

# 复合材料结构力学

王震鸣  
(中国科学院力学研究所)

**主题词** 复合材料力学; 复合材料结构力学; 各向异性; 几何非线性; 物理非线性

复合材料结构力学研究复合材料的杆、板、壳及其组合结构的应力分析、变形、稳定和振动等各种力学问题, 在广义上属于复合材料力学的一个分支。由于其内容丰富, 问题重要和研究对象不同, 已成为和研究复合材料力学问题的狭义复合材料力学并列的学科分支。

## 1. 复合材料结构的力学特点

1. 各向异性 纤维增强复合材料在弹性常数、热膨胀系数和材料强度等方面, 具有明显的各向异性。通过铺层设计制成的复合材料结构, 可出现各种程度的各向异性。各向异性可作为一种优点在设计时加以利用。采用合理铺层, 在不同方向分别满足设计要求, 就可使结构设计得更合理, 显著减轻重量, 更好地发挥结构的效能。具有最一般各向异性的结构, 即拉伸刚度  $A_{ij}$ , 弯曲刚度  $D_{ij}$ , 耦合刚度  $B_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 6$ ) 和剪切刚度  $C_{ij}$  ( $i, j = 4, 5$ ) 全部出现的情况, 计算很困难, 工作量甚大, 只能求近似解。一般说来, 这种设计不属于最佳设计。具有正交异性的复合材料结构,  $A_{16} = A_{26} = B_{16} = B_{26} = D_{16} = D_{26} = C_{45} = 0$ , 计算时只比各向同性情况稍复杂些, 不会出现很大困难。用于承载的复合材料结构, 铺层少则十多层, 多则上百层, 可铺成正交异性或准正交异性的, 使计算简化。准横观各向同性的铺层, 除少数特殊情况外, 由于没有充分发挥复合材料及其结构的优点, 是不可取的。复合材料的强度性能是各向异性的, 这使断裂、疲劳和强度问题等复杂化。某些层次在某些方向上的开裂和破坏, 有时立即引起结构的彻底破坏, 有时却不显著影响结构的承载能力和使用功能。这个问题值得深入研究。

2. 呈层性 复合材料层片由纤维和基体复合而成, 在细观构造上非均匀, 这对强度和断裂疲劳等问题的影响很大, 应采用细观力学的方法进行研究。但细观力学的研究方法过分复杂。因此对复合材料层片作均匀化处理, 由实验测出等效弹性常数和宏观强度, 采用宏观力学的方法研究, 便可满足工程要求。复合材料结构可用相同的或不同的复合材料铺设。由于铺层方向不同, 材料性能是按层变化的, 出现了呈层性, 引起一系列的耦合效应。 $B_{ij}$  的存在使平板在横向受载时的挠度增大, 面内受载时的屈曲载荷下降, 振动时的固有频率下降, 几乎都起着不良的影响; 使壳体在一些特定情况下的屈曲载荷增大, 但对结构缺陷的敏感性也增大, 没有带来多大好处; 使结构在固化成型后产生翘曲, 除了经过研究有意识地加以利

用的少数情况外,一般也起着不良的影响。采用对称铺层可使 $B_{ij}=0$ 。由于固化条件和使用环境的温度和湿度常常不同,即使在制造时避免了耦合效应,在使用时也还有可能出现。但若仅出现 $B_{11}$ , $B_{12}$ , $B_{22}$ 和 $B_{66}$ ,则在计算时并不带来很大的困难。

3.层间剪切模量较低和层间剪切与拉伸强度很低 由于层间剪切模量只有纤维方向拉压模量的几十分之一,在解决复合材料结构的应力分析(特别是孔口和边界处)、变形、稳定和振动问题时,需要考虑沿厚度方向剪切变形的影响,这使计算复杂化。由于层间剪切强度和层间拉伸强度只有纤维方向拉压强度的几十分之一,往往因 $\tau_{xz}$ 和 $\tau_{yz}$ 超过剪切强度或 $\sigma_z$ 超过层间拉伸强度而引起脱层破坏,因此对于复合材料结构,除了要精确计算数值颇大的面内应力 $\sigma_x$ , $\sigma_y$ 和 $\tau_{xy}$ 外,还需精确计算数值甚小但很重要的层间应力 $\tau_{xz}$ , $\tau_{yz}$ 和 $\sigma_z$ ,这增加了困难。

