

摩擦阻尼层板动力响应的研究

(试验研究和有限元分析)

申 仲 翰

(中国科学院力学研究所)

摘 要

本文对由螺栓夹紧的金属表板和毛毡夹心所构成的摩擦阻尼层板进行了试验研究和有限元分析。这种板造价便宜,重量轻,阻尼性能好,在高空不会气化污染,宜于在宇航工程中应用。试验是针对不同的毡层厚度,不同的螺栓数目,和夹紧力的情况下进行的,结果表明:阻尼的形成主要依靠板毡之间的摩擦,夹毡板与等刚度的整体板比较,阻尼性能可提高三十多倍。文中还构造了层板矩形有限单元,并在考虑滑移机理的情况下,应用这种单元对悬臂矩形层板做了振动分析,计算结果与试验数据符合较好,频率计算误差在5%以内。

一、前 言

螺接夹毡层板是为有关天文卫星仪器盘的减振设计而研制的,实验研究表明,它有很好的阻尼性能,现已正式应用于卫星顶板的设计。在试验基础上,采用了有限单元法对层板结构进行了固有频率和响应分析计算,并编制了计算程序,这对摩擦阻尼层板的研究和设计实践均有参考和应用价值。

二、夹层板的结构形式

摩擦阻尼层板是通过螺接或铆接将上下表板和夹心固结在一起而构成的。如图1所示,表板材料为铝合金,夹心采用毛毡,试件选择了如下参数,上表板厚2毫米,下表板厚为1毫米,夹心厚度为3毫米和6毫米,螺孔直径4毫米,螺栓直径3毫米。如此选择的目的是使提供夹紧力的螺栓尽量少对板毡之间的滑移造成限制,螺栓尽量小,以减小附加质量的影响,由试验得出,每个螺栓的夹紧力约为24公斤,

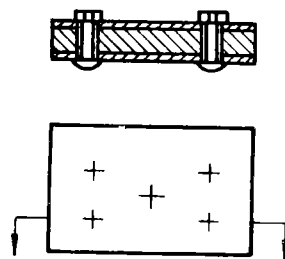


图1 夹毡层板

本文1983年12月14日收到

试件按平面尺寸分为长、中、短三型，它们分别为 62×22 厘米²， 42×22 厘米²， 22×22 厘米²。

三、板的力学模型

由于螺接夹毡层板是靠点分布的集中力将薄的表板和夹心挤压在一起而构成的，所以它的力学性能比较复杂。例如，层间压力是不均匀的，在螺栓夹着的地方较强，远离螺栓处变弱，层间靠摩擦力保持联系，但又存在滑移，且在一个振动周期中，滑移不是永远存在的，不同点的滑移状况也不尽相同。鉴于上述原因，构造出包含多种因素的模型将是非常困难的，而必须把复杂的情况充分简化才能作出可行的分析计算，这就自然导致某些方面严谨性的不足。假定板的单元面积上所承受的平均夹紧力为 Q ，并且在表板和夹心的交界面产生摩擦力

F ，则 $F = f'Q$ ， f' 为摩擦系数，由静力试验测得 $f' = 0.4$ 。

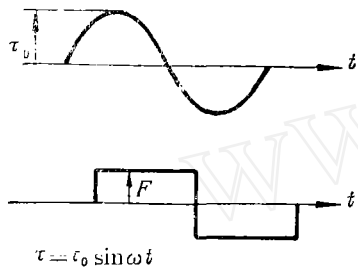


图 2 剪力 τ 和摩擦力 F

另外在外加激振力的作用下，表板和夹心交界处还存在着剪力 τ 。如图 2 所示， F 和 τ 都是周期交变的。在每个振动周期中，当 $\tau_0 \leq F$ 时，表板和夹心紧紧连在一起而保持整体性，这时夹毡板的特性可近似地用一般夹层板的模型来描述。当 $\tau_0 > F$ 时，表板和夹心之间出现了相对滑移而失去普通夹层板中表板与夹心的关系了。不过这时两块表板尚能通过固紧螺栓继续保持联系，从而使得结构本身仍含有普通夹层板的特性，但是这时毛毡的首要作用是间隔上下表板，其

