{-1} \end{array}\right| \tag{3.8}$$

采用外方内圆模型和等应力或等应变假设，也可导得计算E_2，G_{12}和G_{23}的两组公式，从某些方面看，外方内圆模型应比回字形模型要好些和精确些，但和实验结果相比，却不比(3.8)式好，公式也较繁，没有推荐价值，因此不抄录了。

采用同心圆柱模型，用弹性力学方法导得的E_2，G_{12}和G_{23}公式中，只有计算E_2的公式比较精确，它对应于纤维作正六角形排列的情况，采用了$\varepsilon=0$的假定，也引入了一些误差，

但和较多的实验结果比较符合，公式为

$$E_2=\frac{4}{\frac{1}{G_{23}}+\left(\frac{1}{K_2}+\frac{4\nu_{12}^2}{E_1}\right)}=\frac{2K_2(1-V_{23})}{1+4K_2V_{12}^2/E_1} \tag{3.9}$$

其中$$K_2=\frac{K_m(K_{f2}+G_m)V_m+K_{f2}(K_m+G_m)V_f}{(K_{f2}+G_m)V_m+(K_m+G_m)V_f} \tag{3.10}$$

$$\left.\begin{aligned}&K_{f2}=\frac{E_{f2}}{2(1\nu_{f23}-2\gamma_{f12}^2\frac{E_{f2}}{E_{f1}}} \qquad K_m\ \frac{E_m}{2(1-\nu_m-2\nu_m^2)}\\&Gm=\frac{E_m}{2(1+\nu_m)}\quad,\quad G_{23}=\frac{E_2}{2(1+\nu_{23})}\end{aligned}\right\} \tag{3.11}$$

此式的缺点是，在计算E_2时要涉及到K_2，G_{23}(或ν_{23})，ν_{12}和E_1等，在计算K_2时要涉及到ν_{f23}，ν_{f12}，E_{f2}/E_{f1}等。已经说明，计算ν_{12}和ν_{23}的公式就不够精确，这些情况都使计算E_2变得复杂和容易积累误差。关于计算G_{12}和G_{23}的公式，由于计算模型不能很好地反映实际情况，用弹性力学方法导得的公式还不如用较好模型和材料力学方法导得的公式。在下面介绍蔡的公式时，要引用圆柱形模型G_{12}和G_{23}的公式，在此从略了。

属于半经验半理论范畴的公式，常见的有四种，其中三种和蔡为仑有关，他在这方面做了许多工作。蔡基于Hashin公式的半经验公式，由于公式复杂和力学概念不够合理，意义不大。基于理论公式化简而得的Halpin-Tsai公式为

$$\frac{M}{Mm}=\frac{1+\xi\eta V_f}{1-\eta V_f} \tag{3.12}$$

其中$$\eta=\frac{(M_f/M_m)-1}{(M_f/M_m)+\xi} \tag{3.13}$$

其中，M代表E_2，G_{12}或ν_{23}；M_f代表E_{f2}，G_{f12}或ν_{f23}；M_m代表E_m，G_m或ν_m。

在(3.12)，(3.13)式中，最关键和困难的是ξ值的选取，它是一个受许多物理因素影响的常数，数值选得合适，则计算值和实验结果可符合得很好，否则它有可能很差。Halpin-蔡和其他学者对ξ曾建议过许多数值，有的ξ值对于某种复合材料例如环璃纤维/环氧符合较好，而对另一些复合材料则不能或不够令人满意，对于计算不同的弹性常数，ξ值也不相同，因此这个问题还未很好解决。