4.拉压模量和拉压强度不同 复合材料的拉压模量不同而且都是非线性的,这给分析计算带来很大的困难。对于一般的结构复合材料,例如碳纤维-环氧和硼纤维-环氧,在许用应变范围内,拉压模量的差别不大且接近于线性弹性,因此可采用拉压模量相同且为常量的假定。对于某些复合材料,常采用双模量的简化方法,应力应变关系就线性化了,但拉压模量不同。由于结构在受载后的受拉区和受压区往往难于准确判断,需要多次假定和反复试算才能得到良好的结果,计算工作量就大大增加。计算变形和应力问题时,所用到的是应力应变关系即割线模量,双模量的概念基本上符合这个要求,所以比较精确;计算振动问题,要从平衡位置作为基准而不是以初始状态作为基准来计算应力应变关系,用计算变形时的双模量来计算振动问题,会增加一些误差;计算稳定问题,用到的主要是应力增量和应变增量的关系即切线模量,采用实质上为割线模量的双模量,误差就增大了。为了改进计算精度,在受拉区和受压区分别采用两个拉伸和压缩模量,即用一条四段的折线来逼近非线性弹性的应力应变关系,这就是多模量的概念,显然,它比双模量的概念要精确和复杂。复合材料的拉伸和压缩强度往往不同,在结构设计时必须加以考虑。

5.几何和物理非线性问题 复合材料在纤维方向的极限应变为0.8—1.2%,垂直于纤维方向的极限拉伸应变可达0.4%。复合材料的结构在横向载荷作用下,由于强度大允许较大的应变和变形,产生非线性弯曲问题;在屈曲问题中,特别是受轴压的圆柱薄壳和受外压的薄球壳,由于复合材料壳体的壳壁比相应的金属壳厚些和原始缺陷较小,线性稳定理论和实验结果的差别虽有改善但相差仍很大,需要用非线性稳定理论进行研究,屈曲后性状的研究仍有重要的理论和实际意义;对于高阶振动,当振幅较大时,也需考虑几何非线性问题。复合材料在应变较大时,剪切模量和横向拉压模量这些以基体性能作为控制因素的模量,可出现比较显著的物理非线性,湿热环境可使物理非线性更为明显。以聚合物为基体的复合材料结构,在有些情况下,还需考虑粘弹性和蠕变的问题。

## II. 研究复合材料板壳结构的几种理论

复合材料板壳由应变、挠度的大小和沿厚度方向剪切变形影响的程度,研究时采用不同的理论。碳纤维-环氧的复合材料结构,如果除连接部分外,设计得和铝合金结构一样厚,由于比重的差别就可减轻43%。因为复合材料的可靠性较差,试验数据的分散性大,为了安全起见,常设计得比相应的铝合金结构厚些。碳纤维-环氧复合材料的抗疲劳性能好,对于受疲劳控制或其他能更好地发挥复合材料性能和设计优化的结构,当然可设计得比铝合金结

构薄些,减轻45—60%。复合材料可制成几何缺陷较小的结构,利用胶接成型工艺可较易地采用夹层和加筋结构,在许用应变范围内,纤维方向的模量几乎是个常数。因此对于复合材料结构,线性理论(包括线性的弯曲理论、稳定理论和振动理论)的适用范围就比相应的金属结构更大一些。对于较厚的复合材料板壳结构,层间剪切变形的影响较大,不可忽略。在某些情况下,需要采用非线性的本构关系,通常仍可采用小应变小挠度理论。对于复合材料的薄板壳,采用线性理论误差很大时,为了安全、精确和经济起见,需要采用几何非线性理论,在多数场合可采用 Kirchhoff 假定,只在少数场合存在着既要考虑几何非线性又要考虑沿厚度方向剪切变形的影响。下面讨论几种理论的适用性。

#### 1. 小应变小挠度理论

①板壳的经典理论 采用 Kirchhoff 假定,不考虑沿厚度方向的剪切变形,平衡方程和边界条件比较简单,可用中面位移  $u_0, v_0$  和  $w$  作为未知量,适用于求解大部分复合材料薄板壳的弯曲、稳定和振动问题。