抗剪作用已退居于次要地位，即毛毡表面承受之剪力与滑动时的摩擦力 F 大小相等。而主要的抗剪作用将由一种理想的夹心来承担，其剪切模量设为 G ， G 值由表板、夹心及固紧螺栓所形成的综合抗剪效应所决定。一般说，这与螺栓的分布密度成正比，试验测得，每个螺栓所提供的 G 值平均约为 3.75 公斤/厘米²，至于夹层板的阻尼性能则取决于表板和夹心之间的摩擦。

四、几种单元矩阵的导出

夹层板的变形情况如图 3 所示，它用五个位移量来描述，即横向位移 w 和上下表板的水平位移 u_1 、 u_2 、 u_3 、 u_4 。根据软夹层板弹性小挠度理论可列出变形的几何关系式。式中 x 、

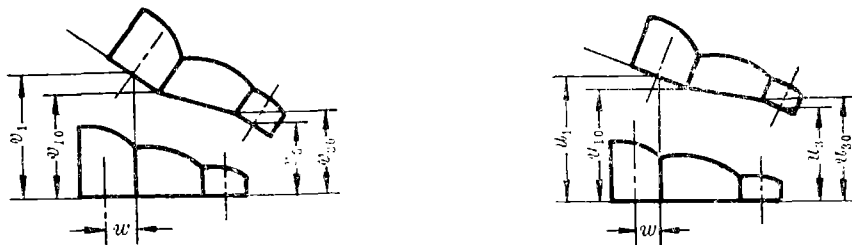


图 3 夹层板位移

y, z 表示直角坐标, u, v 分别表示沿坐标 x, y 方向的位移, 下标 1、2、3 分别表示上表板, 夹心和下表板, 下标 $1_0, 3_0$ 分别代表夹心与上下表板的交合面, $h_j (j=1, 2, 3)$ 表示层板各层的厚度。

$$\left. \begin{aligned} u_2 &= \frac{1}{2}(u_{1_0} + u_{3_0}) - \frac{1}{h_2}(u_{1_0} - u_{3_0})z \\ v_2 &= \frac{1}{2}(v_{1_0} + v_{3_0}) - \frac{1}{h_2}(v_{1_0} - v_{3_0})z \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} u_{1_0} &= u_1 - \frac{h_1}{2} \frac{\partial w}{\partial x} & u_{3_0} &= u_3 + \frac{h_3}{2} \frac{\partial w}{\partial x} \\ v_{1_0} &= v_1 - \frac{h_1}{2} \frac{\partial v}{\partial y} & v_{3_0} &= v_3 + \frac{h_3}{2} \frac{\partial v}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

根据公式(1)和(2)可进一步求出表板的应变分量及夹心的横向剪切应变。它们分别为 $\varepsilon_{x1}, \varepsilon_{y1}, \gamma_{xy1}, \varepsilon_{x3}, \varepsilon_{y3}, \gamma_{xy3}$ 及 γ_{xz}, γ_{yz} 。

层板单元的节点配置见图 4, a, b 分别表示矩形单元的两个边长之半, i, j, m, p 表示四个节点, 每个节点的位移用 $w, \theta_x, \theta_y, u_1, v_1, u_3, v_3$ 七个量表示, 其中角位移

$$\theta_x = \frac{\partial w}{\partial y}, \quad \theta_y = -\frac{\partial w}{\partial x}$$

