

国内非牛顿流体力学进展

范椿 陈文芳

(中国科学院力学研究所) (北京大学力学系)

主题词 非牛顿流体; 本构方程; 流变测量; 流动稳定性; 收缩流动; 聚合物加工; 石油工业; 生物流体力学

I. 引言

非牛顿流体是不服从粘度的牛顿定律的流体。非牛顿流体力学是研究非牛顿流体的本构方程, 材料参数(函数)的测量和非牛顿流体的流动等的学科。关于本学科的国外发展简况及学科的详细内容参见[1—5]。在国内由于国民经济的急需, 非牛顿流体力学日益受到科技界的重视, 不少单位从应用的角度出发进行了这方面的研究工作。

1978年全国力学规划认为非牛顿流体力学是必须重视和加强力量的薄弱领域。此后非牛顿流体力学有了很大的发展。1979年后在北京、成都、青岛等地举办了多次讲习班。许多国外非牛顿流体力学家、流变学家访问了中国并举办了讲座。1982年4月召开的第2届全国多相流体力学、非牛顿流体力学和物理-化学流体力学学术会议, 同第1届会议相比, 非牛顿流体力学方面的研究进展显著。1983年10月第2届亚洲流体力学会议上, 中国宣读了8篇非牛顿流体力学方面的论文。1985年11月在长沙召开的第3届全国流体力学会议和第1届全国流变学会议上, 宣读了非牛顿流体力学论文几十篇。目前在北京、上海、成都等地正逐渐形成非牛顿流体力学研究和教学的基地。

II. 本构方程

1. 连续介质力学的理论 描述物质对所受力的力学响应的方程称为本构方程。它们必须满足: ①坐标不变性原理。本构方程必须不依赖于坐标系的选择。因而, 它们应该写成张量形式。所有描述物理定律的方程都要满足这一原理。②决定性原理。一个物质点在现在时刻的应力状态只依赖于它的全部运动历史。③物质无关性原理。本构方程必须不依赖于物体作为一个整体在空间所作的平移和/或转动。非牛顿流体可分成四类: ①无弹性流体, 其粘度不是常量的流体; ②具有屈服应力的流体; ③具有各种弹性特性的流体; ④触变流体。陈文芳^[6]讨论了上面四类流体的一些本构方程, 并且论述了这些本构方程的适用性及其应用条件, 还给出了出现在这些本构方程里的一些参数的数值。粘弹性流体本构方程按方程的性质可以分为积分型、率型和微分型。在率型本构方程中, 偏应力张量隐含于各运动学变量之中, 而在积分型和微分型中, 偏应力张量则是显含的。率型和积分型能表示物料的应力松弛现象而优于微分型。在解决粘弹性流动问题时, 微分型在计算上是比较简便的, 但是它的有

效性往往只限于轻微的粘弹性和缓慢流动。率型被认为能更好地描写粘弹流体。Oldroyd 模型(率型中的一种)普遍地被用来定量地描述粘弹性流体的行为。Oldroyd 模型的本构方程是

$$\mathbf{T} + \lambda \frac{\delta}{\delta t} \mathbf{T} + \zeta (\mathbf{T} \cdot \overset{(1)}{\mathbf{A}} * + \overset{(1)}{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{T}) + \mu [\text{tr } \mathbf{T}] \overset{(1)}{\mathbf{A}} * + \nu [\text{tr}(\mathbf{T} \cdot \overset{(1)}{\mathbf{A}} *)] \mathbf{I}^* = \mathbf{f} \quad (1)$$

其中 λ , ζ , μ 和 ν 是具有时间量纲的常数。 \mathbf{I} 是单位张量, \mathbf{T} 是偏应力张量, $\frac{\delta}{\delta t} \mathbf{T}$ 是 \mathbf{T} 的广义

Oldroyd 导数。 $\overset{(1)}{\mathbf{A}} *$ = $\overset{(1)}{\mathbf{A}}$ 是一阶 Rivlin-Ericksen 张量。 \mathbf{f} 是运动学变量 $\overset{(1)}{\mathbf{A}} *, \overset{(2)}{\mathbf{A}} *, \dots$ 的各向同性张量值函数。 $\overset{(i)}{\mathbf{A}} *$ ($i = 1, 2, \dots$) 是 i 阶广义 Rivlin-Ericksen 张量。

陈一泓等^[7]证明了在弱弹性流体慢流动的意义下,以方程(1)中的 Oldroyd 导数项的参数 λ 作为摄动参数,其结果等价于应用相应阶数的微分型本构方程。

2. 分子模型的理论 聚合物流变学的分子理论近年来受到很大重视,也有了显著进展。分子或微观结构理论力图揭示物质宏观流变性质与其分子微观结构之间的内在联系。从分子模型出发得到的本构方程和用连续介质力学方法得到的方程形式相同,其中出现的材料参数是已知的而在连续介质力学方法中它们是未知的,必须用实验来确定。

分子理论是从两个方向发展的:在稀溶液中考虑单个分子在介质中的动力行为(也称相空间理论);在高分子浓溶液或熔体中,高分子间的相互作用占支配地位,于是发展了网络理论和考虑缠结网运动的蠕动(管)等模型。

最早的分子模型之一是由一根弹性的或刚性的棒联接两个球所组成的哑铃模型。这种模型后来被推广为由 N 个无质量的弹簧联接 $N+1$ 个球组成的分子,这种模型称为 Rouse-Zimm 模型。Lodge & Wu^[8]给出了 Rouse-Zimm 模型物料函数的表达式,它们都决定于一个离散的松弛时间谱或相应的本征值,此本征值由复杂的数学公式决定。许元泽和 Schümmer^[9]数值计算和分析了 Zimm 本征值,得到了在小变形率时稀聚合物溶液的流变性质的分析表达式。此表达式仅包括可测量的分子参数,不需要可调节的模型参数。许元泽和 Schümmer^[10]还用允许滑移的 Rouse-Zimm 模型,成功地解决了中等变形率时稀聚合物溶液粘度剪切变稀的现象。