蔡将同心圆柱模型关于K_2(平面应变条件下的横向体积压缩模量)，G_{12}和G_{23}的弹性力学解简化为

$$P=(V_fP_f+\eta V_mP_m)/(V_f+\eta V_w) \tag{3.14}$$

当P分别为$\frac{1}{k_2}$，$\frac{1}{G_{12}}$和$\frac{1}{G_{23}}$时，η分别为η_k，η_{12}和η_{23}，而

$$\left.\begin{aligned}&\eta_k=\frac{1}{2(1-\nu_m)}\left(1+\frac{G_m}{k_{f2}}\right),\quad \eta_{12}=\frac{1}{2}\left(1+\frac{G_m}{G_{f12}}\right)\\&\eta_{23}=\frac{1}{4(1-\nu_m)}\left(3-4\nu_m+\frac{G_m}{G_{f23}}\right)\end{aligned}\right\} \tag{3.15}$$

蔡在片状模型的公式中引入一个参数η(蔡称为应力分配参数)，保持了公式简单和便于应用的特点，问题在于η值的确定。蔡在他的不同著作中，给出的η值并不一致。由(3.14)(3.15)式算得的结果，已比(3.6)式有明显的改进，但对于不同的复合材料，精度不一样，计算K_2，G_{12}和G_{23}时的精度也不一样。G_{23}在推导时对应于下界值，可能误差较大。已经指出，由

K_2计算E_2这组公式和实验符合得要比计算G_{12}和G_{23}好些。现将(3.14)式推广到E_2，並列出计算E_2，G_{12}和G_{23}的公式：

$$\frac{1}{E_2}=\left(\frac{V_f}{E_{f2}}+\frac{\eta_2 V_m}{E_m}\right)\Big/(V_f+\eta_2 V_m) \tag{3.16}$$

$$\frac{1}{G_{12}}\left(\frac{V_f}{G_{f12}}+\frac{\eta_{12}V_m}{G_m}\right)\Big/(V_f+\eta_{12}V_m) \tag{3.17}$$

$$\frac{1}{G_{23}}=\left(\frac{V_f}{G_{f23}}+\frac{\eta_{23}V_m}{G_m}\right)\Big/ V_f+\eta_{23}V_m) \tag{3.18}$$

为了使（3. 16）～(3.18)式能在各种复合材料情况下都和实验结果比较接近，我们参考了量文献，分析计算了许多公式和实验数据，建议采用下列有一定理论背景和实验依据的半经验公式：

$$\eta_2=\frac{0.2}{1-\nu_m}\left(1.1-\sqrt{\frac{E_m}{E_{f2}}}+3.5\ \frac{E_m}{E_{f2}}\right)(1+0.22V_f) \tag{3.19}$$

$$\eta_{12}=0.28+\sqrt{\frac{E_m}{E_{f2}}} \tag{3.20}$$

$$\eta_{23}=0.388-0.665\sqrt{\frac{E_m}{E_{f2}}}+2.56\frac{E_m}{E_{f2}} \tag{3.21}$$

在和大量实验数据作比较后，一般说来符合良好。

植村-山胁在片状串、並联模型的基础上，给出了半经验公式，由于和我国及美国等的实验结果符合得不够好，且只适用于玻璃/环氧，又比蔡和Halpin-蔡的半经验公式复杂，所取的分配系数$C=0.4V_f-0.025$也不够合适，用同一个C值去计算E_2和G_{12}，在理论上未必合理，事实上也不一定合适，因此从略。

四、结　　论

上面讨论了所述问题的复杂性，对常见公式作了简单评述，给出了可用于聚合物基体的各种复合材料的公式。前人已进行了大量工作，从半定量的角度说，问题早已解决。要改进计算结果和实验数据符合的程度，关键在于实验的精度和数量。看来，再采用种种简化假定、各种计算模型和各种计算方法反复研究这个问题的必要性不大了。从实用的角度说，采用有理论背景又有实验依据的半经验公式，可足够精确地解决实际问题。例如，只要用试验确定蔡氏公式中的η和Halpin-蔡公式中的ξ值，由于η和ξ对于V_f的微小变化是不敏感的，因此，当V_f只有百分之几的变化时，仍采用蔡氏公式和已确定的η值，或者采用Halpin-蔡公式和已确定的ξ值，不再做试验，定可得到相当精确的结果，实际问题就能很好地得到解决。

参 考 文 献

[1] Grag, S.K., Svalbona, V., Gurtman, G.A., Analysis of Structural Composite Materials, Marcel Deker, Inc.,New York, 1973, P.61.

