

Miner 累积损伤理论的试验 验证和统计分析

中国科学院力学研究所 伍义生

摘 要

本文通过对 LY12-CZ 铝合金板材光滑试件和中心孔试件的常幅加载和变幅加载疲劳试验, 对 Miner 累积损伤理论进行了试验验证, 并对累积周比的分散性作了统计分析, 发现累积周比的分散性服从 Weibull 分布, 因此本文提出以最小累积周比值或以与一定存活率相应的累积周比值进行安全寿命估计的观点。

一、常幅加载和变幅加载疲劳试验

1. 试件和试验机

试件取自 LY12-CZ 铝合金板材, 为民航机机翼蒙皮材料。分别加工成光滑试件和中心孔试件, 它的形状和尺寸见图 1。孔径为 1.58mm, 板厚 1mm, $k_1=2.60$ 。试验在 2 吨 Amsler 高频疲劳试验机上进行。

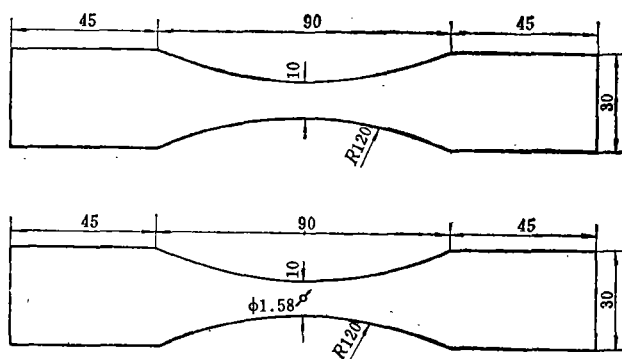


图 1 LY12-CZ 光滑试件和中心孔试件 (板厚 1 mm)

Fig. 1 LY12-CZ smooth specimen and specimen with a central hole (thick 1 mm)

2. 常幅加载疲劳试验

由于本试验是研究民航机机翼在阵风载荷作用下的累积损伤, 因此试验过程中保持平均应力不变, 相当飞机平飞过载为 1g 时的应力, g 为重力加速度。平均应力选为破

1984年5月26日收到。

坏时强度极限的25%。光滑试件极限强度为445.9N/mm²,平均应力取为109.76N/mm²。中心孔试件极限强度为406N/mm²,平均应力取为101.9N/mm²。光滑试件选取8个应力水平,中心孔试件选取6个应力水平,每个应力水平试验5~7件。

3. 变幅加载疲劳试验

利用插在试验机鼓轮上的金属片控制光电反馈信号实现程序块加载疲劳试验。为了研究载荷谱类型对累积周比的影响,本试验选用两种不同类型的载荷谱编制程序块。一种是Taylor阵风载荷谱^[1],简称T谱;一种是Freudenthal阵风载荷谱^[2],简称F谱。前者高应力循环周数在总循环周数中占的比例较小,后者高应力循环周数占的比例较大。过载引起的交变应力幅值按下列公式计算

$$S_a = \Delta n S_m \quad (1)$$

S_a 为交变应力幅值; Δn 为过载加速度; S_m 为平均应力。程序块载荷编制的结果见表1。为了防止试件侧向屈曲,试验过程中加导向板保护。表2给出LY12-CZ光滑试件常幅加载试验结果,表3给出中心孔试件常幅加载疲劳试验结果。变幅加载试验结果在表4、表5中给出。

表1a Taylor程序块谱每级的应力水平和循环次数

Tab. 1a Stresslevel and cycle number in Taylor program block spectrum

应力级别	1	2	3	4	5
S_{max} (N/mm ²)	195.02	171.5	157.78	147.98	139.16
循环次数	6.6×10^2	3.3×10^3	6.6×10^3	1.58×10^4	3.96×10^4
α_i	0.01	0.05	0.10	0.24	0.60

平均应力101.92N/mm²,每一循环块总循环次数 6.6×10^4 。

表1b Freudenthal程序块谱的应力水平和循环次数

Tab. 1b Stresslevels and cycle number in Freudenthal program block spectrum

应力级别	1	2	3	4
S_{max} (N/mm ²)	195.02	171.5	147.98	125.44
循环次数	2.64×10^3	1.06×10^4	1.85×10^4	3.43×10^4
α_i	0.04	0.16	0.28	0.52

