

用磁探针测定慢电子平均散射截面

崔季平 何宇中 范秉诚

(中国科学院力学研究所)

将林绍基磁探针原理推广到用于拉莫频率不能忽略的情形。用了两个不同磁强的探针同时使用于激波管中, 测量了离子化气体中的电子碰撞频率。对实验结果的分析得出, 在5000K时电子碰撞截面为 $\bar{Q}_{N_2} = 1.9 \times 10^{-15} \text{cm}^2$, $\bar{Q}_O = 4 \times 10^{-16} \text{cm}^2$, $\bar{Q}_N = 4 \times 10^{-16} \text{cm}^2$ 。本实验定出的氮原子对慢电子的散射截面数据与苟清泉等人的理论计算结果比较一致。

一、引言

1959年林绍基和Kivel^[1]用直流磁探针与微波联合使用, 测得氧原子在4000K时的平均散射截面 $\bar{Q}_O = 1.5 \times 10^{-16} \text{cm}^2$ 。它比Lamb和林绍基^[2]早些时候用的Hammerling^[3]的理论计算结果小了10倍。1981年苟清泉等人^[4]用分波法考虑交换与极化效应的计算与文献[1]相吻合, 用同样方法计算的氮原子慢电子散射截面, 也比文献[3.]的结果低得多。目前未见能量比较低的氮原子散射截面的实验数据。本文用改进了的磁探针方法对氮原子在5000K下的平均电子散射截面进行了测量。同时测定了氮分子和氧原子的平均电子散射截面, 并与现存的结果做了对比。

二、原理

将林绍基^[5]的磁探针原理, 推广到用于拉莫频率不能忽略的情况, 已另文报道^[6]。在拉莫频率起作用的情形下, 进行碰撞频率的测量原理分析如下。

磁探针使用于激波管束流中, 迎风面为尖锥形。磁探针磁场沿轴向 x 及径向 R 分布。其中心部分磁场最强处, 即 $x=0$ 点, 磁感应强度为 B_0 , 经实测, 探针径向磁场强度分布为

$$B(R, x) = B_0 \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 K(x). \quad (1)$$

其中 R_0 为探针外半径, x 为轴向距离, R 为径向距离, $K(x)$ 在 $x=0$ 处有极大值, 且 $K(0)=1$ 。厚 dx 的导体以速度 u 扫过探针, 由感生电流产生探针中心处附加磁通为

$$d\phi_0 = \frac{2\pi}{c^2} \sigma u Q_{01} B_0 \left(\frac{R_0}{x} \right)^2 K(x) \int_{R_0}^{\infty} \frac{R^2}{(x^2 + R^2)^{3/2}} dR. \quad (2)$$

其中 Q_{01} 为探针的有效截面, 设 R_0 小截面中磁通均匀。(2)式可写成

$$d\phi = \sigma g(x) dx, \quad (3)$$

$$g(x) = \frac{2\pi}{c^2} u Q_{01} B_0 \left(\frac{R_0}{x} \right)^2 \left\{ 1 - \frac{R_0/x}{[1 + (R_0/x)^2]^{1/2}} \right\} K(x). \quad (4)$$

事实上不用 $K(x)$ 去算 $g(x)$, 而用校正实验定之。即用一已知电导的金属, 以已知速度扫过。此时, 可由探测线圈给出感生电动势

$$V = A \frac{d\phi}{dt} = Au \frac{d\phi}{ds}, \quad (5)$$

$$\phi(s) = u \int_{s-l}^l \sigma(s-x) g(x) dx. \quad (6)$$

定出 $g(x)$ 来, 如文献 [5] 所述, 呈正态分布函数形式

$$g(s) = \frac{D}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2}s}{b} \right)^2 \right], \quad (7)$$

并可由实验定出其中的仪器常数 $A^* = A \cdot D$ 和 b 。式中 s 为激波面, l 为激波实验区长度, b 是特征长度, 为探针分辨力的量度, D 是强度因子^[6]。

在低密度电离气体和强磁场下, 拉莫频率不能忽略, 有^[7]

$$\sigma = \sigma_0 \frac{\nu^2}{\nu^2 + \omega_b^2}, \quad (8)$$

$$\sigma_0 = 0.850 \frac{n_e e^2}{m_e \nu}, \quad (9)$$

$$\omega_b = \frac{e}{cm_e} B. \quad (10)$$

将(8—10)式代入(2)式, 得

$$d\phi = \frac{2\pi}{c^2} u B_0 \sigma_0 Q_{01} K(x) dx \int_{R_0}^{\infty} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \frac{R^2}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \times \\ \frac{\nu^2}{\nu^2 + \omega_b^2} (R_0/R)^4 K^2(x) dR.$$