[2] Jones, R. M., Mechanics of Composite Materials, McGraw-Hill Book Company, 1975.

[3] Zhu Xiaoguang, Leung, W.P., Qi Zongneng, Wu Renje, Choy, C.L., “Elastic moduli of unidirectional carbon fiber composites”, Proc.ISCMS (Beijing, China, 1986), 135—140.

[4] Foye, R.L., The Transverse Poisson's Ratio of Composites, J.Comp.Mat., Vol.6 (2), 1972, 293—295.

temperature between the inner and outer surfaces of the ring and the unsymmetrical pressures of the coils exerted on the inner surface. In this paper a generalized laminated shell finite element formula including transverse shear strains is presented and a computer programme is written for this problem。 The stiffness and Strength analysis of 25MW generator ring and its ply design are made. The following conclusions are obtained:

1) Because the composite materials have much lower density than steel the asymmetry of external load must be considered.

2) The optimum design of ply may improve the mechanical behavior of the composite ring very much. The elliplicity of deformation and circumferential stress are decreased by 11% and 35% respectively.

The results has been used in product. The experimental and theoretical results are pretty close.

MICROMECHNANICAL ANALYSIS OF THE ELASTIC CONSTANTS FOR UNIDIRECTIONAL COMPOSITES

Wang Zhenming, You Shaojian and Yang Ming

Institute of Mechanics, Academia Sinica, Beijing, China

(Received July 24, 1986)

ABSTRACT

Because of nonuniform distribution and irregular arrangement of fibres in the composite lamina, the foundamental difference between fibres (or matrix) in the lamina and seperate bundles of fibre (pure matrix), the difficulty of determining elastic properties of a seperate bundle of fibre by experiments, the problem of determining the elastic constants, E_2, G_{12}, G_{23}, ν_{23} etc., by micromechanical method has not been solved very well, althouth it has been discussed for many years. All of the available mixture laws have some faults. Under some conditions the results given by these laws are relatively near to experimental results, but under other conditions they are not. To get valuable and relatively simple semi-emprical formulas, it is necessary to campare and analyse various formulas based on different models.

From the view point of both micromechanics and macromechanics, this paper gives a direct description and analysis of formula tion of various composite materials. Some simple models and corresponding mixture formulas are reviewed and analysed. Faults of these formulas and factors of influencing the accuracy are pointed out. The mechanism of big difference of conjugate factors of laminae reinforced by different fibres, which appeared in Tsai's formulas, is analysed. This paper proposes that the elastic properties of fibre and matrix in composite laminae, which are needed by mixture laws, should be obtained from experiments on the lamina. The properties from this method can reflect average properties of fibre and matrix in composite lamina very well. From comparing a lot of presented experimental results, we give some semi-emprical formulas of getting E_2, G_{12}, G_{23}, ν_{23} which are relatively more accurate than the formulas presented before.

The merit of this paper is to give a comprehensive and deep understanding of mixture law of composite materials so that we can use them efficiently.

CONSIDERATION OF BAMBOO AS A NATURAL COMPOSITE MATERIAL

S.H.Kwan[1]、F.G.Shin[1] and M.W.Yipp[2]

1 *Department of Applied Physics*

2 *Department of Applied Biology and Chemical Technology*

Hong Kong Polytechnic, Hung Hom, Kowloon, Hong Kong

(Received June 3, 1987)

ABSTRACT

The microstructure of bamboo was investigated and correlated with the mechanical properties of this material under tensile and flexural stresses.

The netural structure of bamboo was found to contain characteristics similar to fibre-reinforced composites: thick-walled fibrous cells of the filamentous, unidirectionally aligned vascular bundles were embedded within a matrix of soft and thin-walled parenchymatous cells. The fibre content was non-uniformly distributed with-