平均应力101.92N/mm²,每一循环块总循环次数 6.6×10^4 。

表 2 LY12-CZ 光滑试件常幅加载疲劳试验结果
 Tab. 2 The constant amplitude test results
 of LY12-CZ smooth specimens

试件 编号	S_{max}	S_{min}	N	$\lg N$	\bar{x}	s	$\lg N_{0.50}$	$\lg N_{0.99}$	$\lg N_{0.01}$
1	313.6	109.76	4.0×10^4	4.6020	4.5722	0.1318	4.5722	4.2656	4.8788
2			3.0×10^4	4.4770					
3			2.5×10^4	4.3980					
4			4.0×10^4	4.6020					
5			3.7×10^4	4.5680					
6			6.1×10^4	4.7860					
7	288.12	109.76	3.8×10^4	4.5800	4.6314	0.0789	4.6314	4.4479	4.8149
8			3.5×10^4	4.5440					
9			5.5×10^4	4.7400					
10			4.8×10^4	4.6810					
11			4.1×10^4	4.6120					
12	269.5	109.76	6.4×10^4	4.8060	4.8647	0.0501	4.8647	4.7482	4.9812
13			8.2×10^4	4.9140					
14			6.5×10^4	4.8130					
15			7.5×10^4	4.8750					
16			7.1×10^4	4.8510					
17			8.5×10^4	4.9290					
18	253.82	109.76	7.5×10^4	4.8750	4.9270	0.1475	4.9270	4.5839	5.2701
19			1.2×10^5	5.0790					
20			6.7×10^4	4.8260					
21			7.6×10^4	4.8810					
22			5.8×10^4	4.7640					
23			1.37×10^5	5.1370					
24	235.2	109.76	1.36×10^5	5.1340	5.1940	0.1109	5.1940	4.9361	5.4520
25			1.38×10^5	5.1400					
26			2.11×10^5	5.3240					
27			2.07×10^5	5.3160					
28			1.15×10^5	5.0610					
29			1.25×10^5	5.0970					
30			1.93×10^5	5.2860					
31	215.6	109.76	4.39×10^5	5.6420	5.4911	0.1341	5.4911	5.1792	5.8030
32			2.63×10^5	5.4200					
33			3.05×10^5	5.4780					
34			1.93×10^5	5.2860					
35			3.36×10^5	5.5260					
36			4.65×10^5	5.6680					
37			2.62×10^5	5.4180					
38	215.6	109.76	7.56×10^5	5.8780	5.9428	0.1907	5.9428	5.4992	6.3864
39			8.68×10^5	5.9380					
40			1.41×10^6	6.1490					
41			4.60×10^5	5.6630					
42			1.22×10^6	6.0860					
43			1.47×10^6	6.1670					
44	176.4	109.76	2.91×10^6	8.4640	> 6.7378	0.2378	6.6160	6.4487	7.7614
45			6.56×10^6	6.8170					
46			3.19×10^6	6.5040					
47			4.38×10^6	6.6420					
48			$10^7 \rightarrow$	> 7.0					
49			$10^7 \rightarrow$	> 7.0					

1~7级按正态分布, 第8级按威布尔分布。应力单位 N/mm^2 。

表3 LY12-CZ中心孔试件常幅加载疲劳试验结果
 Tab.3 The constant amplitude test results of
 LY12-CZ specimens with a central hole

