

# 研究双线性滞后系统响应的实验装置

张 强 星

(中国科学院力学研究所)

K. R. McLachlan Neil Popplewell

(University of Manitoba, Canada)

## 摘 要

本文介绍一个研究双线性滞后系统响应的实验装置。它的滞后参数可以随意改变, 因此可以实验研究这些参数对系统响应的影响。

## 一 前 言

在铆接、螺栓结构中, 交界面的干摩擦能够消耗一些振动能量的现象是众所周知的。近年来, 工程上更有意识地增加结构摩擦力或采用耗能元件来耗散振动能量。例如在建筑物的接头中插入汽车刹车垫片<sup>[1]</sup>, 原子能发电站的管道夹放在干摩擦面之间<sup>[2]</sup>, 在悬臂结构上采用干摩擦吸振器<sup>[3]</sup>, 在抗地震结构中采用滞后吸振器<sup>[4]</sup>, 有的仪器和装备采用干摩擦隔振器<sup>[5]</sup>等等。

这些系统中, 滞后元件的特性一般可用双线性滞后回线来近似(图 1)。它由二种线性刚度  $K_1$ ,  $K_2$  和临界滑移力  $P_Y$  来描述。当位移  $X$  为正弦时, 滞后恢复力  $P(X)$  的变化可从图 2 中看到。

如果用无量纲参数  $\alpha = \frac{K_2}{K_1}$ ,  $\beta = \frac{F}{P_Y}$  ( $F$  为激振力), 滞后回线可用图 3 表示。

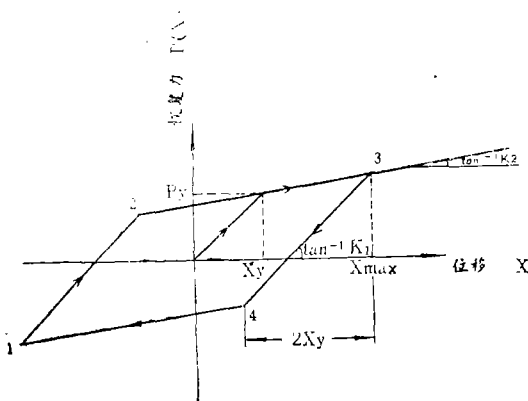


图 1 双线性滞后回线

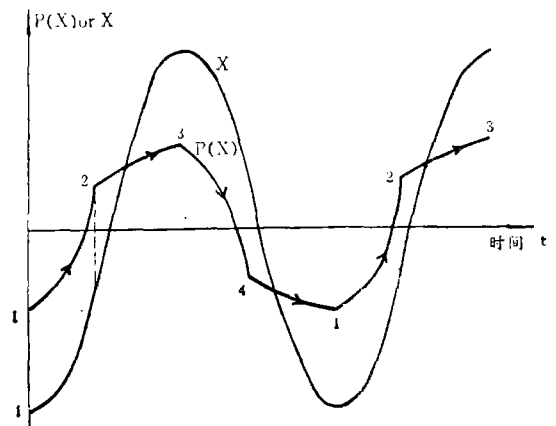
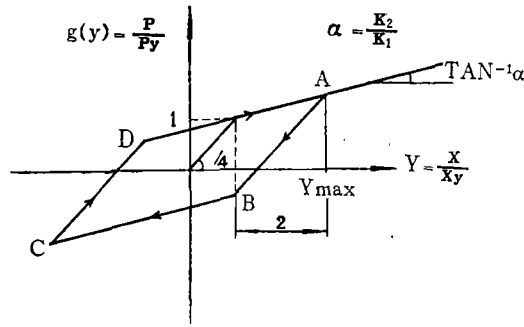


图 2 滞后恢复力  $P(x)$  (时域)



$$G_{AB}(Y) = Y - (Y_{max} - 1)(1 - \alpha) \quad G_{BO}(Y) = \alpha Y - (1 - \alpha)$$

$$G_{CD}(Y) = Y + (Y_{max} - 1)(1 - \alpha) \quad G_{DA}(Y) = \alpha Y + (1 - \alpha)$$