②板壳的剪切变形理论 采用变形前中面的法线变形后仍为直线的假定,引入两个转角  $\phi_x, \phi_y$  或平均剪应变  $\gamma_{xz}, \gamma_{yz}$ , 以考虑沿厚度方向剪切变形的影响。研究表明,对于求解复合材料板壳的变形、低阶振动固有频率和平板的临界载荷,在工程上绝大多数场合采用这个理论,精度甚高,令人满意。对于壳体稳定问题,采用这个理论比经典理论有不同程度的改进,视具体问题和参数而定。在计算应力时所得结果的精度和经典理论差不多,存在着数值不大有时可以忽略有时不可忽略的误差,视跨厚比而定。对于计算高阶振动固有频率,比经典理论有改进,但和更精确的理论相比,还可能有百分之十几至几十的误差,视半波长和厚度之比而变。这两种理论都未考虑位移、应变和应力沿厚度的非线性分布。当跨厚比相当小时算得的应力误差较大,应采用高阶理论来计算。这个理论采用5个未知量,有5个控制方程,每边有5个边界条件,比经典理论复杂。采用剪切变形理论,需要正确计算剪切刚度系数,计算比较复杂,而剪切刚度系数算得精确与否,又对剪切变形理论的结果有明显的影

响。

③板壳的高阶理论 将位移分量  $u, v, w$  表示为未知函数  $\phi_i(x, y), \psi_i(x, y), \eta_i(x, y)$  和  $z^j$  相乘的多项式,按所取  $z$  的幂次的高低和未知函数的多少,高阶理论又有若干种,它们之间在计算精度和复杂程度上有很大差别。高阶理论的平衡方程、内力位移关系和边界条件等,都比剪切变形理论更为复杂。优点是计算应力和高阶振动固有频率时精度甚高,也不用计算剪切刚度系数。缺点是求解困难,计算工作量很大。在复合材料板的高阶理论中,LCW 理论<sup>[1]</sup>包含11个未知函数,相当精确,计算起来很复杂。有一种经过 Levenson 和 Bert 等人的发展,由 Reddy<sup>[2]</sup> 以变分法正确求得平衡方程和边界条件的高阶理论,也只有  $u_0, v_0, \phi_x, \phi_y$  和  $w$  五个未知量,比较简单和精确。由于考虑了应力和位移沿厚度的非线性分布,不用计算剪切刚度系数,当板的跨厚比甚小时,计算应力和高阶振动频率要比剪切变形理论精确得多。关于复合材料板壳的高阶理论,还值得进一步研究。

④板壳的三维弹性理论 对应力和位移不作任何简化假定,按铺层方向和厚度分别列出每层的三维弹性力学的方程和应力、位移的边界条件与连续条件,最后联合求解。从理论上讲,对于线性弹性的复合材料板壳,采用这个理论最为精确,由于求解很困难,只有层数甚少的复合材料板壳,结构形状、加载方式和边界条件都很简单时,才能用三维弹性理论求解。

2.有限应变和有限挠度理论 对于复合材料的薄板薄壳结构,在有些情况下,为了安全或经济起见,必须采用有限应变和有限挠度理论。在研究板壳的弯曲、稳定和振动问题时,在某些场合必须考虑挠度 $w$ 及其导数 $\partial w/\partial x$ 和 $\partial w/\partial y$ 对位移应变关系、平衡方程、协调方程和边界条件的影响。横向受载的薄板在有限挠度时,薄膜力和弯矩都参与承载,因此可设计得薄些因而轻些。复合材料平板受面内载荷时,屈曲后的板在一定范围内具有继续增长的承载能力,可以利用。壳体的屈曲和屈曲后性状很复杂,弄清这个问题就可使结构设计得安全和经济。复合材料圆柱壳受轴压时和球壳受外压时,原始缺陷对屈曲载荷的影响甚大,用线性稳定理论算得的临界载荷可比实验值高数倍,而按非线性稳定理论算得的结果则和实验值接近。用有限挠度理论计算大振幅的复合材料板壳的高阶振动固有频率也更为精确。当共振问题对结构的安危影响甚大时,例如复合材料的高速离心机,就必须精确计算高阶振动固有频率,既要考虑几何非线性又要考虑沿厚度方向的剪切变形、转动惯量和阻尼的影响。

### III. 复合材料结构的力学问题

各种形式的复合材料结构,在各种类型的载荷作用下,在各种支持和约束下,在各种环境(高温、常温、低温和湿热环境)下,具有各种本构关系时的静力的和动力的、线性的和非线性的各种力学问题,包括应力分析、变形、稳定和振动问题,是非常复杂的,没有得到充分的研究。结合复合材料和复合材料结构的一系列特点,来研究复合材料板壳结构的弯曲、振动、屈曲和屈曲后性状以及连接等问题,具有重大的实用价值和理论意义。