试件 编号	S_{max}	S_{min}	N	$\lg N$	\bar{x}	S	$\lg N_{0.50}$	$\lg N_{0.99}$	$\lg N_{0.01}$					
1	277.928	101.92	7×10^3	3.8451	3.8451		3.8451							
2	250.194		1.54×10^4	4.1875			4.1875			4.1875				
3	245.49		1.60×10^4	4.2041			4.2041			4.2041				
4	240.884		2.00×10^4	4.3010			4.3010			4.3010				
5	213.15		4.40×10^4	4.6435			4.7348			4.7348				
6	213.15		6.70×10^4	4.8261										
7	227.36	101.92	3.7×10^4	4.5680										
8			2.2×10^4	4.3420										
9			2.0×10^4	4.3010										
10			1.9×10^4	4.2790						4.3720	0.1031	4.3720	4.1322	4.6118
11			2.4×10^4	4.3800										
12			2.3×10^4	4.3620										
13	203.84	101.92	6.0×10^4	4.7780										
14			5.4×10^4	4.7320										
15			6.6×10^4	4.8200						4.7565	0.0436	4.7562	4.6548	4.8576
16			5.1×10^4	4.7080										
17			5.53×10^4	4.7430										
18	180.712	101.92	1.18×10^5	5.0720										
19			1.20×10^5	5.0790										
20			1.96×10^5	5.2920						5.1610	0.0873	5.1610	4.9579	5.3641
21			1.72×10^5	5.2360										
22			1.41×10^5	5.1500										
23			1.37×10^5	5.1370										
24	151.9	101.92	3.79×10^5	5.5780										
25			2.52×10^5	5.4020										
26			5.84×10^5	5.7660										
27			4.40×10^5	5.6440						5.6496	0.1477	5.6496	5.3061	5.9932
28			7.26×10^5	5.8610										
29			5.06×10^5	5.7040										
30			3.91×10^5	5.5920										
31	147.98	101.92	1.52×10^6	5.1820										
32			9.32×10^5	5.9700										
33			8.20×10^5	5.9140										
34			6.13×10^5	5.7880						6.0096	0.2489	5.9184	5.7709	7.2463
35			5.96×10^5	5.7750										
36			3.04×10^6	6.4830										
37			9.01×10^5	5.9550										
38	138.964	101.92	5.15×10^6	6.7120										
39			7.05×10^6	6.8480										
40			5.48×10^6	6.7380						6.8245	0.1310	6.7781	6.7033	7.7042
41			$10^7 \rightarrow$	$7.0 \rightarrow$										

1~4级按正态分布, 5~6级按威布尔分布。应力单位 N/m^2 。

表 4 Taylor 程序块载荷谱试验结果

Tab. 4 The test results of Taylor program block spectrum

试件编号	N_g	$\sum \frac{n_i}{N_i} = a$	\bar{a}
1	7.65×10^5	0.7685	0.9563
2	8.85×10^5	0.8891	
3	9.27×10^5	0.9313	
4	1.12×10^6	1.1252	
5	1.07×10^6	1.0749	
6	8.63×10^5	0.8670	
7	9.90×10^5	0.9946	
8	8.49×10^5	0.8529	
9	9.74×10^5	0.9785	
10	9.73×10^5	0.9775	
11	7.83×10^5	0.7866	
12	1.28×10^6	1.2859	
13	8.57×10^5	0.8610	
14	7.52×10^5	0.7555	
15	1.19×10^6	1.1955	

表 5 Freudenthal 程序块载荷谱试验结果

Tab. 5 The test results of Freudenthal program block spectrum

试件编号	N_g	$\sum \frac{n_i}{N_i} = a$	\bar{a}
1	6.87×10^5	1.2697	1.20
2	7.16×10^5	1.3233	
3	6.73×10^5	1.2438	
4	5.87×10^5	1.0849	
5	7.29×10^5	1.3473	
6	5.28×10^5	0.9758	
7	7.40×10^5	1.3676	
8	5.36×10^5	0.9906	
9	6.70×10^5	1.2383	
10	5.66×10^5	1.0461	
11	5.56×10^5	1.0276	
12	7.37×10^5	1.3621	
13	6.86×10^5	1.2678	
14	1.08×10^6	1.9960	
15	6.93×10^5	1.2808	
16	6.28×10^5	1.1607	
17	9.01×10^5	1.6652	
18	5.53×10^5	1.0220	
19	5.93×10^5	1.0960	
20	6.77×10^5	1.2512	
21	5.59×10^5	1.0331	

二、疲劳试验结果的统计分析

1. 常幅载荷下疲劳寿命分散的正态分布和 Weibull 分布检验

通常利用正态分布和 Weibull 分布概率坐标纸检验疲劳寿命的分散是否符合正态分布或 Weibull 分布^[9]。图 2、图 3 分别给出 LY12-CZ 光滑试件和中心孔试件在正态概率坐标纸上的分布。纵坐标为存活率，横坐标为对数疲劳寿命。从图中可以看到光滑试件 1~7 级应力水平近似服从对数正态分布，但第 8 级应力水平与正态分布相差较大。中