图3 无量纲双线性滞后回线

过去，由于无法设计一个可以改变滞后参数的机械弹簧，几乎所有滞后振动的研究工作都限于分析解或数字积分解<sup>[6],[7],[8]</sup>。即使是正弦力激振的单自由度响应计算也曾得出过不同的结果<sup>[8]</sup>。最近才发现这个差异是由于阻尼比的定义不同而造成的<sup>[9]</sup>。

文献[6]和[7]也曾简略地提到过模拟单自由度滞后系统的电子线路，但作为机械振动系统，对振动工作人员来说对电子线路物理概念的认识不如机械系统那么清楚。尤其是在多自由度振动系统中，更是如此。

本文提出一套机械实验装置，可以用来研究滞后特性对振动的影响，其中的电磁式滞后弹簧的参数  $K_1$ ， $K_2$  和  $P_Y$  可以任意变换。

## 二 电磁式滞后弹簧

图4为一个单自由度振动系统。 $k_L$ 为悬挂质量  $M$  的机械簧片的刚度。 $F$ 为激振力。 $C_1$ 表示粘性阻尼。电磁式弹簧是由线圈2和附在质量  $M$  上的一对永久磁铁 ( $N, S$ ) 组成。另有一套光电测位仪(未画在图4中)可测定质量  $M$  的位移  $X$ 。

光电测位仪将位移变成电压讯号，输入到模拟线路(见下一节)。其输出供应电流  $I_2$  到线圈2。如果电流  $I_2$  的大小是与位移成正比的，则电磁弹簧力为线性力，如果模拟线路产生滞后位移的电流，电磁弹簧力就变成滞后恢复力。

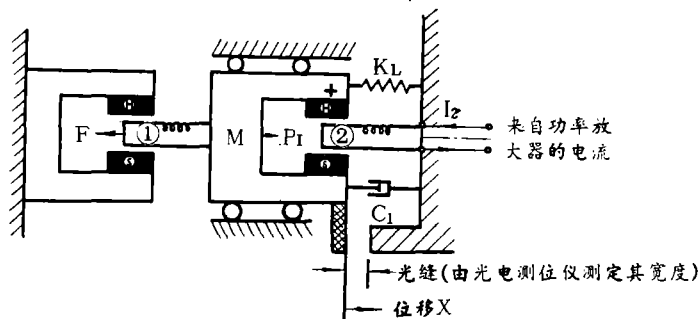


图4 滞后振动实验装置示意图(①和②为线圈， $N, S$ 为磁铁)

### 三 模 拟 线 路

从光电测位仪来的电压讯号经过放大后，分为二路（图5）。一路为  $abc$ ，线路里包含了削波线路，使电压讯号发生削波现象，所产生的滞后回线（刚度为  $k'_1$  或  $k_2=0$ ）划在  $c$  点附近。另一路为  $ad$ ，只有线性放大器。

这二路讯号由加法器合成一个典型的双线性迟后回线（刚度为  $k_1$  或  $k_2$ ），已划在  $e$  点附近。

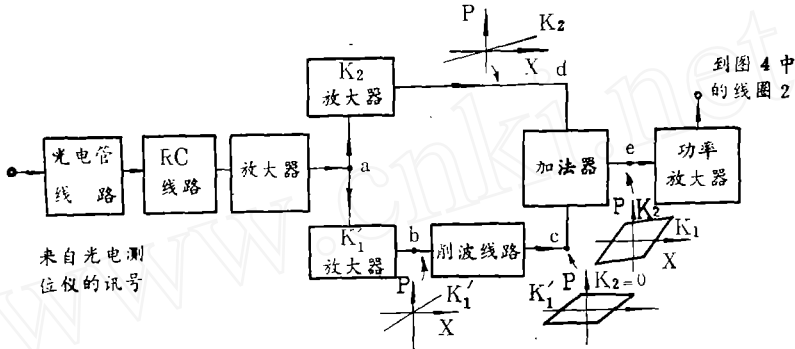


图5 模拟线路方框图

这个滞后电压讯号将驱动功率放大器，为线圈2提供电流  $I_2$ 。线圈2为固定线圈，当电流通过时，质量  $M$  感应到一个滞后电磁弹簧弹力  $P_I$ （图4）。