与热变形和热应力问题相联系的有复合材料结构在固化后的变形和应力分析问题,结构在湿热环境下吸湿后的应力和变形分析以及强度问题。对于复合材料夹层板壳,有总体屈曲、复合材料面板的局部损伤和蜂窝夹心的局部屈曲问题。对于加筋板壳,有整体屈曲和面板、筋条的局部屈曲问题,局部屈曲与整体屈曲相互作用的问题,在加载过程中筋条和面板因脱胶引起的强度问题和承载能力问题。有复合材料结构的应力分析、疲劳寿命和破坏问题。具有单个或多个的、对称或不对称分布的各种形状(圆的、椭圆的或矩形的)和大小的周边有补强或无补强孔洞的复合材料结构的各种力学问题。有复合材料板壳的弹性屈曲、非线性弹性屈曲、粘弹性屈曲、蠕变屈曲、动力屈曲和局部脱层后的屈曲问题。有预应力的振动,耦合刚度对颤振的影响,材料性能是坐标的函数和变剖面复合材料结构的问题。有联合受载的杆板壳组合结构的优化设计和承载能力问题等。以上这些复合材料结构的力学问题,非常复杂又很重要,求解很困难,应深入研究。

### IV. 复合材料结构力学的求解方法

可采用解析法和数值法。解析解除了可作多种参数的一般性探讨外,还可校核数值解特别是有限元法的计算精度,作评价和改进之用。较复杂的实际问题往往采用有限元法等求解。因为用解析法求解时要求每一铺层材料的性能是均匀的,不能是坐标的函数,不能是任意变厚度的等等。即使几何形状很简单的多层板壳,也只有比较简单的载荷分布在某种边界条件下才能求得解析解。有些问题从原则上讲可用无穷级数求解,但是连续出现四个总和号,每个都从0到 $\infty$ 求和,要得到数值解,计算工作量太大,若截取有限项,算得的结果不够精确,误差也难于判断。在许多场合要求得数值结果,究竟采用位移元还是杂交元,三角形元还是四边形元,等参元还是非等参元,值得研究。复合材料的层间强度甚低,在数量上比面内应力小得很多的层间应力,有时可成为引起破坏的主要原因,要求层间应力算得很精

确。位移元做不到这一点,需要采用杂交元。在位移元中,对于不同的问题,跨厚比的不同和非线性影响的大小等等,可出现多种类型的有限元,即对应于复合材料板壳的经典理论、剪切变形理论、高阶理论和三维弹性理论的有限元以及考虑几何非线性的有限元等。经典理论的有限元,没有考虑沿厚度方向剪切变形的影响,有时会带来较大的误差;剪切变形理论的有限元,实用性最大;在有些情况下,为了精确计算应力和高阶振动固有频率,需要采用高阶理论的有限元;三维弹性理论的有限元,计算工作量太大,只能用于层数很少比较简单的问题。大部分复合材料结构力学问题,采用线性理论的有限元已能满足要求,有些问题则需采用非线性理论的有限元。对于可能发生的机动模式和闭锁问题,必须小心地加以克服和尽可能排除。采用哪种有限元对所求解的问题最为合适,计算前必须多方考虑,作出恰如其分的正确判断,做到计算精度和经济性的统一。

#### V. 国外新近进展

复合材料板壳线性理论的研究和在 Kirchhoff 假定下的非线性弯曲、振动和屈曲问题的研究已取得巨大进展,趋于成熟。正在研究一些新的因素和问题。Arnold & Mayers<sup>[3]</sup>研究了材料非线性的复合材料层板的屈曲、后屈曲和皱损问题,计算和实验结果的比较令人满意。复合材料板具有值得注意的后屈曲强度,设计主要结构部件时加以利用,可提高结构效能。

Alam & Asnani<sup>[4]</sup>作了多层圆柱壳的振动和阻尼分析。在理论计算部分,用变分法导得了具有任意正交异性铺层的多层圆柱壳的振动方程,考虑了多层圆柱壳所有层次的弯曲、拉伸和剪切变形,包括转动、纵向平移和横向运动的惯量,得到了径向筒壳的解。对于具有弹性和粘弹性的多层壳,给出了对所有的振动模式系列用系统的损耗因子确定有效阻尼的步骤。在数值计算部分,将理论解编成计算程序,以计算多层壳的轴对称和非轴对称振动所有模式的共振频率参数以及相关的系统损耗因子值。