Warner^[11]提出的可有限伸长的非线性弹性(finitely extensible nonlinear elastic,简称 FENE)哑铃模型,既可以描述许多聚合物流体的流变行为,又可以用来进行动力学理论计算。但 Warner 在具有定常剪切的稀悬浮液流动中的计算存在一些问题。范西俊^[12]对上述问题作了改进。假定分布函数在 $R=0$ 处没有奇点, R 是径向坐标。并且改进了分子量函数的 Galerkin 表达式在大 b 处的行为, b 是一个包括弹簧常数的无量纲模型参数。改进后所得的数值计算结果比 Christiansen & Bird^[13]的外推法和 Warner^[11]的数值解都好。

在聚合物浓溶液和熔体中,聚合物分子之间的相互作用是重要的。有两种重要的假设来简化这种分子相互作用:一种是各向异性的 Stokes 定律描述分子相互作用对分子力学运动的影响^[14],另一种是用“蠕动”概念来描述高度各向异性的分子 Brown 运动^[15]。后者认为,高分子之间相互穿越,在运动时相互牵制,高分子链局限在管中蠕动^[15]。Bird & De Aguiar^[16]将这些思想应用于单个哑铃模型,并且将“蠕动”概念推广为一般各向异性 Brown 运动,得出“密封的哑铃模型”。对于定常剪切流动 $v_x = \gamma y$,在球坐标系 (R, θ, ϕ) 中,

密封的 FENE 哑铃模型的扩散方程是

$$\begin{aligned} \alpha \frac{R_0^2}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} \left(R^2 \frac{\partial \phi}{\partial R} \right) + \sigma \beta \left[\frac{R_0^2}{R^2 S} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(S \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) + \frac{R_0^2}{R^2 S^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \phi^2} \right] + \frac{b R_0^2}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{R^3 \phi}{R_0^2 - R^2} \right) \\ + \frac{2 R_0^2}{R^2} (\alpha - \beta) \frac{\partial}{\partial R} (R \phi) = 3 \lambda \gamma \left[S^2 S_2 R \frac{\partial \phi}{\partial R} + S C S_2 \frac{\partial \phi}{\partial \theta} + (C_2 - 1) \frac{\partial \phi}{\partial \phi} \right] \quad (2) \end{aligned}$$

其中 ϕ 是哑铃的构型分布函数; $S = \sin \theta$, $C = \cos \theta$, $S_n = \sin n\phi$, $C_n = \cos n\phi$; 时间常数 λ 和无量纲参数 b 的定义和 FENE 哑铃的定义相同, $\lambda = \zeta R_0^2 / 12 kT$ 和 $b = H R_0^2 / kT$, 这里 ζ 是小球的摩擦系数, R_0 是哑铃的最大伸长量, H 是弹簧常数; α 和 β 是用来描述分子 Brown 运动各向异性的参数, σ 是用来描述小球所受各向异性的流体动力学阻力的参数。当 $\alpha = \beta = \sigma = 1$ 时, 施加到小球上的流体动力和 Brown 力变成各向同性, 方程 (2) 退化为在稀溶液中的 FENE 哑铃模型的扩散方程 ([12] 中应用的基本方程)。

范西俊^[17]对方程(2)进行了数值计算, 结果表明, 用密封的 FENE 哑铃模型描述聚合物浓溶液和熔体的非线性流变行为是很合适的。范西俊^[18, 19]还考虑了“两端带有悬挂支链”和“自由旋转链”两种特殊的分子模型, 研究了模型参数对流变性质的影响。范西俊、许元泽^[20]综述了这方面的进展。

三. 流变测量

上面描述的所有本构方程都含有必须测量的参数。最广泛的测量参数之一是流体的粘度。但不象牛顿流体, 非牛顿流体可以有可变的粘度, 所以需要在某一范围内测量粘度。因此, 对于基础性研究来说, 一点粘度计, 如落球或 Ford 杯粘度计的用途是极其有限的。

有两种类型的粘度计能够在某一范围内测量粘度, 它们是毛细管粘度计和旋转粘度计。这些仪器是广泛有效的, 并用来测量各式各样的粘度, 从聚合物材料, 悬浮体到生物材料。金日光等^[21], 李克等^[22], 陈何明等^[23], 冯克^[24], 范希云等^[25], 许晓秋等^[26], 周彦豪等^[27], 向慎一等^[28]利用上述两种类型的粘度计测量了各种化工材料的粘度。

在非牛顿流体中, 粘度只是测量参数中的一个。另一个被广泛测量的参数是屈服应力。用毛细管或旋转粘度计并假设一个本构方程之后, 计算屈服应力是可能的。杨忠和等^[29]用英国 Instron 3211 型毛细管流变仪测量出 PVC-APP 填充母料共混体的本构方程, 可用修正 Casson 公式表示。汪建敏^[30]用圆筒及锥板流变仪测出计算机磁盘所用磁浆的本构方程, 也可用修正 Casson 公式表示。若仪器能控制外加应力, 且对于低的应力是足够灵敏的, 则直接确定屈服应力也是可能的。屈服应力是使流体开始流动所需的最小应力。因此, 气压式毛细管流变仪 (gun rheometer) 是可用的。许元泽等^[31]用它测量了 γ -Fe₂O₃ 磁浆的屈服应力。