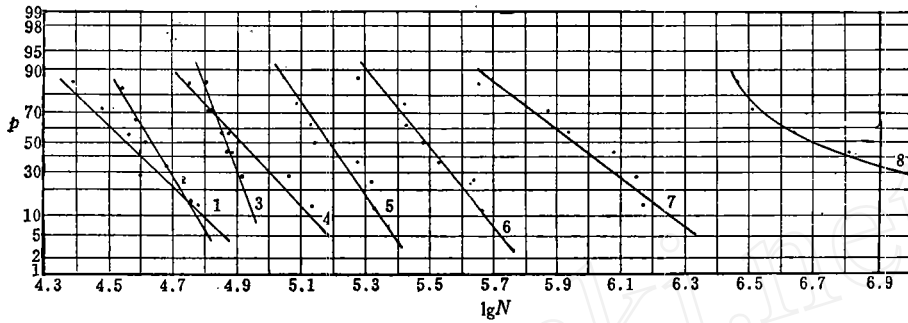


图2 LY12-CZ光滑试件疲劳寿命分散的对数正态分布检验

Fig. 2 Normal distribution verification of fatigue logarithm life in LY12-CZ smooth specimen

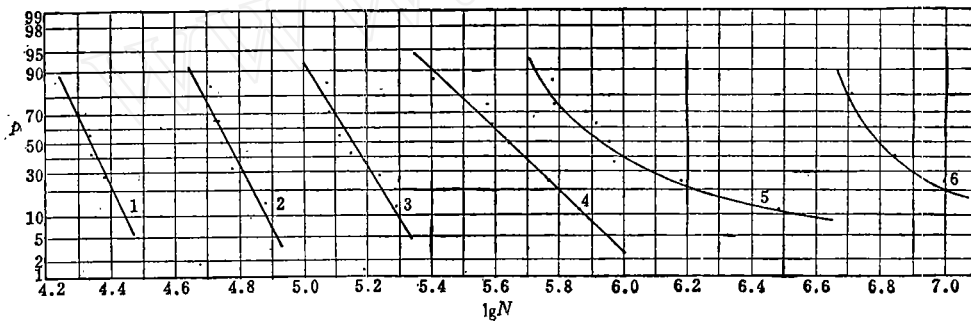


图3 LY12-CZ中心孔试件疲劳寿命分散的对数正态分布检验

Fig. 3 Normal distribution verification of fatigue logarithm life in LY12-C Z specimen with a central hole

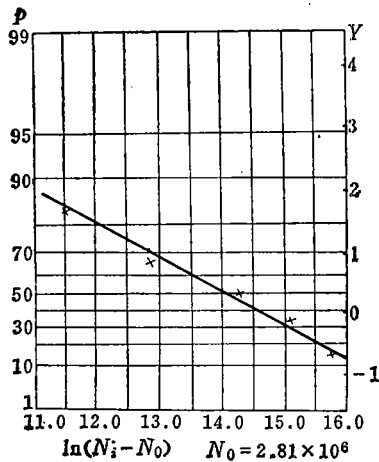


图4 LY12-CZ光滑试件第八级应力水平疲劳寿命分散的weibull分布检验

Fig. 4 Weibull distribution verification of fatigue life in 8-th stress level of LY12-CZ smooth specimen

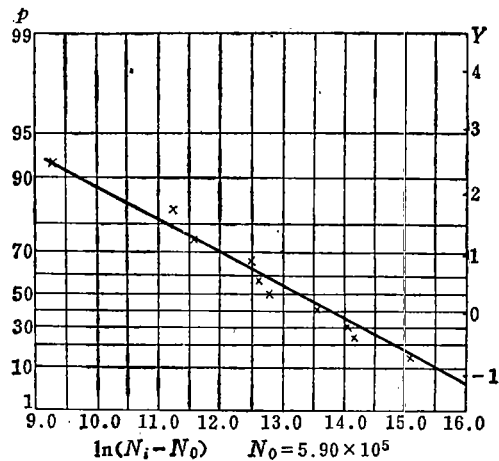


图5 LY12-CZ中心孔试件第五级应力水平疲劳寿命分散的Weibull分布检验

Fig. 5 Weibull distribution verification of fatigue life in 5-th stress level of LY12-CZ specimen with a central hole