上式我们用径向磁场强度代替了总强度。以下会见到, 我们只讨论 x 小的情形。在 x 小时, $K(x)$ 展开到 x^2 项, $K(x) = 1 - \alpha x^2$, 则有

$$d\phi = \frac{2\pi}{c^2} B_0 u \sigma_0 Q_{01} dx \left\{ \frac{\nu}{2\omega_{b0}} \left(\frac{\pi}{2} - \text{tg}^{-1} \frac{\nu}{\omega_{b0}} \right) - \frac{3}{8} \left(\frac{1}{R_0} \right)^2 \left(\frac{\nu}{\omega_{b0}} \right)^2 \times \right. \\ \left. \ln \left[1 + \left(\frac{\omega_{b0}}{\nu} \right)^2 \right] x^2 - \frac{1}{2} \frac{\alpha (\nu/\omega_{b0})^2}{1 + (\nu/\omega_{b0})^2} x^2 + O(x^4) \right\}. \quad (11)$$

由(11)式可见, 在有拉莫频率影响时

$$g_B(0) = g(0) \left(\frac{\pi}{2} - \text{tg}^{-1} \frac{\nu}{\omega_{b0}} \right) \frac{\nu}{\omega_{b0}}. \quad (12)$$

响应函数中心部分的高度随 ν/ω_{b0} 减小而下降。 $g_B(x)$ 的两翼情况复杂, 但明显的是比中心部分下降得慢。如将(11)式也看作是正态分布函数展开到 x^2 的展式, 则有效宽度 b_B 为

$$b_B = \left\{ \frac{3}{4} \left(\frac{1}{R_0} \right)^2 \left(\frac{\nu}{\omega_{b0}} \right)^2 \ln \left[1 + \left(\frac{\omega_{b0}}{\nu} \right)^2 \right] + \alpha \left(\frac{\nu}{\omega_{b0}} \right)^2 / 1 + \left(\frac{\nu}{\omega_{b0}} \right)^2 \right\}^{-1/2}. \quad (13)$$

在 $\nu/\omega_{b0} \rightarrow \infty$ 时, $b_B \rightarrow b$, 有

$$b = \frac{2}{\sqrt{3}} R_0 \left(1 + \frac{4}{3} \alpha R^2\right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (14)$$

可见 b_B 在 ν/ω_{b0} 小时将明显大于 b 。应当注意, 在此时响应函数将不再是正态分布函数型的, 否则在 $|x|$ 大时会出现 $g_B(x) > g(x)$, 而这是不合理的。作为近似, 取

$$g_B^*(x) = \begin{cases} g(x), & \text{当 } |x| > b\sqrt{-\ln\left[\left(\frac{\pi}{2} - \text{tg}^{-1} \frac{\nu}{\omega_{b0}}\right)\left(\frac{\nu}{\omega_{b0}}\right)\right]}; \\ \left(\frac{\pi}{2} - \text{tg}^{-1} \frac{\nu}{\omega_{b0}}\right) \frac{\nu}{\omega_{b0}}, & \text{当 } |x| < b\sqrt{-\ln\left[\left(\frac{\pi}{2} - \text{tg}^{-1} \frac{\nu}{\omega_{b0}}\right)\left(\frac{\nu}{\omega_{b0}}\right)\right]}. \end{cases} \quad (15)$$

即响应函数近似做平台处理。或者仍当作正态分布函数形式

$$g_B(x) = \frac{D}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{2}x}{b^*}\right)^2\right\} \left(\frac{\pi}{2} - \text{tg}^{-1} \frac{\nu}{\omega_{b0}}\right) \frac{\nu}{\omega_{b0}}. \quad (16)$$

而用

$$\int_{-\infty}^{\infty} g_B^*(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) \left(\frac{\pi}{2} - \text{tg}^{-1} \frac{\nu}{\omega_{b0}}\right) \frac{\nu}{\omega_{b0}} dx. \quad (17)$$

定 b^* ,

$$b^* = b\xi^{-1} \left\{ [1 - \text{erf}(-\ln\xi)^{1/2}] + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \xi (-\ln\xi)^{1/2} \right\}, \quad (18)$$

$$\xi = \frac{\nu}{\omega_{b0}} \left(\frac{\pi}{2} - \text{tg}^{-1} \frac{\nu}{\omega_{b0}}\right). \quad (19)$$