另一种类型的非牛顿流体是粘弹流体, 所以我们需要测量流体的弹性参数。通常用小振幅振动流动测量复粘度并用它决定流体的松弛谱。孙桐等^[32]在线性粘弹性理论的基础上建立了从动态力学温度谱求主转变区松弛谱、推迟谱及其他粘弹函数的理论与方法。用测粘流动来测量法向应力差的仪器是适用的, 这种仪器在北京化工学院 (例如, Weissenberg 流变仪^[23]) 和中国科学院化学研究所发挥着很重要的作用。这些仪器是多用途的, 极其灵敏的, 并且可做动力学试验。因为这些仪器刚刚调试好, 所以使用还不广泛。也可用间接的方法决定弹性参数, 其中之一是, 当流体流出毛细管时, 决定挤出物的膨胀。谭志明和唐国俊^[33], 郑融和唐国俊^[34], 陈勤^[35]应用此方法来确定一些弹性参数。另一间接方法是应力过量方

法。在一个同轴圆筒流变仪中，突然给一个圆筒旋转速度 Ω_0 ，随后 Ω_0 保持不变。对于粘弹性流体，它不象无弹性流体，它的扭矩在一有限时间内达到一个最大值 τ_m ，然后逐渐减小到一定常值 τ_e 。这种 $\tau_m > \tau_e$ 的现象称为应力过量现象。蔡扶时^[36]研究了 Oldroyd 流体的这一现象，理论预示结果与实验资料符合很好。可以用此方法来确定弹性参数。用间接方法测量的精确度不如用流变仪测出的精确（参见 [37]）。因为这种商业上可用的流变仪是极其昂贵的，所以我们用许多间接方法去获得粘弹性流体的弹性的定性估算是否为怪的。

IV. 各种流动问题

1. 非牛顿流体流动的不稳定性 陈文芳^[38]综述了这一领域的国内外工作。考虑了①旋转 Couette 流动；②平行流动；③有自由面的薄膜流体流动；④挤压成形，从狭窄的流动到非狭窄的流动；⑤拔拉纤维丝的流动；⑥热对流的流动。通常，理论流体力学家研究理想化的流动稳定性，处理聚合物材料的工程师则考虑复杂流动的稳定性。^[38]综述了理论和实验两个方面的研究工作。在综述理论工作时，考虑了线性和非线性两方面的稳定性问题。讨论了热对于①和②两种类型流动稳定性的影响。并对将来的研究提出了一些建议。

范椿^[39-41]分析了各种非牛顿流体沿斜面流动的稳定性。以前的作者只考虑特殊情况，如：易家训^[42]的分析相当于幂律流体 $1 \geq n > 0.9$ 的范围，其中 n 是幂律指数。大多数高分子溶液或熔体的 n 是从 0.15 到 0.6。^[39]扩大了 n 的范围。Gupta^[43]考虑了常系数二阶流体只适用于非常慢的流动。迄今为止我们意识到了屈服应力的影响，在此以前没有人考虑过屈服应力。^[39-41]得到如下结论：①屈服应力的效应是使流动稳定；②粘度的剪切变稀有使流动失稳的效果；③弹性有使流动失稳的效果，并随粘度剪切变稀的增加而减小。^[40]还在理论上证明了：①广义牛顿流体沿斜面流动时，对于长波扰动，Squire 定理成立（Squire 定理是：在平面 Poiseuille 流动中，二维扰动比三维扰动更不稳定）；②轻微粘弹性流体（粘性项中的幂律指数 n ，满足 $1 \geq n > 0.6$ ；弹性项中的幂律指数 m ，满足 $m \geq 2(n-1)$ ；Weissenberg 数 $\ll 1$ ）沿斜面流动时，对于长波扰动，Squire 定理成立。唐寅南等^[44]研究了多层幂律流体沿斜面流动时线性界面波动的控制方程，通过对一个由 3 层幂律流体组成的系统进行大量数值实验，阐明了密度、厚度、稠度系数和流动行为指数分别对自由面模式和界面模式波动的影响。^[39-44]各文的实际应用背景是彩色胶片的挤压涂布工艺。它们从非牛顿流体力学方面分析了工艺过程中的流动问题。鉴于涂布工艺的复杂性，这一问题还有待于从非牛顿流体力学方面和其他方面作更深入的研究。

章凯^[45]研究了法向应力差对二偏心圆筒间二阶流体流动稳定性的影响，以及偏心对引起不稳定性的影晌。同牛顿流体的情况一样，偏心有使流动稳定的效果。

在研究上面的稳定性问题时，都选择了一个特殊的本构方程。Becker^[46]选择了一个相当普遍的本构方程——Noll 简单流体的本构方程。Becker^[46]和韩式方^[47-49]还采用了下述思想：在研究流动稳定性时，可以认为基本流动和叠加的扰动是近基本流动。如果基本流动是一个拉伸流动，则基本流动的相对右 Cauchy-Green 张量是 C_e ，扰动的相对右 Cauchy-Green 张量是 C' ，那么，Noll 简单流体的扰动偏应力张量 T' 是

$$T' = \int_{s=0}^{\infty} (\mathcal{F}(C_e + C') - \mathcal{F}(C_e)) ds = \int_0^{\infty} M C' ds \quad (3)$$

其中下标 e 代表拉伸部分，撇表示扰动部分， \mathcal{F} 是一各向同性的泛函， M 是一个四阶张量，

M 是 **C** 和 *s* 的函数。 **C'** 可以写成

$$\mathbf{C}' = -\lambda_0 \hat{s} A'_1 + (1/2) \lambda_0' \hat{s}^2 A'_2 + \dots \quad (4)$$