模拟电路的细节详见图6。其中削波线路主要由一个电容和一对二极管组成，其放电电压  $P_{veo}$  由一电位器  $Pof(P_{veo})$  控制。电磁弹簧的刚度  $k'_1$  或  $k_2$  可分别由电位器  $Pof(k'_1)$  或  $Pof(k_2)$  来调节。

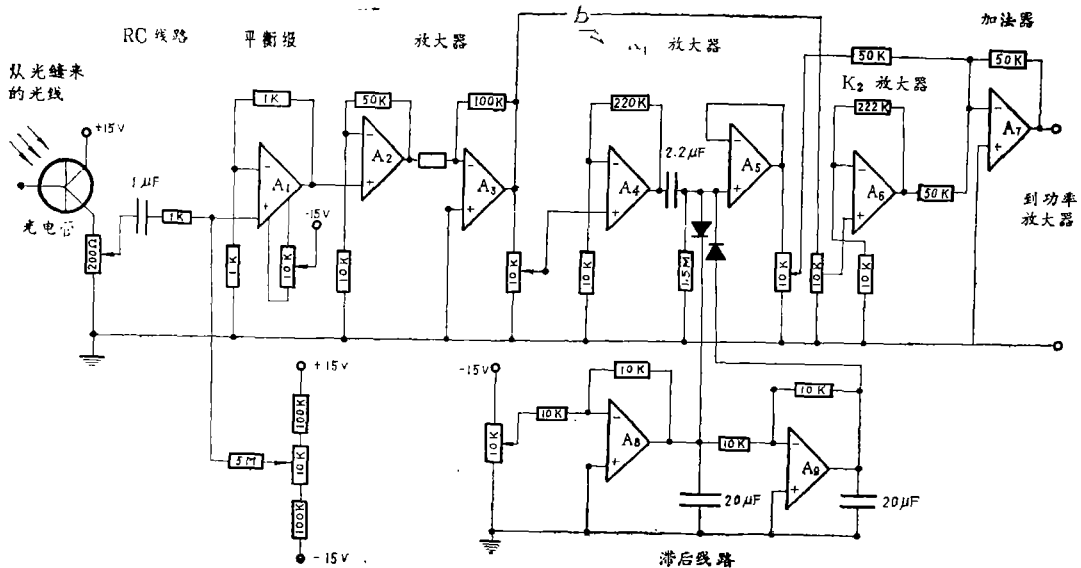


图6 模拟滞后特性的线路图

图7 插述了模拟线路的滞后特性参数  $k_1$ ， $k_2$  和  $P_{veo}$  是怎样合成的过程。  
刚度  $k_1$  为

$$k_1 = k'_1 + k_2 \quad (1)$$

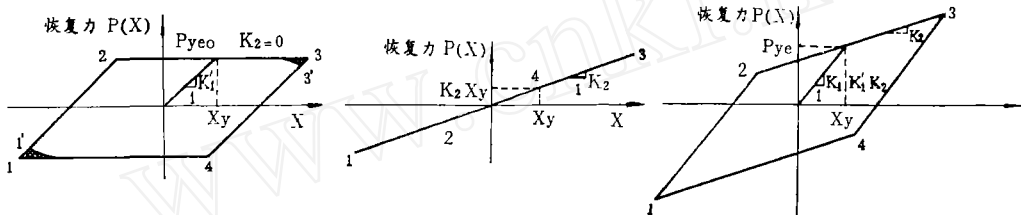
临界滑移位移为

$$X_Y = \frac{P_{ye0}}{k'_1} = \frac{P_{ye0}}{k_1 - k_2} \quad (2)$$

临界滑移力为

$$P_{ye} = k_1 X_Y = \frac{P_{ye0}}{1 - \frac{k_2}{k_1}} = \frac{P_{ye0}}{1 - \alpha_0} \quad (3)$$