对于所观察的对象比我们探针的分辨宽度 b 大时, 起作用的是 $g_B(x)$ 对 x 的积分, 具体形状的影响不大。此时可将(5)式中的电导率提出积分号外, 于是

$$V(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} A^* b^* u \frac{d\sigma_0}{dt} \left(\frac{\nu}{\omega_{b0}}\right) \left(\frac{\pi}{2} - \text{tg}^{-1} \frac{\nu}{\omega_{b0}}\right), \quad (20)$$

或者

$$\int_0^t V(\tau) d\tau = \frac{\nu}{\omega_{b0}} \left(\frac{\pi}{2} - \text{tg}^{-1} \frac{\nu}{\omega_{b0}}\right) \frac{1}{\sqrt{2}} A^* b^* u \sigma_0. \quad (21)$$

在一次实验中, 使用两支磁强不同的探针 1 和 2, 于是有

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\omega_{b02} b_1^* A_1^* \frac{\pi}{2} - \text{tg}^{-1} \frac{\nu}{\omega_{b01}}}{\omega_{b01} b_2^* A_2^* \frac{\pi}{2} - \text{tg}^{-1} \frac{\nu}{\omega_{b02}}}. \quad (22)$$

或写作

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\omega_{b02} b_1 A_1^*}{\omega_{b01} b_2 A_2^*} C_m \left(\frac{\nu}{\omega_{b01}}\right) H_m \left(\frac{\nu}{\omega_{b01}}\right). \quad (23)$$

左边 V_1/V_2 是实验测量的结果, 可用(20)或(21)式。实验上采用(21)式优于(20)式, 因为经过对实验时间的积分平滑, 引起的误差小。

(23)式中

$$H_m\left(\frac{\nu}{\omega_{b01}}\right) = \frac{\frac{\pi}{2} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{\nu}{\omega_{b01}}}{\frac{\pi}{2} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{\nu}{m\omega_{b01}}} \quad (24)$$

是其中的主要部分, 而

$$C_m\left(\frac{\nu}{\omega_{b01}}\right) = \frac{b_1^*/b_1}{b_2^*/b_2} \quad (25)$$

是改正因子, $m = \omega_{b02}/\omega_{b01}$ 。计算得到的 H_m , b^*/b , $C_m(\nu/\omega_{b01})$ 以及 $C_m \cdot H_m$ 见图 1—4。

经过校正实验和磁场测量, 目前我们所用的两个探针的仪器参数如表 1

表 1 探针的仪器参数

探 针	b , cm	A^* , $\text{mV} \cdot \text{s}^2 / (\Omega^{-1} \cdot \text{cm})$	B , G
1*	0.46	9.0×10^{-10}	375
2*	0.53	1.13×10^{-8}	780

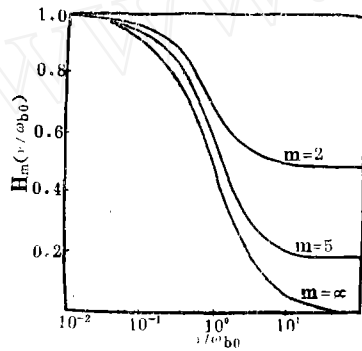


图1 $H_m(\nu/\omega_{b0}) - \nu/\omega_{b0}$ 关系

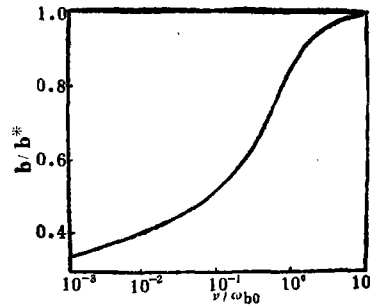


图2 $b/b^* - \nu/\omega_{b0}$ 关系

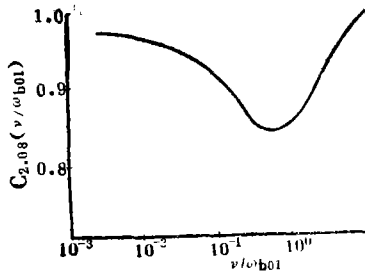


图3 $C_m(\nu/\omega_{b01}) - \nu/\omega_{b01}$ 关系
 $m=2.08$.