其中 A'_i ($i = 1, 2, \dots$) 为扰动的第 *i* 阶 Rivlin-Ericksen 张量; $\lambda_0 \hat{s} = t - s$, *s* 表示过去的时间, 从现在 (*s* = 0) 到过去 ($0 < s < \infty$), *t* 是现在时间。如果现在假定流体有一个衰减记忆 (λ_0 是一个小量), 那么, 仅仅保留方程 (4) 中的第一项, 我们可以得到如下的本构方程:

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_1 &= \frac{\partial \sigma_1}{\partial k_2} D'_{22} + \frac{\partial \sigma_1}{\partial k_3} D'_{33}, \quad \sigma'_2 = \frac{\partial \sigma_2}{\partial k_2} D'_{22} + \frac{\partial \sigma_2}{\partial k_3} D'_{33} \\ \tau'_{12} &= \frac{\sigma_1}{2k_2 + k_3} D'_{12}, \quad \tau'_{13} = -\frac{\sigma_3}{2k_3 + k_2} D'_{13}, \quad \tau'_{23} = \frac{\sigma_2}{k_2 + k_3} D'_{23} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中 $\sigma_1 = \tau_{11} - \tau_{22}$, $\sigma_2 = \tau_{22} - \tau_{33}$, $\sigma_3 = \tau_{11} - \tau_{33}$, $\sigma'_1 = \tau'_{11} - \tau'_{22}$, $\sigma'_2 = \tau'_{22} - \tau'_{33}$, τ_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) 是 Cauchy 偏应力张量的分量, D_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) 是速度梯度张量的分量, 撇表示扰动量, k_i ($i = 1, 2, 3$) 是伸长率。

韩式方^[48] 还得出了二级近似, 这是 Becker^[46] 理论的发展。

2. 壁滑移现象的理论研究 牛顿流体在固体壁面的边界条件, 在过去是有争论的, 今天已有了定论^[50]。在有些情况, 无滑移边界条件对非牛顿流体不是有效的。这将影响流量、摩擦因子等等。江体乾和 Metzner^[51] 用幂律模型和 Oldroyd 模型研究了管壁滑移对粘弹性流体在管道流动中的影响。给出了滑移速度, 流量增长量, 摩擦阻力的分析表达式。江体乾^[52]还研究了粘弹性流体在狭缝流及环隙流中壁滑移的影响, 选用了四参数的 Oldroyd 模型作为此类流体的本构方程, 得到了滑移对速度分布的具体影响的解析表达式。计算结果表明, 当出现壁滑移现象时速度剖面更加平坦, 流量将增长, 压强损失将下降。

3. 薄膜流体在旋转圆盘上的流动 许多工业部门需要在表面涂一层薄膜, 而旋转尼涂是一种简单而广泛使用的技术。磁盘的生产就使用了这种技术。Emslie 等^[53] 考虑了牛顿流体情况。从此以后, 若干作者^[54-56] 从实验和/或理论方面考虑了同一个问题。涂布材料是一种非牛顿流体, 所以后来的理论文章考虑的是非牛顿流体情况。我们把上述作者的工作推进了一步。陈文芳等^[57] 根据对磁浆流变性能的测量, 表明磁浆具有屈服应力, 选用 Casson 流体作为磁浆的本构方程, 得到了 Casson 流体在旋转圆盘上的基本流动的速度分布, 并用能量方法和数值方法研究其流动的稳定性。范椿^[58] 选用粘塑性流体作为磁浆的本构方程。由于尼涂过程中磁浆将蒸发, 故将薄膜粘度认为是时间的函数。根据这些特点建立了流动的基本方程, 最后得到的近似分析解与国外最近发表的实验数据相符^[55, 56]。

4. 粘弹性流体的润滑效应 早在 30 多年以前, 人们就知道在润滑用的矿物质油中添加聚合物, 能够增加油的粘度指数, 由此可以扩大润滑油应用的温度范围。添加聚合物后油就变成为粘弹性流体。所以研究粘弹性对流体动力学润滑的影响引起人们的注意。陈文芳等^[59, 60] 选用 Oldroyd 流体和广义二阶流体作为润滑剂, 研究了粘弹性流体在滑动轴承中的润滑效应。用摄动法求解, 发现流体的弹性效应是增大总承载力和总摩阻力, 流体的变稀粘度的效应是在 $H \leq 1.6$ 时增大总承载力, 减小总摩阻力, 而在 $H > 1.6$ 时减小总承载力和总摩阻力。裘祖干等^[61] 对幂律流体推导了非稳定的修正 Reynolds 方程, 用差分方法对径向轴承进行数值求解。根据数值结果, 分析了非牛顿流体特性对油膜压力分布、承载力的影响。

5. 收缩流的流动研究 收缩流对高聚物加工成形有重要的意义，纺丝、挤出、吹塑、注模等过程都会遇到收缩问题。这种复杂流动具有重要的理论意义，也可作为取得伸长粘度的间接方法之一。中国科学院化学研究所在这方面进行了较深入的研究。王培国、钱人元^[62]利用激光多普勒测速技术测量了收缩流中心线的流速分布。对一种弹性较小的非牛顿流体观察到，在180°入口角矩形缝隙收缩流的入口前，中心线速度出现减速区（Re数小于2.5）。这是非牛顿收缩流的一种新现象，其来源值得作进一步的探讨。许元泽和钱人元^[63]进一步做了二维测量的工作。理论方面 Schümmmer 和许元泽^[64]采用 Rivlin-Ericksen 流体本构方程，共转坐标系，用二阶摄动解描述了弹性和惯性较大变化范围内锥形收缩流动。计算结果表明，入口流线由大 De (Deborah 数) 时的靠壁弹性环流，随 De 减小到某一范围 (De = 7 × 10⁻³) 而迅速变为惯性效应所特有的中心环流。同时进行了实验观察，选择两种典型的粘弹性液体：高分子量聚氧乙烯 (POX WSR 201) 的水溶液和人造血浆 (聚乙烯基吡咯烷酮 Luviskol K 90) 的甘油溶液。用流场显示和摄影方法记录剖面的流线分布。理论计算和实验结果定性地符合。