其中  $\alpha_0 = \frac{k_2}{k_1}$  为模拟线路滞后回线的刚度比。



(1) 在图 5 中 C 点的滞后回线 (2) 在图 5 中 d 点的 P-X 线 (3) 在图 5 中 e 点的滞后回线  
(1'2'3'4' 为实测回线)

图 7  $k_1$  和  $P_{ye}$  的合成过程

#### 四 振动系统的滞后回线

将电磁弹簧的滞后回线加上悬挂簧片(刚度为  $k_L$ ) 的影响就可求得振动系统的滞后回线其刚度比为

$$\alpha = \frac{k_2}{k_1} = \frac{k_2 + k_L}{k_1 + k_L} \quad (4)$$

临界滑移力为

$$P_y = P_{ye} + k_L X_Y \quad (5)$$

#### 五 带电线圈在磁场中运动所产生的粘性阻尼

当电流  $I_s$  通过磁场中的固定线圈时, 所产生的电磁感应力为  $BLI_s$ ,  $B$  为磁场强度,  $L$  为线圈长度。如果磁场与线圈  $\varepsilon$  间又有了相对速度  $\dot{X}$ , 则线圈中的反电动势  $BL\dot{X}$  将降低原来的电流到  $I = I_s - \frac{BL\dot{X}}{Z_e}$  其中  $Z_e$  为线圈所在线路的阻抗,  $I$  为瞬时电流。对于小阻尼系统, 在扫描到共振区附近,  $\dot{X}$  的变化将很剧烈, 所以瞬时的电磁感应力对频率的变化是很敏感的, 其值为

$$\begin{aligned} BLI &= BL \left( I_s - \frac{BL\dot{X}}{Z_e} \right) \\ &= BLI_s - \frac{(BL)^2}{Z_e} \cdot \dot{X} \end{aligned} \quad (6)$$

右边的第二项为带电线圈与磁场发生相对运动时所产生的粘性阻尼力。

## 六 实验装置的运动方程

图4中单自由度滞后系统的运动方程为

$$M \frac{d^2 X}{dt^2} + C_1 \frac{dX}{dt} + k_L X + P_I = F_I \quad (7)$$

其中瞬时电磁力  $F_I$  和  $P_I$  可以根据式(6)写成

$$F_I = B_1 L_1 I_{s1} - \frac{(B_1 L_1)^2}{Z_{e1}} \cdot \frac{dX}{dt} \quad (8)$$

$$P_I = B_2 L_2 I_{s2} + \frac{(B_2 L_2)^2}{Z_{e2}} \cdot \frac{dX}{dt} \quad (9)$$

式(9)中右边符号为正, 因为质量  $M$  是由  $F_I$  激振的。将式(8)和(9)代入式(7), 得

$$M \frac{d^2 X}{dt^2} + \left( C_1 + \frac{(B_1 L_1)^2}{Z_{e1}} + \frac{(B_2 L_2)^2}{Z_{e2}} \right) \frac{dX}{dt} + k_L X + B_2 L_2 I_{s2} = B_1 L_1 I_{s1} \quad (10)$$