于是四个节点合起来构成具有 28 个元素的单元节点位移矩阵 $\{\delta\}$ 。

取单元的位移模式如下:

$$\left. \begin{aligned} w &= \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 xy + \alpha_6 y^2 + \alpha_7 x^3 + \alpha_8 x^2 y \\ &\quad + \alpha_9 xy^2 + \alpha_{10} y^3 + \alpha_{11} x^3 y + \alpha_{12} xy^3 \\ u_1 &= \alpha_{13} + \alpha_{14} x + \alpha_{15} y + \alpha_{16} xy \\ v_1 &= \alpha_{17} + \alpha_{18} x + \alpha_{19} y + \alpha_{20} xy \\ u_3 &= \alpha_{21} + \alpha_{22} x + \alpha_{23} y + \alpha_{24} xy \\ v_3 &= \alpha_{25} + \alpha_{26} x + \alpha_{27} y + \alpha_{28} xy \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

单元刚度矩阵为:

$$[K]^e = \int_V [B]^T [D] [B] dV \quad (4)$$

式中 V 表示层板单元体积分的积分范围, $[B]$ 为单元应变与节点位移的关系矩阵, $[D]$ 是层板(考虑弯曲和剪切)的弹性矩阵。

根据文献[1]所述, 层板单元质量矩阵可写为:

$$[M]^e = \int_V [N]^T \rho [N] dV \quad (5)$$

ρ 为材料密度, $[N]$ 为单元之形状函数矩阵。

单元阻尼矩阵采用与质量矩阵成比例的形式, 即

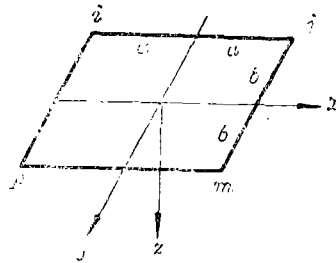


图 4 单元结点位置

$$[C]^e = \int_V [N]^T \nu [N] dV \quad (6)$$

阻尼系数 ν 为单位速度下单位体积内的阻尼力, 它可通过等效阻尼的办法来求得, 即矩形层板单元内摩擦阻尼力在一个振动周期中所作的功, 等效于粘性阻尼在同一周期中的耗散能。于是可得出

$$\nu = \frac{4F(h_1 + h_3 + 2h_2) \int_s \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) ds}{\omega \pi (h_1 + h_2 + h_3) \int_s w^2 ds} \quad (7)$$

从而 ν 可通过高斯求积而解出, 式中的 s 表示矩形单元在 xy 平面的面积积分的积分范围。

由于 w , $\frac{\partial w}{\partial x}$, $\frac{\partial w}{\partial y}$ 均是未知的, 这就使得振动方程的阻尼项具有非线性的特征。 $[K]^e$ 、

$[M]^e$ 、 $[C]^e$ 均为 28×28 阶矩阵, 矩阵中各元素的解析表达式已导出, 由于篇幅所限, 不作赘述。

对矩形悬臂板, 在基础上进行位移激励, 板承受均布惯性力载荷, 其强度为:

$$q = [\rho_1(h_1 + h_3) + \rho_2 h_2] A \omega^2$$

上式中 A 表示激励位移, ρ_1 、 ρ_2 分别表示表板和夹心的质量密度。将惯性力载荷移置到节点上, 即可列出具体情况下的单元载荷矩阵:

$$\{R\}^e = 4qab \left\{ \begin{array}{cccccccccccc} \frac{1}{4} & \frac{b}{12} & -\frac{a}{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{b}{12} & \frac{a}{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & -\frac{b}{12} & \frac{a}{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{b}{12} & -\frac{a}{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right\}^T \quad (8)$$

五、计算实例与试验

将矩形悬臂板按矩形单元划分如图 5 所示之网格, 并将各单元矩阵 $[K]^e$ 、 $[M]^e$ 、 $[C]^e$ 、 $\{R\}^e$ 按相应之贡献进行迭加而得出各总矩阵 $[K]$ 、 $[M]$ 、 $[C]$ 、 $\{R\}$ 。于是可写出动力方程:

$$[M]\{\ddot{\delta}(t)\} + [C]\{\dot{\delta}(t)\} + [K]\{\delta(t)\} = \{R(t)\} \quad (9)$$