朱坚亭、许元泽^[65]研究了二阶流体在锥形收缩中的应力分布和压力降特性，并讨论了表现出截然不同流谱的参数范围内应力分布的变化规律。应力的变化与流谱的变化相对应，可以解释在收缩口中产生次级流动的原因。林建忠等^[66]用摄动方法计算了粘弹性二阶流体楔形收缩流的流场分布。并讨论了惯性和弹性效应对形成涡旋的作用。

以上边值问题用摄动法求解，有效范围受到限制。近年来许多作者已用数值法求解^[67, 68]。收缩流动是用数值方法解流动问题之一，这不仅因为它的工业应用，也因为它是典型的非测粘流动。目前对高 De 数还得不到解^[67]。刘明新、陈一泓^[69]对粘弹性流体的突然收缩流动进行了数值计算。采用率型四参数 Oldroyd 模型作为粘弹性流体的本构方程：

$$T^{ik} + \lambda_1 \frac{\delta}{\delta t} T^{ik} + \mu_0 T^j_j D^{ik} = 2\eta_0 \left(1 + \lambda_2 \frac{\delta}{\delta t}\right) D^{ik} \quad (6)$$

其中 T^{ik} 是偏应力张量； D^{ik} 是形变率张量； η_0 是表观零粘度； λ_1 ， λ_2 和 μ_0 都是物料常数，具有时间量纲； $\delta T^{ik}/\delta t$ 和 $\delta D^{ik}/\delta t$ 分别是 T^{ik} 和 D^{ik} 的逆变 Oldroyd 导数。引进新的偏应力张量 \bar{T}^{ik} ，它与原有的 T^{ik} 和 D^{ik} 有如下的关系：

$$\bar{T}^{ik} = T^{ik} - 2\eta_0 \beta D^{ik} \quad (7)$$

其中 $\beta = \lambda_2/\lambda_1$ 。数值计算时采用流函数涡量法及有限差分的第二种迎风差分格式。对涡量方程和本构方程采用非定常解法来解定常问题，并采用显式差分格式。这样在较高的 Weissenberg 数下仍能获得稳定的计算结果。

V. 聚合物加工

熔融聚合物是一种非牛顿流体，所以聚合物加工是重要的非牛顿流体的工业过程。

1. 挤出机的研究 要想科学地设计不同目的的挤出机，必须了解挤出机的容积，压力，注射速度，温度，功率等同聚合物的物理性质，操作条件和挤出机的几何参数之间的关系。金德谦^[70]从理论和实验方面研究了橡胶挤出机的挤出胶温。阎琦^[71]提出了“等效锥槽”模型并导出幂律流体的压力分布。朱复华等^[72, 73]根据大量实验提出了单螺杆挤出机的挤出物理模型，并计算了压力、温度分布等。薛世诚等^[74]应用正交设计方法对参数进行了优选，为设计螺旋芯棒机头提供了依据。李素清等^[75]研究了胶料在挤出机中的流变行为，并与

毛细管流变仪测量的结果相比较。结果表明由于挤出机的构造特点，二者有时会有很大的差别。

2. 聚合物纺丝动力学 聚合物的熔化纺丝是纺织工业的主要过程之一。这是一个复杂的过程，是一个非牛顿流体力学问题。由此流动的工业重要性，国外已经有了大量的研究工作。Denn 等^[76]已给出聚合物的纺丝方程。这是一个复杂的方程，它的零阶近似是一个二阶非线性常微分方程，用常规的方法求不出它的分析解，这就给摄动法带来了困难。陈文芳和范椿^[77]提出一种方法解决了这一难题。利用高速纺丝的测量数据估计出摄动法的零阶解，得到既不复杂又很有效的近似分析解。同时进行了数值计算。二者结果符合得很好，证明了^[77]中提出的摄动法有较好的准确性。分析解和数值解二者结果和实验数据定性地一致。

3. 塑料注模成型的研究 模子和注塑机很贵。用非牛顿流体力学判断所设计模子及注塑机能否达到要求（例如，在给定压力下能否充满整个模子）很有价值。陈允明^[78]认为此问题有三个特点：①熔融热塑料是非牛顿流体，输送系数对温度很敏感，寻找一个合适的本构方程是当务之急；②粘性系数强烈依赖于温度，而流动性又影响产品质量，故能量方程至关重要；③塑料制品形状复杂，在许多连接处截面有显著变化，数值计算往往必不可少。陈允明^[79, 80]假设粘性系数 μ 在冷凝层外为常数，在冷凝层中 $\mu = \infty$ ，用折线近似温度剖面，并计入冷凝层和粘性加热引起的过冲，最后可得未知量是冷凝层厚度和边界层厚度的一阶偏微分方程组，可用特征线法求解。夏廷文^[81]用有限差分法建立压力及温度的差分方程组，用计算机算出充模阶段不同时刻的压力、速度分布及充模时间，并算出冷却阶段各时刻塑料的温度分布。还介绍了实验装置和测试技术，最后对理论计算和实验结果作了分析比较。