当激振力为正弦力时  $B_1 L_1 I_{s1} = F \cos \omega t$

$I_{s1}$  和  $I_{s2}$  为  $\frac{dX}{dt} = 0$  时所测得的电流。

设

$$\omega_1^2 = \frac{K_1}{M}$$

$$t = \frac{\tau}{\omega_1}$$

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_1}$$

$$C = C_1 + \frac{(B_1 L_1)^2}{Z_{e1}} + \frac{(B_2 L_2)^2}{Z_{e2}}$$

$$\zeta = \frac{C}{C_0} = \frac{C}{2\sqrt{K_1 M}} \quad \zeta \text{ 可从自由衰减振动中测得}$$

$$\beta = \frac{F}{P_Y}$$

$$Y = \frac{X}{X_Y}$$

则方程(10)可以写成

$$\frac{d^2 Y}{dT^2} + 2\zeta \frac{dY}{dT} + g(Y) = \beta \cos nT \quad (11)$$

其中  $g(Y)$  为滞后恢复力, 由图3表示。可以根据  $\alpha$ ,  $\zeta$  和  $\beta$  值计算这个非线性系统的响应(图8)。

电磁感应力  $F$  或  $P = B_2 L_2 I_{s2}$  可以用一个力传感器来标定(例如 Briiel & Kjaer 8001型)

图8为实验装置给出的响应曲线, 比数值计算的曲线略高。这是因为二极管的削波作用不够理想所致。实际的削波现象如图7(1)所示。所以实验的滞后回线的面积是略小于计算中用的面积。在计算中曾改用较小的  $P_Y$  即较大的  $\beta$ , 则计算响应曲线就落在实验曲线的分散带(平均值的  $\pm 1.5\%$ )之内。

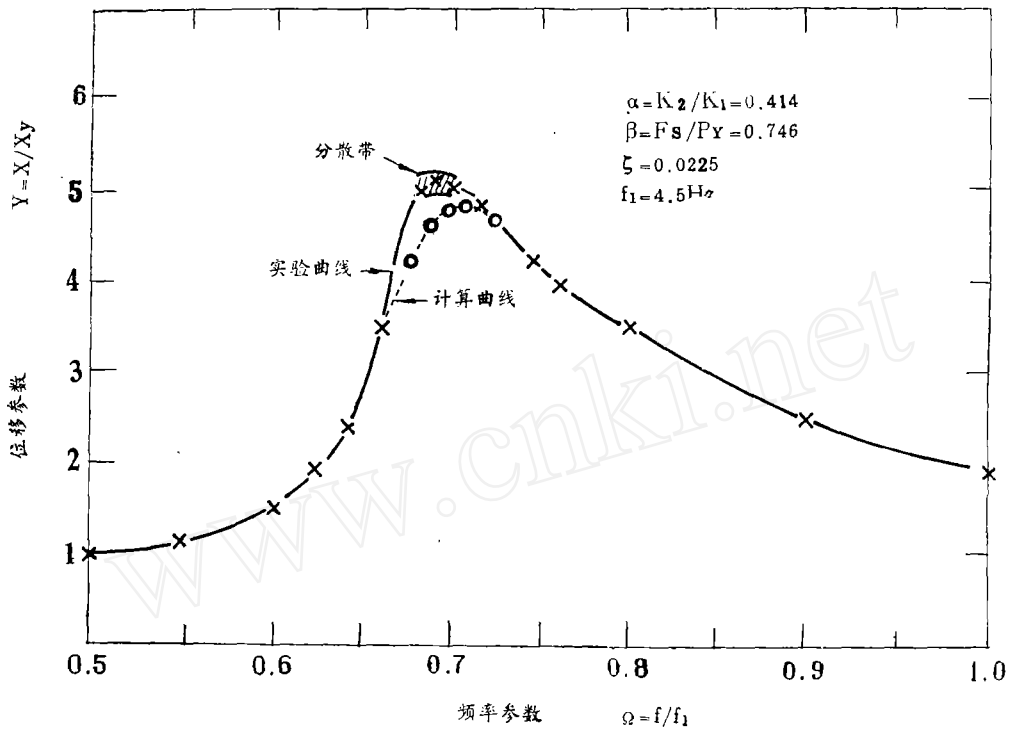


图 8 实验曲线与计算曲线的比较

## 七 结 论

这种实验装置成功地模拟了滞后振动现象。电磁式滞后弹簧的参数  $K_1$ ,  $K_2$  和  $P_Y$  可以任意改变, 所以可以用它来研究一个多自由度振动体系所需的最佳滞后特性。