对于无阻尼自由振动则简化为:

$$[M]\{\ddot{\delta}(t)\} + [K]\{\delta(t)\} = 0 \quad (10)$$

在简谐振动的情况下, 令

$$\{\delta(t)\} = \{g\} e^{i\omega t} \quad (11)$$

得:

$$[K]\{g\} = \omega^2 [M]\{g\} \quad (12)$$

解上述广义特征值问题, 即可获得板的固有频率 ω 和振型 $\{g\}$ 。令 (9) 式中的载荷项

$$\{R(t)\} = \{F\} e^{i\omega t}$$

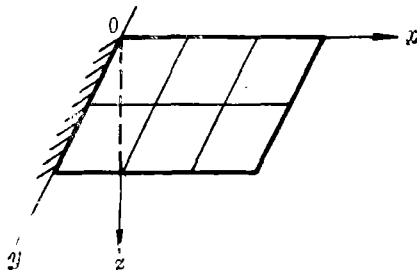


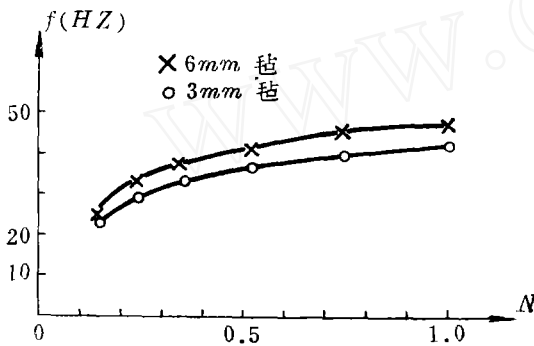
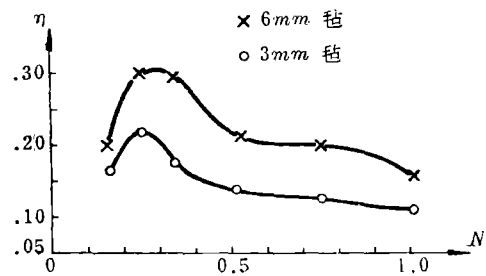
图 5 层板单元划分

又将 (11) 式代入得:

$$(-\omega^2 [M] + i\omega [C] + [K])\{g\} = \{F\} \quad (13)$$

由单元阻尼矩阵 $[C]^e$ 的导出可知, 阻尼矩阵 $[C]$ 相对于位移矢量 $\{g\}$ 存在着依赖关系, 所以 (13) 式是一个具有非线性阻尼的强迫振动方程组, 求解时可先给定一组初值 $\{g\}^0$, 根据等效阻尼原理, 针对每个单元求出相应的阻尼矩阵 $[C]^e$, 并通过迭加求出总阻尼矩阵 $[C]^0$, 作为矩阵 $[C]$ 的初值, 并以 $\{g\}$ 为未知项解出 $\{g\}^{(1)}$, 再以前法根据 $\{g\}^{(1)}$ 求 $[C]^{(1)}$, 重复上述过程直至 $\{g\}^{(n)}$ 的各分量分别收敛为止. 所以求解位移 $\{g\}$ 是一个繁冗的迭代过程. 将基础的输入位移与板的自由端的横向振动位移的比值记作输入输出比 η , 它可以作为层板的阻尼性能的度量.

试验同样是在悬臂矩形夹毡层板上进行的. 在一阶共振的情况下, 测出了板的共振频率及板的基础输入加速度(或位移)与自由端横向加速度(或位移)之比值, 并与计算结果作了比较. 试件选用了不同尺寸和不同毡层厚度, 并在不同分布夹紧力(螺栓密度不同)的情况下进行试验. 下面选取具有代表性的中型层板的试验结果, 列于图 6 和图 7, 它们分别是固有频率 f 和输入输出比 η 随着相对夹紧力 N 的变化曲线, 另外, 对比试验是在刚度相同的整体中型铝板和夹毡中型板上进行的.