VI. 石油工业中的一些应用

非牛顿流体力学在石油工业中起着重要的作用。我国目前至少研究了以下一些问题。

1. 管道输油 大庆原油属高含蜡原油，其流动性能受热力和剪切作用的影响尤为敏感。罗哲鸣和严大凡^[82]以实验为依据，作出了两条全粘温曲线。为管道输油时选取输油方法和输油参数提供依据。如果同时采用优化设计，则可取得显著的经济效益。

2. 钻井及泥浆 钻井工业中所用的泥浆是一种非牛顿流体，其流动是一种螺旋流动。王泽民等^[83]，王好平等^[84]分别研究了无固相完井液，凹凸棒石粘土悬浮液的流变特性，为配置钻井泥浆提供了依据。陈剑萍等^[85]研究了泥浆高剪粘度与机械钻速的关系。张海桥和崔海清^[86]从理论和实验两个方面研究了环形空间中的螺旋运动。用幂律模型作为钻井流体的本构方程，给出了速度分布的分析表达式，并由此可算出流量、压降、稳定性参数。计算结果与实验测量结果相符。由于螺旋运动的复杂性给流体动力学稳定性理论带来了困难，因此创造出若干经验方法来预示从层流到湍流的转换^[87]。岳湘安和陈家琅^[88]用涡旋的观点提出了一个与前人相类似但物理解释更为合理的流动稳定性参数。

3. 强化采油和压裂液 强化采油就是用聚合物溶液注入油井驱出存留在地下的石油。因此，非牛顿流体流过多孔介质的问题是值得研究的。许元泽等^[89]推荐了两种评价强化采油用聚合物活性的渗流特性测量法。黄延章等^[90]研究了水包油和油包水（其流变特性符合幂律流体）在多孔介质中的渗流规律。濮德林等^[91]研究了玻璃微球含量对高分子水冻胶分散体系流变性质的影响。陈文芳和朱坚亭^[92]解了牛顿流体和 Carreau 流体流过颗粒密集立方体堆积介质时的近似速度分布和压力分布，展开式中的系数由配置法确定。

四、生物流体力学

大多数生物流体是非牛顿流体，虽然在某些条件下它们能够用牛顿流体来近似。鉴于这种流体的复杂性，刻画了几种生物流体的特性，并研究了（即使很少）生物流体的流变性质和疾病之间的关系。这是一个活跃的研究领域。

鲍慧芸等^[93]选取 Oldroyd 流体为人体关节液的本构方程，分别用楔形滑缝、指数形滑缝模拟人体膝关节，讨论了关节液在人体滑动关节中的润滑效应，用摄动法求解，取 Deborah 数作为摄动参数，求得二阶近似解，并利用实验得到的三类人（普通青年人，老年人和骨关节病人）的粘弹性参数进行计算和分析，为病理诊断提供依据。

周玉萍和魏娜^[94]报道了北京广安门医院对健康者 80 人和冠心病、高血压、脑血栓形成等五种疾病 307 例患者进行血液流变测量，结果表明，五种疾病都属于高粘滞综合症，血液粘度增高，红细胞沉降率增快，压积增大，电泳时间延长。此项研究工作对心血管病的诊断、病理研究和治疗都是有意义的。

廖福龙等^[95]选用 Warfarin 和 Aspirin 两种药物为实验药物，给体重 250 克左右的 Wistar 大鼠（雄性）灌胃，给药剂量分别为 0.5 毫克/公斤体重及 300 毫克/公斤体重。给药后于第四天取血样。采用旋转粘度计（HAAKE RV 100/CV 100），在恒定切变速率（0.3 秒⁻¹）下于 37°C 下测量血样的切应力-时间曲线，得到凝血时间和粘度上升速率，为研究抗凝药物对凝血过程血液流动的影响提供了定量的依据。

郭尚平等^[96]在采用 ELD 型旋转粘度计研究模拟肝胆汁和Ⅲ号氟碳代血液的流变性的同时，探讨了这两种流体在模拟生物多孔介质内的流动规律。实验结果表明，代血液在不同介质内的流变参数和粘度同剪切率之间的关系是不完全相同的。所以，在研究生物流体力学性质时，不能忽略多孔介质对生物流体流动特性的影响。

陈叔奇和梁子钧^[97]将实验测定的血液滞后环曲线与 Huang 方程拟合，得出方程中的参数值，再用这些参数来描写血液的触变性。陈叔奇和梁子钧^[98]还根据血液的滞后环曲线不但和血细胞形成的结构变化有关，而且和测试时血液形成的初始结构有关，提出了在触变性试验前给样品一个预处理以排除外界的干扰。

姜志恒等^[99]研究了伴有瞬间可逆氧合反应的对流传质，采用 Casson 流体的本构方程，用有限差分法获得了数值解。并用猪血进行了氧合实验。实验数据和理论计算的结果吻合。计算结果表明，在氧合器的研制中可将血液作为牛顿流体处理。

陆章基^[100]应用 Eringen^[101]的微极流体的理论，研究了脉动血液流过光滑圆管的问题，他把血液视为“两层流体”：核心层是微极流体，外周层是粘度较低不含血球的牛顿流体。在一定简化假定下，归结为求解一对耦合的速度与微转动速度的微分方程组。数值计算的结果与 Bugliarello 等^[102]的实验结果相符。陆章基^[103]用同样的方法研究了血液通过带有柔和狭窄的血管的流动特性（动脉管壁上有异物生长引起管腔局部变窄，称为狭窄）。

由于篇幅和能力所限，不可能把近年来我国所有有价值的论文都包括在本文之中。

五、小结

从上面可以看出，1978 年以来，非牛顿流体力学在我国的发展是相当快的。大多数研究课题与工业有关，如：聚合物加工，薄膜成型，润滑，石油等。为了连续地生产和维持产品的质量，加工过程必须是稳定的。与牛顿流体流动不同，非牛顿流体流动即使在很低的 Re 数