(本文于 1983 年 3 月 10 日收到)

## 参 考 文 献

- [1] Pall, A. V., Marsh, C. and Fazio, P. Friction Joints for Seismic Control of Large Panel Structures, J. Prestressed Concrete Institute, Nov./Dec., 1980, p. 38-61.
- [2] Stott, S. J. and Masri, S. F. Dynamic Excitation of A Single Degree of Freedom Hysteretic System, Rept. № CE 78-09, University of Southern California, May, 1978.
- [3] Chang, C. S. 张强星 and Tian, Q. L. 田千里 An Experimental Study of the Non-Linear Behaviour of A stranded Cable and Dry Friction Damper, Shock and Vibration Bulletin № 52, Pt. 4, (May, 1982), p. 155-160.
- [4] Skinner, R. I., Kelly, J. M. and Heine, A. J. Hysteretic Dampers for Earthquake-Resistant Structures, Earthquake Engineering & Structural Dynamics, V. 3 (1975) p. 287-296.
- [5] Gilbert, C. & LeKuch, H. Isolating Shock and Vibration, Mechanical Engineering V. 104 (Oct., 1982) p. 58-63.
- [6] Caughey, T. K. Sinusoidal Excitation of A system with Bilinear Hysteresis, J. App. Mechanics, V. 27 (1960) p. 640-643.
- [7] Iwan, W. D., The Dynamic Response of Bilinear Hysteretic System, Ph. D. Thesis, Earthqua-

- ke Eng. Lab., California Inst. of Tech. (1961).
- [8] Masri, S. F. Forced Vibration of the Damped Bilinear Hysteretic Oscillation, J. Acoustic Soc. Am., V. 57 (1975) p. 106-112.
- [9] Chang, C. S. 张强星 An Experimental Hybrid Model for a Bilinear Hysteretic System, Departmental Report, Department of Mechanical Engineering, University of Manitoba, Canada. (Aug. 1982).

## An Experimental Model to Study the Dynamic Response of Bilinear Hysteretic System

Zhang Qiangxing

(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing)

K. R. McLachlan

Neil Popplewell

(University of Manitoba, Canada)

### Abstract

An experimental model for studying the dynamic response of bilinear hysteretic system is developed. Its hysteretic parameters can be varied as required. Their effects on the dynamic response can be investigated through experiment.

## 中国振动技术咨询部正式成立

[本刊讯] 经中国科协1984年咨发字028号文批准,中国科技咨询服务中心振动技术咨询部正式成立。8月31日,振动技术咨询部在北京召开了第一次全国代表大会,会议讨论了咨询部的工作任务及安排,选举通过了理事会和常务理事会,清华大学杜庆华教授当选为理事长。

中国振动技术咨询部拟定于1984年10月29日~11月14日在北京举办全国第一次振动技术培训和咨询会,主要内容有:

1. 振动和结构动力学的试验和模态分析;
2. 振动(包括冲击、噪声等)及各种动态测试技术;
3. 振动数据的波形分析、频谱分析和各种动态数据的信号处理技术;
4. 振动测量仪器和试验装置的研制、应用和国内外动态;
5. 振动和动态试验的环境试验和计量标定技术;
6. 振动工程和结构的减振、隔振技术;
7. 机械故障的诊断和工况监测等等。

会议还将展出振动、冲击、噪声仪器,开展科技咨询活动、洽谈科技合作项目。

中国振动技术咨询部办公地点在北京安外小黄庄中国建筑科学研究院内,电话463631转383。