Wilson & Vinson<sup>[5]</sup>作了复合材料层板的粘弹性屈曲分析。采用线性粘弹性理论,考虑沿厚度方向的剪切和拉压变形以及屈曲响应中依赖于时间的拉弯耦合。各向异性的粘弹性常数用蔡-Halpin 方程确定,假定纤维是弹性的,基体的粘弹性常数服从指数律。用最小势能原理导得屈曲方程。对特殊边界条件用 Rayleigh-Ritz 法求解。对受压缩载荷的简支板给出基于经典分析、考虑横向剪切变形和剪切变形加拉压影响等情况的屈曲载荷和比较。

Ray & Bert<sup>[6]</sup>研究了复合材料厚壳在突然加热时的动力稳定性。探讨长圆柱壳在突然加热动力失稳的参数响应类型。特别注意沿厚度方向的剪切柔度和对中面的可拉伸性,作了长期和短期响应的研究。

Chen & Sun<sup>[7]</sup>作了已屈曲复合材料层板的冲击响应分析。用硬物冲击已屈曲层板来研究动力响应问题。采用基于 Mindlin 板的理论和 Kármán 大挠度假定的九节点等参元来计算后屈曲和作冲击分析。采用由实验建立的已计及永久压痕的接触定律来估算接触力的数值。首先考虑了层板的静力后屈曲问题。对于各种情况,研究了包括接触历史、动力挠度和板中动应变的冲击响应。也求解了已屈曲层板的自由振动,以确定固有频率的范围,它是在冲击分析中为了作时间积分选择合适的时间增量所必需的。

Craddock<sup>[8]</sup>研究了复合材料层板在首批破坏后的行为,这关系到复合材料的最佳应用问题。在此用三种理论来讨论这个问题,把层片看成是:①弹性-全塑性的;②硬化材料;③在

有负切线模量时不卸载的材料。将计算和实验结果作了比较。这些理论虽然没有一个是完全精确的,但是弹性-全塑性的模型给出较好的结果。

Reddy & Chandrashekhara<sup>[9]</sup>作了层壳考虑横向剪切应变的非线性分析。用有双向曲率的考虑横向剪切变形和几何非线性的壳元算得数值结果。此壳元是在Sander壳体理论的基础上扩展而成,考虑了Kármán应变和横向剪应变。几何非线性分析的结果可供进一步研究参考。

Janisse & Palazotto<sup>[10]</sup>作了具有切口或孔洞复合材料圆柱曲板的崩塌分析。用STAG C-1程序作非线性分析。对两种孔洞尺寸和三种复合材料层板作了铺层方向影响的研究。

Chia<sup>[11]</sup>研究了对转动有弹性约束的边界的不对称角铺设多层板的非线性弯曲问题。基于Kármán型板的理论,得到了不对称角铺设矩形平板在横向载荷和面内载荷作用下的大挠度分析解。每一对对边假定对转动都具有同等程度的弹性约束。在控制方程中,横向挠度和力函数都展成一般的双重富氏级数,使所有的边界条件都能精确地得到满足。对于各种不同的长宽比、横向载荷类型、高模量复合材料、层数、方向角和边界条件,将平板的最大挠度、弯矩和内力的数值结果用图来表示。

此外, Bert等<sup>[12,13]</sup>研究了双模量复合材料圆柱壳的振动和热弹性问题; Brown等<sup>[14]</sup>研究了多层锥壳的结构优化; Sncard等<sup>[15]</sup>研究了湿度和温度对复合材料圆柱曲板失稳的影响; Bhattacharya<sup>[16]</sup>研究了有弹性约束边界的放在弹性基础上正交铺层的有缺陷圆柱曲板的大幅度振动问题; Ruci等<sup>[17]</sup>研究了具有不均匀边界约束的圆柱正交异性圆板的动、静态非线性分析问题; Birman<sup>[18]</sup>研究了不对称矩形板的动力稳定性; Barber等<sup>[19]</sup>研究了脱层对纤维增强复合材料稳定性的影响; Bottega等<sup>[20]</sup>研究了脱层屈曲的动力学问题; Lakshminarayana等<sup>[21]</sup>研究了复合材料层板的一种考虑剪切柔性的三角形有限元; Kuppusamy等<sup>[22]</sup>研究了一种用于正交铺层复合材料矩形平板弯曲的三维非线性分析的有限元。