时也可以是不稳定的，所以对非牛顿流体流动稳定性研究比对牛顿流体更重要。为了理论描述加工过程，需要相当好地描述流体的流变性质，因此需要研究本构方程和流变参数的测量方法。在上述的所有领域里我们已经前进了一大步，在工业继续现代化和要求提高效率的今天，这些研究的重要性将受到更大的重视。工业生产是一个极复杂的过程，未必能得到加工过程的精确数学模型。因此，工业的实践仍然在很大程度上依赖于经验。理论研究能够在改进产品中起方向性的指导作用。现代化时代需要经常不断地改进工业，因此，理论研究是不能忽视的。大量的工业中使用的流体是非牛顿流体，我们希望非牛顿流体力学工作者和生产工程师之间将建立起亲密的合作关系，在祖国的四化建设中发挥更大的作用。

参 考 文 献

- 1 陈文芳，非牛顿流体力学，科学出版社，北京（1984）。
- 2 ——，范椿，第1届全国流变学会议论文摘要集，II-1（1985）。
- 3 ——，——，自然杂志，**8**: 4 (1985) : 243.
- 4 ——，力学与实践，**2**: 2 (1980) : 1.
- 5 Tanner R. I., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **50**, 4b (1983) : 1181. (流变学最近的进展(董务民译)，力学进展，**15**, 2 (1985) : 200)
- 6 陈文芳，力学学报，**1** (1983) : 16.
- 7 陈一泓，许元泽，陈文芳，力学学报，**16**, 6 (1984) : 546.
- 8 Lodge A. S., Wu Y. J., *Rheol. Acta*, **10** (1971) : 539.
- 9 Hsu Y. T. (许元泽), Schummer P., *ibid*, **22** (1983) : 12.
- 10 ——，——，*ibid*, **22** (1983) : 348.
- 11 Warner H. R., *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, **11** (1972) : 379.
- 12 Fan Xi-Jun (范西俊), *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, **17** (1985) : 125.
- 13 Christiansen R. L., Bird R. B., *ibid*, **3** (1977/1978) : 161.
- 14 Curtiss C. F., Bird R. B., *J. Chem. Phys.*, **74** (1981) : 2016.
- 15 Doi M., Edwards S. F., *J. Chem. Soc., Farad. Trans.*, **74** (1978) : 1789.
- 16 Bird R. B., DeAguiar J. R., *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, **13** (1983) : 149.
- 17 Fan Xi-Jun (范西俊), *ibid*, **17** (1985) : 251.
- 18 范西俊，第1届全国流变学会议论文摘要集，C-9 (1985)。
- 19 ——，同上，C-10。
- 20 ——，许元泽，同上，II-5。
- 21 金日光，彭曙辉，向慎一，同上，A-3。
- 22 李克，陆立明，李世，同上，A-7。
- 23 陈尚明，金日光，同上，A-9。
- 24 冯克，同上，A-10。
- 25 范希云，金日光，同上，A-13。
- 26 许晓秋，张可文，顾妍，蔡宝莲，许祖惠，同上，A-14。
- 27 周彦豪，赵素合，宿其，张乃武，同上，A-16。
- 28 向慎一，金日光，同上，A-19。
- 29 杨忠和，石殿英，吴大诚，文婉元，同上，A-1。
- 30 汪建敏，第3届全国流体力学学术会议（1985）。
- 31 许元泽，章其忠，孙立福，第1届全国流变学会议论文摘要集，D-1 (1985)。
- 32 孙桐，黄延华，关桂荷，同上，H-9。
- 33 谭志明，唐国俊，同上，B-18。
- 34 郑融，唐国俊，同上，C-4。
- 35 陈勤，同上，C-3。
- 36 蔡扶时，力学学报，**6** (1982) : 538.
- 37 Davies J. M., Hutton, J. F., Walters K., *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, **3** (1977/78) : 141.
- 38 陈文芳，力学进展，**15**, 1 (1985) : 49.
- 39 范椿，力学学报，**2** (1982) : 155.
- 40 Fan Chun (范椿), *ZAMP*, **35**, 3 (1984) : 435.
- 41 ——，*ibid*, **33**, 2 (1982) : 181.