心孔试件 1~4 级应力水平近似服从对数正态分布, 但 5~6 级应力水平与对数正态分布相差较大。从图 4 和图 5 可以看出在低应力水平常幅寿命分散性近似服从 Weibull 分布。最小寿命 N_0 值可反复选取, 直到图中的直线拟合最好为止。

2. $S-N$ 曲线和 $p-S-N$ 曲线的确定

本试验发现三参数指数类型的 $S-N$ 曲线可以较好地符合试验数据:

$$(S_{\max} - S_0)^m N_p = c \quad (2)$$

式中 S_0 、 m 和 c 为三个待定的常数; N_p 为与一定存活率对应的疲劳寿命, 对于正态分布可按式确定

$$\lg N_p = \bar{x} - u_p S \quad (3)$$

\bar{x} 为子样平均值; S 为子样标准差。 u_p 由正态分布表查出。对于 Weibull 分布 N_p 可按下列公式求得

$$N_p = N_0 + \left(\ln \frac{1}{p} \right)^{\frac{1}{b}} (N_a - N_0) \quad (4)$$

式中 N_0 为最小寿命; N_a 为特征寿命; b 为形状参数。与 $p = 0.50, 0.99, 0.01$ 对应的疲劳寿命已在表 2 和表 3 中给出。公式(2)中的待定常数可用最小二乘法求得。

光滑试件 $S-N$ 曲线拟合结果为

$$(S_{\max} - 16.2)^{2.2641} \times N_{0.50} = 1.6214 \times 10^7, \quad r = 0.9981$$

$$(S_{\max} - 15.0)^{2.8831} \times N_{0.99} = 4.6679 \times 10^7, \quad r = 0.9818$$

$$(S_{\max} - 17.2)^{2.4010} \times N_{0.01} = 3.0980 \times 10^7, \quad r = 0.9959$$

中心孔试件 $S-N$ 曲线拟合结果为

$$(S_{\max} - 13.4)^{2.1872} \times N_{0.50} = 3.6651 \times 10^6, \quad r = 0.9921$$

$$(S_{\max} - 12.5)^{2.9780} \times N_{0.99} = 1.4409 \times 10^7, \quad r = 0.9627$$

$$(S_{\max} - 14.5)^{2.1605} \times N_{0.01} = 3.3684 \times 10^6, \quad r = 0.9604$$