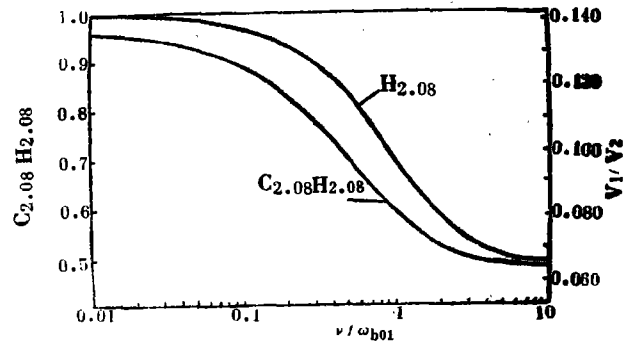


图4 $C_m H_m - \nu/\omega_{b01}$ 关系
 $m=2.08$.

三、结 果

实验在 $\phi 800\text{mm}$ 激波管上进行。激波管真空抽到 $5 \times 10^{-4}\text{Torr}$ ($1\text{Torr}=133.3\text{Pa}$), 漏率小于 $5 \times 10^{-5}\text{Torr}/\text{min}$ 。激波速度由五通道微秒计时器计时, 激波速度测量的均方偏差约为2%。在距膜片14m处安装磁探针, 顺气流放置。使用气体为纯度99.9%的 O_2 和 N_2 , 按空气

比例混合。实测得到的示波图如图 5。采用的 3 种起始压力 p_1 为 2×10^{-2} , 8×10^{-2} , 8×10^{-1} Torr。但由于本实验中采用的 B_{10} 为 375 G, $m=2.08$, 在 $p_1=8 \times 10^{-1}$ Torr 时落在 $C_m H_m$ 比较平缓的区域, 误差较大而舍去。其余的结果如表 2。

表 2 实验结果

序号	M_s	p_1 , 10^{-2} Torr	T_2 , K	n_{N_2} , 10^{15} cm $^{-3}$	n_N , 10^{15} cm $^{-3}$	n_O , 10^{15} cm $^{-3}$	V_1/V_2	ν , 10^9 s $^{-1}$
10211	19.1	2.07(N ₂)	5500	6.8	11		0.120	10
10144	17.7	1.9	5400	5.1	6.1	4.2	0.121	9.2
1092	16.2	2.0	5100	6.0	3.3	4.1	0.123	7.9
10142	16.0	1.9	5100	6.0	3.3	4.1	0.121	9.2
10143	16.2	1.9	5100	6.0	3.3	4.1	0.126	6.6
10134	15.9	1.8	5100	6.0	3.3	4.1	0.122	8.5
10202	16.9	8.2	5300	24	19	18	0.094	37
10221	12.9	1.6	4100	23	1.8	15	0.103	28

表中所列激波后温度 T_2 和各组分浓度 n_{N_2} , n_N 及 n_O 是用激波表^[8]算出来的。序号 10211 用纯氮, 波后参数用纯氮热力学函数表及激波守恒关系算得。表 2 中 5 种实验状态, 它们有相近的温度, 但有不同的组分。

使用截面与碰撞频率的关系

$$\nu = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_e}} (n_{N_2} Q_{N_2} + n_N Q_N + n_O Q_O). \quad (26)$$

其中 k 为波尔兹曼常数, m_e 为电子质量, Q 为麦克斯韦平均散射截面。或将(26)式写成

$$\nu = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_e}} Q_{N_2} (n_{N_2} + \alpha_N n_N + \alpha_O n_O). \quad (27)$$

其中 $\alpha_N = Q_N/Q_{N_2}$ 及 $\alpha_O = Q_O/Q_{N_2}$, 它们在一个温度下为定值。用公式(26)或(27)对表 2 所列数据进行拟合, 做法如下。对每一试给的 α_N , α_O , 将表 2 的数据代入(27)式, 求出 Q_{N_2} 的平均值及其相对标准散差来, 并找出对应于相对标准散差最小的 α_N , α_O 。这样做的结果见图 6。由图 6 可知应取 $\alpha_N \approx \alpha_O \approx 0.2$, 对应算出 $Q_{N_2} = 1.9 \times 10^{-16}$ cm 2 , $Q_N = 4 \times 10^{-16}$ cm 2 , $Q_O = 4 \times 10^{-16}$ cm 2 。