- 42 Yih C. S., *Phys. Fluids*, **6** (1963) : 321.
- 43 Gupta A. S., *J. Fluid Mech.*, **28** (1967) : 17.
- 44 唐寅南, 张荣基, 江体乾, 第1届全国流变学会议论文摘要集, B-6 (1985) .
- 45 Zhang Kai (章凯), *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, **11** (1982) : 201.
- 46 Becker E., *ZAMM*, **63** (1983) : 43.
- 47 Han Shifang (韩式方), *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, **15** (1984) : 181.
- 48 韩式方, 第3届全国流体力学学术会议 (1985) .
- 49 ——, 第1届全国流变学会议论文摘要集, B-10 (1985) .
- 50 Goldstein S., *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **1** (1968) : 1.
- 51 Jiang T. Q. (江体乾), Metzner A. B., Advances in Rheology (IX Int. Congr. on Rheol., Acapulco, Mexico, Oct. 8-13, 1984), Vol. 2, Fluids, P.431.
- 52 江体乾, 第1届全国流变学会议论文摘要集, B-11 (1985) .
- 53 Emslie A. G., Bonner F. T., Peck L. G., *J. Appl. Phys.*, **29** (1958) : 853.
- 54 Acrivos A., Shah M. I., Petersen E. E., *ibid*, **31** (1960) : 963.
- 55 Chen B. T., *Polym. Eng. Sci.*, **23** (1983) : 399.
- 56 Meyerhofer D., *J. Appl. Phys.*, **49** (1978) : 3993.
- 57 陈文芳, 蔡扶时, 许元泽, 第1届全国流变学会议论文摘要集, B-12 (1985) .
- 58 范椿, 同上, B-2.
- 59 陈文芳, 蔡扶时, 力学学报, **16**, 4 (1984) : 333.
- 60 ——, ——, 同上, **17**, 6 (1985) : 485.
- 61 表沮平, 陈伯贤, 第1届全国流变学会议论文摘要集, B-15 (1985) .
- 62 王培圃, 钱人元, 中国科学, B辑, **8** (1984) : 679.
- 63 Xu Y. (许元泽), Qian Ren-yuan (钱人元), Advances in Rheology (IX Int. Congr. on Rheol., Acapulco, Mexico, Oct., 8-13, 1984), Vol. 2, Fluids, P. 449.
- 64 Schummer P., Xu Y. (许元泽), *ibid*, Vol. 2, Fluids, P. 153.
- 65 朱坚亭, 许元泽, 第1届全国流变学会议论文摘要集, B-9 (1985) .
- 66 林建忠, 陈一泓, 许元泽, 同上, B-7.
- 67 Crochet M. J., Davies A.R., Walters K., Numerical of Non-Newtonian Flow, Elsevier (1984) .
- 68 古大治, 第1届全国流变学会议论文摘要集, IL-8 (1985) .
- 69 刘明新, 陈一泓, 同上, B-4.
- 70 金德谦, 同上, H-5.
- 71 阎琦, 同上, H-4.
- 72 朱复华, 同上, H-2.
- 73 ——, 徐敬一, 同上, B-13.
- 74 薛世诚, 彭玉成, 同上, H-3.
- 75 李素清, 秦汉, 张凡, 同上, A-8.
- 76 Denn M. M., Petrie C. J. S., Avenas P., *A. I. Ch. E. J.*, **21** (1975) : 791..
- 77 陈文芳, 范椿, 应用数学和力学, **5** (1984) : 249.
- 78 陈允明, 力学进展, **13**, 3 (1983) : 345.
- 79 Chen Yunming (陈允明), Shen S. F., Proc. Int. Conf. Nonlinear Mech., Science Press (1985) : 686.
- 80 陈允明, 第1届全国流变学会议论文摘要集, I-10 (1985) .
- 81 夏廷文, 同上, B-17.
- 82 罗哲鸣, 严大凡, 同上, G-6.
- 83 王泽民, 许元泽, 樊世忠, 同上, G-4.
- 84 王好平, 连丕勇, 金军, 同上, G-7.
- 85 陈剑萍, 肖平, 同上, G-5.
- 86 Zhang Haiqiao (张海桥), Cui Haiqing (崔海清), Proc. Int. Conf. Nonlinear Mech., Science Press (1985) : 834.
- 87 Hanks R. W., *A. I. Ch. E. J.*, **26**, 1 (1980) : 152.
- 88 岳湘安, 陈家琅, 第1届全国流变学会议论文摘要集, B-5 (1985) .
- 89 许元泽, 何勤功, 同上, G-3.
- 90 黄延章, 胡雅初, 林洪书, 尉立岗, 刘先贵, 同上, G-8.
- 91 濮德林, 杨昌美, 吴大诚, 同上, G-2.
- 92 陈文芳, 朱坚亭, 第3届全国流体力学学术会议 (1985) .
- 93 鲍慧芸, 陈文芳, 蔡扶时, 第1届全国流变学会议论文摘要集, E-1 (1985) .

- 94 周玉萍, 魏姗, 同上, E-4.
95 廖福龙, 李文, 黄深, 同上, E-7.
96 郭尚平, 于大森, 吴万娣, 王学定, 同上, E-8.
97 陈叔奇, 梁子钧, 同上, E-10-(2).
98 ——, ——, 同上, E-10-(1).
99 姜志恒, 唐寅南, 包锦明, 江体乾, 同上, E-5.
100 Lu Zhangji (陆章基), Proc. Int. Conf. Nonlinear Mech., Science Press (1985) : 757.
101 Eringen A. C., J. Math. Mech., 16 (1966) : 1.
102 Buglnarello G., Sevilla J., Biorheology, 7 (1970) : 85.
103 陆章基, 第1届全国流变学会议论文摘要集, E-2 (1985).

THE DEVELOPMENT OF NON-NEWTONIAN FLUID MECHANICS IN CHINA

Fan Chun

(Institute of Mechanics, Academia Sinica)

C. F. Chan Man Fong

(Department of Mechanics, Beijing University)

Abstract

At the 1978 National Planning Conference on Mechanics it was agreed that non-Newtonian fluid mechanics is an area that needed to be developed and deserved support. Since then special courses have been held in various parts of the country and at various times. The number of papers on non-Newtonian fluid mechanics presented at various national and international conferences has significantly increased. In the present article we have briefly described the work of some of our colleagues in the following areas: (a) constitutive equations, continuum and molecular approaches, (b) rheometry, (c) stability of various flows, (d) slip at the walls, (e) spin coating, (f) lubrication, (g) converging flows, (h) polymer processing, spinning and injection moulding, (i) petroleum industries, drilling and flow through porous media, (j) bio-fluidmechanics. Most of the work described above was presented at the First National Congress on Rheology held in November 1985 in Changsha, Hunan province.

Keywords non-Newtonian fluids; constitutive equations; rheometry; stability of flows; converging flow; polymer processing; petroleum industries; bio-fluidmechanics.