从上面引用的文献可以看到,复合材料结构力学问题的研究已相当广泛和深入。

## VI. 国内研究概况

60年代逐步开展复合材料方面的研究。目前碳纤维-环氧复合材料已在航空航天结构中一些非主要受力部件上得到应用。1980年起,中国航空学会、中国力学学会和中国宇航学会已联合举办了三届全国复合材料学术会议。研究内容包括复合材料的成型工艺、性能测试、强度理论、损伤、断裂、冲击、疲劳、脱层、联接、金属基复合材料、碳化硅纤维、湿热环境的影响、复合材料板壳结构的应力分析、稳定、振动、优化设计和有限元计算等。每届会议宣读论文100多篇,内容一届比一届广泛和深入。1986年6月以中国力学学会为主将在北京召开国际复合材料和结构学术会议。1986年底将在广州召开三个学会联合举办的第4届全国复合材料学术会议。在刊物方面,除在力学学报、固体力学学报、应用数学和力学、航空学报、宇航学报、力学进展、计算结构力学以及玻璃钢/复合材料等期刊上刊登有关复合材料、复合材料力学和复合材料结构力学的论文外,1984年还创办了复合材料学报。我国学者已编著和翻译了若干有关复合材料及其力学问题的著作;举办过多种形式和内容的讲座,请国内外专家讲学;举行过多次中小型的有关复合材料力学和结构设计的专题讨论会;和国际上的交往日益增多。我国已培养了一批研究复合材料及其力学问题的硕士和博士。总之,我国已在许多方面为复合材料以及有关领域的发展,打下了比较好的基础。

中国科学院力学研究所从1972年开始,逐步开展复合材料力学和复合材料结构力学方面的研究工作,注意了和生产实践相结合。到现在为止,共发表了40多篇论文和实验报告,涉及复合材料的损伤、蠕变、断裂、疲劳、性能测试和复合材料的多层、夹层和加筋圆柱曲板的应力分析、稳定、振动、有限元计算与结构元件试验等,在理论上和应用上为我国复合材料事业的发展作出了积极的贡献。

本文只讨论复合材料结构力学问题。在这方面我国学者已发表了不少文章。限于见闻和篇幅,参考文献中只简单地列举了力学研究所有关复合材料结构力学方面的研究工作<sup>[23-33]</sup>。目前正在进行研究的工作有复合材料多层板壳的高阶理论,大开口复合材料多层圆柱壳稳定问题的有限元分析和非线性(包括几何和物理非线性)的稳定问题等。