式中 r 为相关系数, 光滑试件和中心孔试件的 $S-N$ 曲线和 $p-S-N$ 曲线已在图 6 中给出。

3. 累积周比的计算

根据 Miner 公式^[4], 疲劳破坏发生时

$$\sum_{i=1}^n \frac{n_i}{N_i} = 1 \quad (5)$$

n_i 为每一级应力循环的次数, N_i 为该级应力水平的疲劳破坏循环次数。实际发现, 累积周比并不总是等于 1, 而是等于 a ,

$$a = \sum_{i=1}^n \frac{n_i}{N_i} \quad (6)$$

$$n_i = \alpha_i N_g \quad (7)$$

N_g 为变幅加载的总循环次数, α_i 为各级应力循环次数在总循环次数中占的百分比。由(2)式得

$$N_i = c / (S_{\max i} - S_0)^m \quad (8)$$

将(7)式和(8)式代入(6)式得

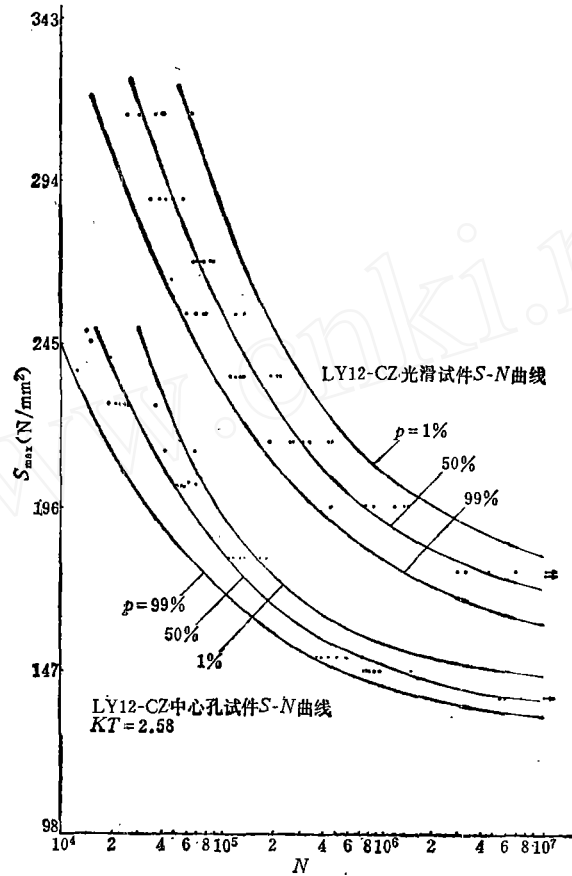


图 6 LY12-CZ光滑试件和中心孔试件的 S-N 曲线和 P-S-N 曲线
 Fig. 6 The S-N curves and P-S-N curves of LY12-CZ
 Smooth specimens and specimen with a central hole

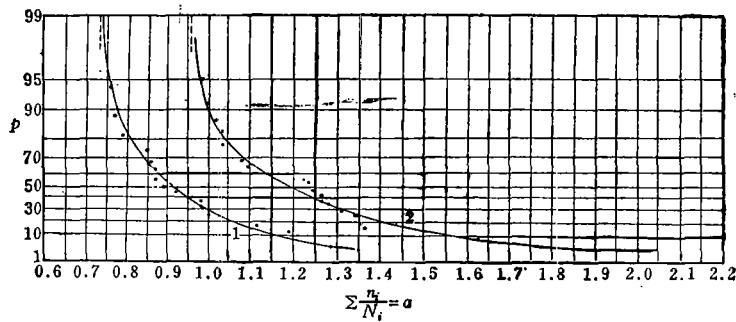


图 7 LY12-CZ中心孔试件在程序块谱作用下累积周比的Weibull分布
 1-T谱, 2-F谱。
 Fig. 7 The weibull distribution of cumulative cyclic ratio of LY12-CZ
 specimen with a central hole under program block spectrum
 1-T spectrum, 2-F spectrum.

$$a = N_g \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{N_i} = N_g \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i (S_{\max i} - S_0)^m}{c} \quad (9)$$

将中心孔试件 $S_{\max} - N_{0.50}$ 曲线中的 S_0 、 m 和 c 值代入 (9) 式, 可计算出由试验得到的 a 值。两种载荷谱的结果在表 4 和表 5 中给出。

4. 累积周比分散的统计分析

对累积周比分散进行统计分析的结果发现, 累积周比的分散接近 Weibull 分布。图 7 给出累积周比值在 Weibull 概率坐标纸上的分布。我们看到数据的下端趋近一条渐近线, 该渐近线与最小累积周比值 a_0 相应。如以 $\ln(a - a_0)$ 为横坐标, 在 Weibull 概率坐标纸上各数据点近似呈一条直线。图 8 给出的是 T 谱和 F 谱累积周比的联合 Weibull 分布情况。

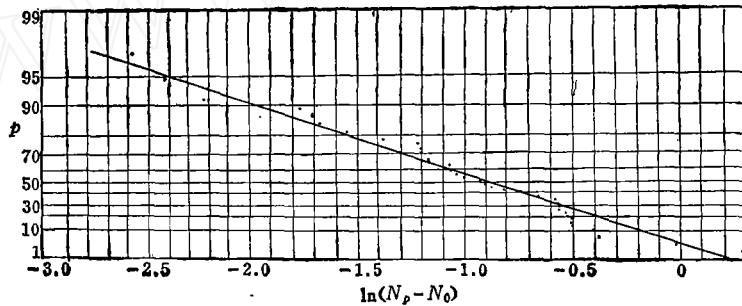


图 8 T 谱和 F 谱累积周比的联合 Weibull 分布

Fig. 8 The united distribution of cumulative cyclic ratio of T spectrum and F spectrum

对于 Weibull 分布, 与一定存活率 p 对应的累积周比值 a_p 有下列关系

$$p = e^{-\left[\frac{a_p - a_0}{a_a - a_0}\right]^b} \quad (10)$$

该式可改写为

$$-\ln \ln \frac{1}{p} = -b \ln(a_p - a_0) + b \ln(a_a - a_0) \quad (11)$$

$$\text{令 } y = -\ln \ln \frac{1}{p}, \quad x = \ln(a_p - a_0), \quad -b = k, \quad b \ln(a_a - a_0) = c$$