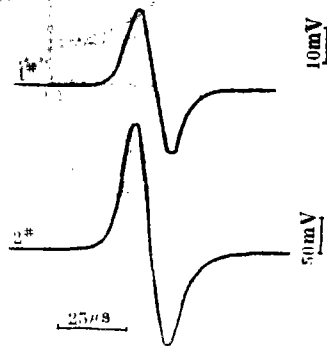


图5 磁探针典型实验记录示波图-
1*和2*为磁探针; $p_1=1.9 \times 10^{-2}$ Torr; $M_s=1.77$ 。

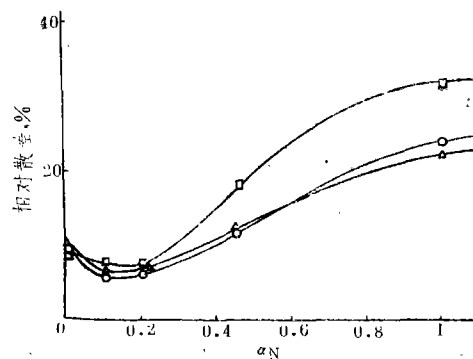


图6 相对标准散差与 α_N , α_O 关系
 \triangle — $\alpha_O=0.3$; \circ — $\alpha_O=0.2$; \square — $\alpha_O=0.1$ 。

为了进一步把这一结果表述清楚, 将(26)式改写成

$$n_{N_2} Q_{N_2} = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{\pi m_0}{8 k T}} (n_N Q_N - n_O Q_O) \quad (28)$$

将已定出的 Q_O 和 Q_N , 以及表2中的实验数据代入(28)式右边, 求出 $n_{N_2} Q_{N_2}$ 值, 并对所对应的 n_{N_2} 作图。像预期的一样, 与斜率为 $Q_{N_2} = 1.9 \times 10^{-16} \text{cm}^2$ 过原点的直线符合较好, (见图7)。同样方法点出 $n_N Q_N - n_N$ 和 $n_O Q_O - n_O$ 图, 各与斜率为 $Q_N = 4 \times 10^{-16} \text{cm}^2$ 和 $Q_O = 4 \times 10^{-16} \text{cm}^2$ 过原点的直线符合(见图8和图9)。

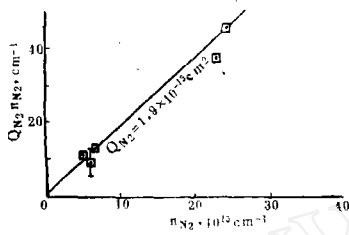


图7 $Q_{N_2} n_{N_2} - n_{N_2}$ 关系
□—— $Q_N = Q_O = 4 \times 10^{-16} \text{cm}^2$.

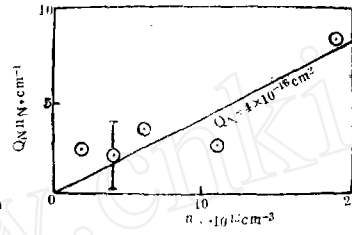


图8 $Q_N n_N - n_N$ 关系
○—— $Q_{N_2} = 1.9 \times 10^{-16} \text{cm}^2$;
 $Q_O = 4 \times 10^{-16} \text{cm}^2$.

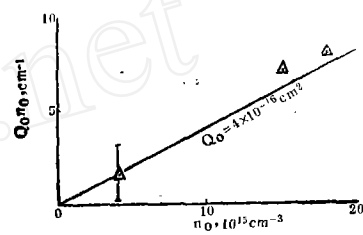


图9 $Q_O n_O - n_O$ 关系
△—— $Q_{N_2} = 1.9 \times 10^{-16} \text{cm}^2$;
 $Q_N = 4 \times 10^{-16} \text{cm}^2$.

四、结 论

从实测结果的分析得出平均散射截面 $Q_{N_2}|_{5000k} = 1.9 \times 10^{-16} \text{cm}^2$, $Q_N|_{5000k} = 4 \times 10^{-16} \text{cm}^2$, $Q_O|_{5000k} = 4 \times 10^{-16} \text{cm}^2$ 。 Q_{N_2} 的现存实验结果较多, 例如 Lamb 等^[2]综合给出 $Q_{N_2}|_{5000k} = 8 \times 10^{-16} \text{cm}^2$, Massey 等^[8]给出之值为 $Q_{N_2}|_{5000k} = 1.0 \times 10^{-15} \text{cm}^2$ (见图10)。本实验结果较支持