图 6 $f \sim N$ 曲线图 7 $\eta \sim N$ 曲线

计算结果与试验数据的比较情况列于表 1.

表 1 夹毡层板的试验与计算结果的比较

螺栓个数	5	8	12	18	26	35
相对夹紧力	0.14	0.23	0.34	0.51	0.74	1.00
$f_{\text{试}} (Hz)$	26.8	31.6	35.8	38.7	43.0	44.6
$f_{\text{计}} (Hz)$	28.0	32.1	35.4	38.8	41.6	43.1
$\eta_{\text{试}}$	0.210	0.300	0.300	0.211	0.200	0.156
$\eta_{\text{计}}$		0.303	0.318			

表 1 中相对夹紧力的确定是按着每个螺栓的夹紧力为 24 公斤, 中型板最密为 35 个螺栓, 这时的相对夹紧力定为 $N=1$, 其余按比例减小.

根据上述分析方法编制了计算程序,对于不同类型的螺接夹层板可通过试验求得计算中所需的 G 和 F 等参数,这样通过计算与试验相结合的办法可对各种摩擦阻尼层板结构作计算分析。

六、几点结论

(1) 反映夹毡板的阻尼性能的输出输入比 η 随着板的分布夹紧力的大小而改变,在一阶共振情况下, η 存在一个大小约为0.3的相对最佳范围。

(2) 夹毡板的一阶频率一般随分布夹紧力的增加而增加,夹心(毛毡)厚度的增加也使板的固有频率相对升高。

(3) 对比试验表明,夹毡层板与等刚度的整体铝板相比,阻尼性能可提高三十多倍。

(4) 由表1可知,频率计算结果与试验符合很好(相对误差在5%以内),在响应计算中也对结论(1)中所提及的,具有实际意义的相对最佳阻尼范围(8至12个螺栓)提供了较好的精度。

(5) 文中的力学模型是根据结构刚度及层间摩擦阻尼效能充分发挥的条件下所提出的,所以它的适用范围自然是在最佳阻尼段。在此,摩擦力充分做功,从而提供最好的阻尼;在最佳阻尼段之外,由于力学模型的局限性,故不能做出切合实际的计算。

(6) 在螺栓过疏的情况下,由于部分层间接触面脱开而使摩擦力减小;在螺栓过密的条件下,由于压力加大造成层间位移减小,并可能使夹心材料产生永久变形。在上述情况下均由于摩擦力做功减少而使板的阻尼性能下降。

(7) 夹毡板的螺栓密度及毡层、表板厚度的选择,应在保持板的合理结构形式,及较好刚度的情况下求得最佳阻尼效果。

在这一研究工作中,刘大康同志参加了试验。田千里、欧阳怡两位同志提出过很好的建议,在此表示感谢。

参 考 文 献

- [1] O. C. Zienkiewicz: The Finite Element Method in Engineering Science. Published by MCGRAW-HILL Publishing Company Limited 1971.

THE DYNAMIC RESPONSE OF LAMINATED PLATE WITH FRICTION DAMPING (TEST STUDY AND FINITE ELEMENT ANALYSIS)

Shen Zhonghan

(Institute of Mechanics, Academia Sinica)

Abstract

A sandwich type plate with metal facings and felt core fastened by some bolts was studied by using both the test and the finite element analysis. This kind of plate is cheap, light, damping-effective and without pollution, so it is used in astronautical engineering widely. The tests were made for different felt thickness, bolt numbers and fastening forces. The results show the damping depends on friction between the plates and the felt. As compared with identical stiffness solid plate, the damping of laminated plates can increased thirty times. Moreover, a mesh with rectangular elements was adopted in the finite element analysis. In accordance with the slipping mechanism a rectangular plate clamped in one edge was analysed with the above elements to determine the resonant frequency and the damping rate. The difference between the calculated and tested results is within 5% for the resonant frequency.