公式(11)变为

$$y = kx + c \quad (12)$$

每次选定一个 a_0 , 用最小二乘法确定(12)式中的参数, 依次选定 a_0 , 使数据的拟合最好为止。由此得出累积周比 Weibull 分布的三个有关参数 a_0 , a_a , b , 见表 6。与一定存活率 p 相应的 a_p 值可按下列公式计算

$$a_p = a_0 + \left(\ln \frac{1}{p}\right)^{\frac{1}{b}} (a_a - a_0) \quad (13)$$

表6 累积周比的Weibull分布

Tab. 6 Weibull distribution of cumulative cyclic ratio

谱载 \ 参数	a_0	a_a	b	r
1①	0.73	0.97	1.1844	0.9862
2②	0.96	1.27	1.0394	0.9848
3③	0.68	1.18	1.8051	0.9866

- ① Taylor程序块谱。
 ② Freudenthal程序块谱。
 ③ T程序块谱和F程序块谱, 累积周比的联合Weibull分布。

三、结 论

1. T程序块谱累积周比的平均值为0.96, F程序块谱累积周比的平均值为1.20, 两种程序块谱36个试件的平均值为1.10, 与Miner理论相差不大。

2. 载荷谱的类型对累积周比有一定影响, T谱 α 值略小于1, F谱 α 值略大于1, 这可以归结为高应力循环在孔附近产生残余压应力的影响。本试验最高一级应力水平已使孔附近进入屈服, 因此产生残余压应力的有益影响。F谱高应力占的比例较大, 残余压应力的有益影响较显著。

3. 常幅载荷下疲劳寿命的分散在高应力水平近似服从对数正态分布, 在低应力水平近似服从Weibull分布。

4. 累积周比值的分散近似服从Weibull分布, 由Weibull分布得出的最小累积周比值或与一定存活率对应的累积周比值可用于安全寿命的估算。以概率累积周比值估算寿命可按下列公式进行

$$N'_g = a_p / \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{N_i} \quad (14)$$

$a_{0.5}$ 对应50%存活率, 最小累积周比值 a_0 对应100%的存活率。

由于影响累积周比值的因素很多, 如材料、构件和载荷谱的类型等, 因此为了在实际中应用带概率的累积周比值, 还应进行大量的工作研究累积周比分散的普遍规律, 以便确定有关的参数。

本文试验部分工作是1964~1965年进行的, 曾得到张强星教授的指导和疲劳组有关同志的帮助, 唐驰同志参加了本文统计分析的计算和制图工作, 在此表示感谢。

参 考 文 献

- [1] Schijve, J., The Endurance under program fatigue testing, Full Scale Fatigue Testing of Aircraft Structures, (1961), 41.
 [2] Freudenthal, A. M., Fatigue in Aircraft structures, P146~177, (1956).
 [3] 高镇同主编, 航空金属材料疲劳性能手册, 北京航空材料研究所, (1981).
 [4] Miner, M. A., Journal of Applied Mechanics, Vol, 12, No. 3, September, (1945).

TEST VERIFICATION OF MINER'S RULE AND STATISTICAL ANALYSIS

Wu Yisheng

(Institute of Mechanics, Academia Sinica)

Abstract

The fatigue tests of smooth specimens and specimens with a central hole under constant and variable amplitude loadings are presented. The material is LY12-CZ aluminum alloy. Taylor and Freudenthal program block spectrums are adopted for variable amplitude loading. Miner's rule is verified by the tests. The statistical analysis of fatigue life and cumulative cyclic ratio is completed.

It is found from the tests:

(1) The average value of $\sum \frac{n}{N} = a$ equals 0.96 for Taylor program block spectrum and 1.20 for Freudenthal one. Miner's rule is not too different from test data.

(2) The kind of the spectrum has an effect on the value of a due to the effect of residual stress.

(3) Fatigue life in the constant amplitude tests under high stress is submitted to log-normal distribution and to weibull distribution under low stress.

(4) The dispersal of a is submitted to weibull distribution. As a result, the minimum value a_0 or probability value a_p can be used to estimate the safe life.