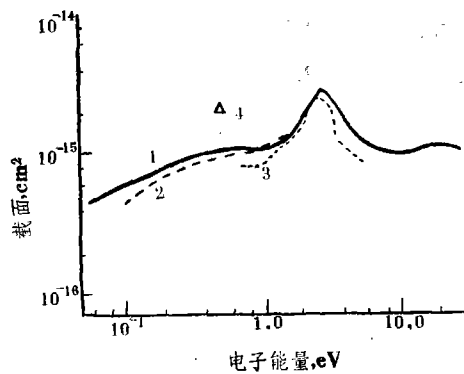
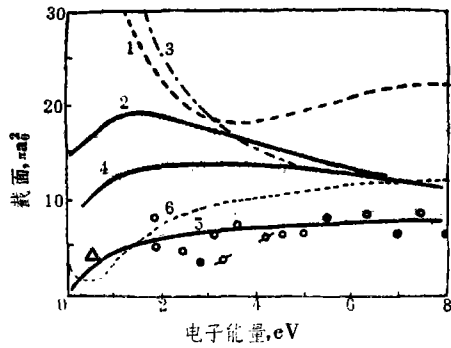


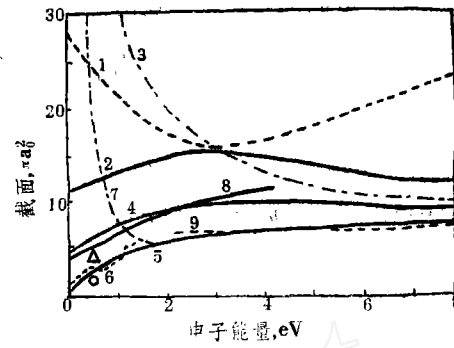
图10 慢电子对氮分子的散射截面

1. A. G. Engelhardt 等人; 2. R. W. Crompton 等人; 3. Ramsauer 方法得实验结果,
R. B. Brode; 4. 本实验结果。

后者的值。关于 Q_O , 文献[1]中给出 $Q_O|_{4000k} = 1.5 \times 10^{-16} \text{cm}^2$, 按文献[4]的计算, $Q_O|_{5000k} = 2 \times 10^{-16} \text{cm}^2$ (见图12)。本文的结果较之大1倍左右。

图11 慢电子对氮原子的散射截面^[4]

1. Robinson(1957); 2. Klein等(1958);
3. 苟清泉等, 忽略了极化与交换; 4. 苟清泉等, 包括了极化; 5. 苟清泉等, 包括了极化与交换; 6. Bates(1947); ○, ◇, ●
实验点, Neynaber等; △为本文实验点。

图12 慢电子对氧原子的散射截面^[4]

1-6. 同图11; 7. Hammerling等(1957);
8. Temkin(1957); 9. 实验结果(1961);
● 实验点, Lin; △为本文实验点。

参 考 文 献

- [1] 林绍基, B. Kived, *Phys. Rev.*, 114, 1026(1959).
[2] L. Lamb, 林绍基, *J. Appl. Phys.*, 28, 754(1957).
[3] Hammerling Shine, Kivel, *J. Appl. Phys.*, 28, 760(1957).
[4] 苟清泉等, 中国科学, 8, 965(1981).
[5] 林绍基等, *J. Appl. Phys.*, 26, 95(1955).
[6] 何宇中等, 核聚变与等离子体物理, 2, 120(1982).
[7] J. L. Delcroix, *Introduction to the Theory of Ionized Gases*, New York, 1960.
[8] Н. М. Кузнецов, *Термодинамические Функции И Ударные Адиабаты Воздуха при Высоких Температурах*, Москва, 1965.
[9] H. S. W. Massey et al., *Electronic and Ionic Impact Phenomena*, 2ed ed., Oxford, p. 777, 1969.

(编辑部1982年11月2日收稿)

MAGNETIC PROBE MEASUREMENT OF THE MEAN SCATTERING CROSS SECTION OF SLOW ELECTRONS

CUI Jiping HE Yuzhong FAN Bingcheng

(Institute of Mechanics, Academia Sinica, Beijing, China)

ABSTRACT

The conventional magnetic probe method is extended to the cases where the electron gyration must be considered. Using two magnetic probes of the same type but with different magnetic field strengths, the electron collision frequency for the ionized gases produced by strong shocks is measured. By fitting the data to the expression of electron collision frequency, the Maxwellian mean cross sections of dissociated air are determined to be $Q_{N_2}|_{6000k} = 1.9 \times 10^{-15} \text{cm}^2$, $Q_N|_{6000k} = 4 \times 10^{-16} \text{cm}^2$ and $Q_O|_{6000k} = 4 \times 10^{-16} \text{cm}^2$. These cross sections of slow electron scattering by atomic nitrogen are in good agreement with the theoretical calculation given by Gou et al.