### 参 考 文 献

- 1 Lo K. H., Christensen E. M., Wu E. M., *ASME J. Appl. Mech.*, **44**, 4 (1977): 669-676.
- 2 Reddy J. N., *ibid.*, **51**, 4 (1984): 745-752.
- 3 Arnold R. R., Mayers J., *Int. J. Solids Struct.*, **20**, 9/10 (1984): 863-880.
- 4 Alam N., Asnani N. T., *AIAA J.*, **22**, 6 (1984): 803-810; **22**, 7 (1984): 975-981.
- 5 Wilson D. W., Vinson J. R., *ibid.*, **22**, 7 (1984): 982-988.
- 6 Ray H., Bert C. W., *Int. J. Solids Struct.*, **22**, 11/12 (1984): 1259-1268.
- 7 Chen J. K., Sun C. T., *Composite Struct.*, **3**, 2 (1985): 97-118.
- 8 Craddock J. N., *ibid.*, **3**, 2 (1985): 187-200.
- 9 Reddy J. N., Chandrashekhara K., *AIAA J.*, **23**, 3 (1985): 440-441.
- 10 Janisse T. C., Palazotto A. N., *J. Aircraft*, **21**, 9 (1984): 731-733.
- 11 Chia C. Y., *Acta Mech.*, **53**, 3/4 (1984): 201-212.
- 12 Bert C. R., Kumar M., *J. Sound and Vib.*, **81**, 1 (1982): 107-121.
- 13 Hsu Y. S., Reddy J. N., Bert C. W., *J. Thermal Stresses*, **4**, 2 (1981): 155-177.
- 14 Brown R. T., Nachlas J. A., *AIAA J.*, **23**, 5 (1985): 781-787.
- 15 Sneed J. M., Palazotto A. N., *J. Aircraft*, **20**, 9 (1983): 777-783.
- 16 Bhattacharya A. P., *Fibre Sci. and Tech.*, **21**, 3 (1984): 205-221.
- 17 Ruci K. H., Jiang C., Chia C. Y., *J. Appl. Math. and Phys. (ZAMP)*, **35**, 3 (1985): 387-400.
- 18 Birman V., *Mech. Res. Communications*, **12**, 2 (1985): 81-86.
- 19 Barber J., Triantafyllidis N., *ASME J. Appl. Mech.*, **52**, 1 (1985): 235-237.
- 20 Bottega W. J., Maewal A., *Int. J. Non-Linear Mech.*, **18**, 6 (1983): 449-463.
- 21 Lakshminarayana H. V., Murthy S. S., *Int. J. for Num. Meth. in Engng.*, **20**, 4 (1984): 591-623.
- 22 Kuppusamy T., Reddy J. N., *Comput. and Struct.*, **18**, 2 (1984): 263-272.
- 23 王震鸣, 刘国玺, 吕明身, *应用数学和力学*, **3**, 1 (1982): 49-65.
- 24 —, —, —, 同上, **3**, 6 (1982): 771-780.
- 25 —, 戴涪陵, *力学学报*, **5** (1983): 480-492.
- 26 —, —, 吕明身, *固体力学学报*, **4** (1984): 517-531.
- 27 —, 梅海, *力学学报*, **3** (1985): 353-358.
- 28 —, *复合材料学报*, **1**, 1 (1984): 40-48.
- 29 —, 戴涪陵, 同上, **2**, 2 (1985): 40-46.
- 30 —, *力学进展*, **11**, 2 (1981): 144-152.
- 31 刘国玺, 王震鸣, *固体力学学报*, **1** (1984): 64-76. (刘国玺硕士论文的主要部分)
- 32 —, —, *力学进展*, **14**, 4 (1984): 415-419. (刘国玺博士论文的文献综述)
- 33 秦仁智, 沈嗣唐, 王震鸣, *航空材料*, **2**, 1 (1982): 47-52. (秦仁智硕士论文的主要部分)
- 34 王震鸣, *复合材料力学*, *自然科学年鉴* (1982): 2.38-2.39; (1983): 2.73-2.75.
- 35 —, 游绍建, 复合材料多层圆柱曲板在轴压下的非线性弹性稳定问题. (北京国际复合材料与结构学术会议录用稿件, 1986)
- 36 刘国玺, 八节点等参复合材料多层扁壳杂交元 (1985). (博士学位论文, 导师钱寿易, 王震鸣)

- 37 游绍建, 受湿热影响的复合材料多层、夹层圆柱曲板的稳定问题 (1985). (硕士学位论文, 导师王震鸣)  
38 王震鸣, 复合材料结构在设计制造和应用中的力学问题 (1986). (复合材料学报录用稿件)

## THE MECHANICS OF COMPOSITE STRUCTURES

Wang Zhen-ming

(Institute of Mechanics, Academia Sinica)

### Abstract

In this paper, we discuss the mechanical characteristics and advantages of composite structures. The various mechanical problems of composite structures and the analytical and numerical methods of solution are reviewed. The advances in our country and abroad and a brief description of the investigation in the Institute of Mechanics on mechanics of composite materials and composite structures are referred. This paper is written for the celebration of the establishment of the Institute of Mechanics, Academia Sinica for 30 years.

**Keywords** *mechanics of composite materials; mechanics of composite structures; anisotropic; geometric nonlinearity; physical nonlinearity*

---

### 土壤-植物-大气系统中水分分布的数学模型

**提要** 研究了土壤-大气系统和土壤-植物-大气系统中水分传递的数学模型。表述了建立模型的原则。所提出的模型反映了所研究系统中水分传递过程的基本物理现象, 并且其中只包含最少的参数。计算得到的含水量所描述的含水量变化规律, 其精度不劣于实验的误差。这个模型有助于确定直接用实验难以确定的一些数值, 有助于研究实验不易得到的一些特征量, 有助于计算栖根层中水分亏缺时制订最优灌水制度。

**董务民译自:** Кокодина Т.П., Козырицкая М.Е., Тихонов Н.  
А., *Почвоведение*, 10 (1983): 126—133. 参 8